

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сахалинский государственный университет»

Кафедра математики

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель основной профессиональной
образовательной программы



Самсикова Н.А.

« 15 » *июня* 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплины

Б1.В.05. Избранные вопросы алгебры

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

профиль
Математика и физика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
очная

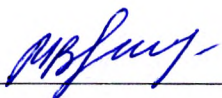
РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Южно-Сахалинск
2022 г.

Рабочая программа дисциплины Б1.В.05 Избранные вопросы алгебры составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Программу составили:

Матвеева В.А., старший преподаватель кафедры математики



Рабочая программа дисциплины Б1.В.05 Избранные вопросы алгебры утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 10 от 14.06. 2022 г.

Заведующий кафедрой



подпись

Самсикова Н.А.

1. Цели и задачи дисциплины

Цели курса:

- 1) повторение теоретических основ алгебры, теории чисел, числовых систем;
- 2) практическое приложение линейной алгебры;
- 3) приложение алгебры вычетов.

Задача курса:

подготовка к итоговому междисциплинарному экзамену.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Избранные вопросы алгебры является обязательной дисциплиной части блока дисциплин Б1 ОПОП направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), формируемой участниками образовательных отношений, профиль математика и физика (Б1.В.05).

Пререквизиты дисциплины: алгебра, теория чисел, числовые системы.

Постреквизиты дисциплины: государственный экзамен.

3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа. УК-1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; собирать данные по сложным научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и решений на основе экспериментальных действий. УК-1.3. Владеет: исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявлением научных проблем и использованием адекватных методов для их решения; демонстрацией оценочных суждений в решении проблемных профессиональных ситуаций.
ПКС-7	Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы	ПКС-7.1. выделяет и анализирует единицы различных уровней математики в единстве их содержания, формы и функций ПКС-7.2. выделяет и анализирует явления различных уровней математики в их струк-

	и выполняемых функций	турном единстве и функциях ПКС-7.3. знает и умеет анализировать организацию систему математических понятий, определений, теорем и их следствий
--	-----------------------	--

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов	
	Всего по уч. плану	семестр
		10
Общая трудоемкость	72	72
Контактная работа:	52	52
Лекции (Лек)	24	24
практические занятия (ПЗ)	24	24
Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ТО)	4	4
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуальных заданий; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к промежуточной аттестации;	20	20
Виды промежуточного контроля (экзамен, зачет)		зачет

4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины /темы	семестр	Виды учебной работы (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			контактная		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия		
1.	Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Построение классов эквивалентности.	10	4	4	2	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
2.	Кольцо многочленов. Корни многочлена. Схема Горнера.	10	2	2	3	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
3.	Целые и рациональные корни	10	4	4	2	Подготовка к практи-

	многочлена с целыми коэффициентами.					ческим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
4.	Неприводимость многочленов над полями Q, R, C .	10	2	2	3	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
5.	Сравнения в кольце целых чисел. Признаки делимости.	10	4	4	2	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
6.	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Приложения.	10	2	2	3	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
7.	Поле комплексных чисел.	10	2	2	2	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
8.	Кольцо целых чисел. Делимость чисел. НОД, НОК чисел.	10	4	4	3	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение индивидуального задания, контрольной работы.
	Зачет					Задание к зачету

4.3. Содержание курса.

1. Бинарные отношения.

Рассмотреть отношение эквивалентности и разбиение множества на классы. Отношения порядка и толерантности.

2. Кольцо многочленов.

Корни многочлена. Схема Горнера и ее применение. Решение уравнений в школьном курсе математики.

3. Целые и рациональные корни многочлена.

Рассмотреть теорему о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами.

4. Неприводимость многочленов над Q, R, C .

Критерий Эйзенштейна о неприводимости многочленов над полем рациональных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые многочлены над полем действительных чисел. Основная теорема алгебры.

5. Сравнение в кольце целых чисел.

Отношение эквивалентности в кольце целых чисел. Алгебра вычетов. Признаки делимости Паскаля.

6. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.

Числовые функции. Функция Эйлера. Теорема Эйлера. Теорема Ферма. Следствие теоремы Ферма. Арифметические приложения

7. Поле комплексных чисел

Расширение поля действительных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме, тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корня n -ой степени.

8. Кольцо целых чисел. Делимость в кольце $\mathbb{Z}$.

Деление с остатком. Основная теорема арифметики. Бесконечность множества простых чисел. НОД, НОК чисел. Алгоритм Евклида.

4.4. Темы и планы практических занятий

1. Алгебра высказываний.
 - 1) Высказывания.
 - 2) Логические операции.
 - 3) Формулы алгебры высказываний.
 - 4) Законы логики.
 - 5) Тавтологии.
2. Предикаты и кванторы.
 - 1) Определения, примеры.
 - 2) Правило переноса квантора через отрицание.
 - 3) Закон контрапозиции.
 - 4) Строение теорем.
3. Булевы алгебры.
 - 1) Определение, примеры, свойства булевых алгебр.
 - 2) Булевы функции.
 - 3) Логические цепи.
 - 1) .
4. Алгебра множеств. Множества.
 - 1) Способы задания множеств.
 - 2) Подмножества.
 - 3) Равенствомножеств.
 - 4) Операции над множествами
5. Бинарные отношения.
 - 2) Прямое произведение множеств.
 - 3) Декартов квадрат.
 - 4) Бинарные отношения.
 - 5) Типы бинарных отношений
6. Отношение эквивалентности.
 - 1) Определение, примеры.
 - 2) Разбиение множества на классы.
 - 3) Классы эквивалентности.
 - 4) Фактор-множество.
7. Функции.
 - 1) Соответствия, функции.
 - 2) Инъективные, сюръективные отображения.
 - 3) Биекция.
 - 4) Естественное отображение.
8. Алгебраические операции.
 - 1) Бинарные, n -арные алгебраические операции.
 - 2) Свойства, примеры алгебраических операций.
 - 3) Группы, кольца, поля.
9. Группа кодов.
 - 1) Бинарное слово.
 - 2) Групповой код.

- 3) Матрица генерального кода.
10. Гомоморфные отображения.
 - 1) Определение, свойства гомоморфизма.
 - 2) Эпиморфизм.
 - 3) Мономорфизм.
 - 4) Изоморфизм.
11. Элементы комбинаторики.
 - 1) Перестановки, размещения, сочетания.
 - 2) Формулы числа перестановок, размещений, сочетаний.
 - 3) Бином Ньютона.
12. Формулы включений и исключений.
 - 1) Правила суммы и произведения.
 - 2) Формулы включений и исключений.
 - 3) Обобщение этих формул.
13. Рекуррентные соотношения.
 - 1) Рекуррентные последовательности.
 - 2) Метод рекуррентных соотношений.
 - 3) Производящие функции.
14. Граф.
 - 1) Определение графа.
 - 2) Способы задания графа.
 - 3) Полный граф.
 - 4) Дополнение графа.
15. Пути и циклы.
 - 1) Пути в графе, простой путь.
 - 2) Циклы, замкнутый цикл.
 - 3) Степень вершины.
 - 4) Связность графа.
 - 5) Подграф.
 - 6) Изоморфизм графов.
16. Эйлеровы графы.
 - 1) Эйлеровы, полуэйлеровы графы.
 - 2) Плоские графы.
 - 3) Уникурсальные линии.
 - 4) Алгоритмы Флери.
17. Приложения теории графов
 - 1) Корневые деревья.
 - 2) Проблема коммивояжера.
 - 3) Лабиринты.

Пример практического занятия

Тема: «Делимость в кольце целых чисел, алгебра вычетов»

1. а) Найти НОД(12312, 780), использовать два способа.
 б) Решить в целых числах уравнение $17x + 29y = 38$. (метод спуска).
2. Найти $\varphi(n)$, где φ – функция Эйлера, $n = 435$.
3. Найти остаток от деления a на b , если а) $a = 732^{783}, b = 29$; б) $a = 2389^{1203}, b = 25$.

4. $17x \equiv 33 \pmod{29}$, $18x \equiv 111 \pmod{15}$.

Указания по выполнению заданий:

1. Вспомнить основные теоретические сведения: НОД, НОК чисел, определение функции Эйлера, теоремы Эйлера и Ферма. Решение линейных сравнений.

5. Темы для самостоятельного изучения:

- 1) Элементы комбинаторики. Перестановки, сочетания, размещения с повторением.
- 2) Рекуррентные соотношения. Доказательство основных формул арифметической, геометрической прогрессии.
- 3) Анализ текстовых задач (школьные учебники).

6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и интерактивные методы обучения.

Интерактивные формы обучения: технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, тренинг.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательная технология
1.	Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Построение классов эквивалентности.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
2.	Кольцо многочленов. Корни многочлена. Схема Горнера.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Технология научного исследования Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
3	Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
	Неприводимость многочленов над полями $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
5	Сравнения в кольце целых чисел. Признаки делимости.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1	Лекция Лекция Практическое занятие

		Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
6	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Приложения.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
7	Поле комплексных чисел.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
8	Кольцо целых чисел. Делимость чисел. НОД, НОК чисел.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Работа в малых группах Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий

7.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине

Тема: «Комплексные числа. Системы линейных уравнений Линейная алгебра».

1.Выполнить действия над комплексными числами:

a) $\frac{i^{124}(2+7i)}{-5-2i}$; b) $\sqrt[6]{(-1-i)}$

2.Решить систему матричным методом:

$$4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$$

$$5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0$$

3. Найти x_3 из системы :

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = 0$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$$

4. Найти собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей:

1. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Тема: «Делимость в кольце целых чисел, алгебра вычетов»

1. а) Найти НОД(12312, 780), использовать два способа.
б) Решить в целых числах уравнение $17x + 29y = 38$. (метод спуска).
2. Найти $\varphi(n)$, где φ – функция Эйлера, $n = 435$.
3. Найти остаток от деления a на b , если а) $a = 732^{783}, b = 29$; б) $a = 2389^{1203}, b = 25$.
4. $17x \equiv 33 \pmod{29}, 18x \equiv 111 \pmod{15}$.
5. Решить в целых числах: $12x - 19y = 28$. (теория сравнений).

Тема: «Кольцо многочленов»

Построить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий корни:

- | | |
|---|--|
| 1. $x_1 = 2 - 3i; x_2 = 2; x_3 = 1$ | 4. $x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = -2 + 3i$ |
| 2. $x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = -1 + 2i$ | 5. $x_1 = 4; x_2 = 1; x_3 = 5 - i$ |
| 3. $x_1 = 5; x_2 = 1 - 2i; x_3 = \frac{1}{5}$ | 6. $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 7 - i$ |

Решить, применяя формулу Кардано и метод Феррари, уравнения:

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. а) $x^3 - 6x^2 + 57x - 196 = 0$ | б) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = 0$ |
| 2. а) $x^3 + 6x^2 + 12x + 7 = 0$ | б) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$ |
| 3. а) $x^3 + 6x^2 + 30x + 25 = 0$ | б) $x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0$ |

С помощью схемы Горнера для многочлена $f(x)$ найти:

- 1) $f(a)$ и $f'(a)$;
 - 2) кратность корней x_1, x_2 ;
 - 3) разложить многочлен $f(x)$ по степеням $(x - a)$.
-
1. $f(x) = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 2x^2 - 12x - 8$,
1) $f(3), f'(3)$, 2) $x_1 = -2, x_2 = -1$, 3) $x - 2$

2. $f(x) = x^4 - x^3 - 9x^2 - 11x - 4$,
1) $f(2)$, $f'(2)$, 2) $x_1 = -1, x_2 = 4$, 3) $x - 2$
3. $f(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 8x^2 - 7x - 2$,
1) $f(1)$, $f'(2)$, 2) $x_1 = -1, x_2 = 2$, 3) $x + 2$
4. $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$,
1) $f(3)$, $f'(2)$, 2) $x_1 = -2, x_2 = 1$, 3) $x + 4$
5. $f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 10x + 3$,
1) $f(2)$, $f'(-2)$, 2) $x_1 = -3, x_2 = -1$, 3) $x - 2$
6. $f(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 8x^2 - 7x - 2$,
1) $f(3)$, $f'(-3)$, 2) $x_1 = -1, x_2 = 2$, 3) $x + 4$
7. $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2$,
1) $f(3)$, $f'(-2)$, 2) $x_1 = 2, x_2 = -1$, 3) $x + 4$
8. $f(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x - 4$,
1) $f(3)$, $f'(2)$, 2) $x_1 = 1, x_2 = -2$, 3) $x - 2$

Контрольная работа:

1. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2} - 4}$$

2. Решить систему, используя результат многочленов:

$$X^2 + xy - 3x + 3y - 8 = 0$$

$$3X^2 + 2xy + y^2 - 6x + 3y - 15 = 0.$$

3. Выразить через основные симметрические многочлены:

$$x_1 x_2^3 + x_1^3 x_2 + \dots + x_2^3 x_3.$$

4. Найти минимальный многочлен алгебраического числа $\alpha = \sqrt[3]{5 + 7i}$.

5. Найти корни уравнения: $10x^4 - 17x^3 - 22x^2 + 17x + 10 = 0$.

6. Найти собственные векторы линейного преобразования, заданного матрицей:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Тест

Вариант № 1

1. Пусть $*$ - бинарная алгебраическая операция на множестве рациональных чисел $Q \setminus \{1\}$: $a * b = a + b - ab$. Какие из следующих высказываний справедливы: 1) $*$ - коммутативна, 2) существует нейтральный элемент относительно $*$, 3) каждый элемент относительно $*$ обладает симметричным.

Варианты ответов:

- 1) 1,2,3 2) 1 3) 1,2 4) 2,3 5) 1,3

2. Найти объединение множеств $A = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ и $B = \{6k + 4 \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Варианты ответов:.

- 1) $\{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ 2) $\{6k + 5 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ 3) $\{6k + 3 \mid k \in \mathbb{Z}\}$
 4) $\{3k + 2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ 5) $\{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

3. Среди утверждений укажите верные :

- 1) $A \cup A = A$, 2) $A \cap \emptyset = A$, 3) $A \cup \emptyset = \emptyset$,
 4) $Z \cup N = Z$, 5) $[2;7) \cup [5;8) = [2;8)$.

Варианты ответов:.

- 1) 1,3 2) 4,5 3) 1,4,5 4) 1

4. Какие из следующих формул являются тавтологиями?

- 1) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$; 2) $p \wedge \neg p$; 3) $p \Rightarrow \neg p$; 4) $\neg \neg p \Rightarrow p$.

Варианты ответов:

- 1) 1,2 2) 2,3 3) 2,4 4) 1,2,3 5) 1,4

5. Если группа G имеет подгруппу порядка 4 и элемент порядка 3, то порядок группы может быть равен ...

Варианты ответов:

- 1) 7, 2) 4, 3) 20, 4) 12, 5) 30.

6. Наименьшая подгруппа, содержащая элемент $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ имеет порядок, равный...

Варианты ответов:

- 1) 3 2) 2 3) 4 4) 6 5) 12.

7. Какие из подмножеств множества действительных чисел являются кольцами?

- 1) $M_1 = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$, 2) $M_2 = \left\{ \frac{n}{3^m} \mid n \in \mathbb{Z}, m = 0 \vee m \in \mathbb{N} \right\}$,
 3) $M_3 = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{N}\}$, 4) $M_4 = \{7t \mid t \in \mathbb{N}\}$.

Варианты ответов:

- 1) 1,3 2) 1,2 3) 4; 4) 1,2,3 5) 3,4 .

8. Для элемента $1 + \sqrt{5}$ обратный в $\mathbb{R}$ равен ...

Варианты ответов:

- 1) $1 - \sqrt{5}$ 2) $1 + \frac{1}{\sqrt{5}}$ 3) $-1 + \sqrt{5}$

- 4) $-1 - \sqrt{5}$ 5) $-\frac{1 - \sqrt{5}}{4}$.

9. Среди бинарных отношений, определенных на множестве целых чисел, укажите отношение эквивалентности:

- 1) $x \rho y \Leftrightarrow x \vdots y$, 2) $x \rho y \Leftrightarrow x = 2y$, 3) $x \rho y \Leftrightarrow x > y$,
 4) $x \rho y \Leftrightarrow (x - y) \vdots 7$, 5) $x \rho y \Leftrightarrow (x; y) = 1$.

Варианты ответов:

- 1) 4 2) 1,4 3) 5 4) 3 5) 1,2 .

10. Выполнить действия над комплексными числами : $\frac{(3-i)i^{12}}{(1-i)i}$.

Варианты ответов:

1) $\frac{2+i}{2}$ 2) $5-3i$ +3) $1-2i$ 4) $\frac{-2+3i}{2}$ 5) $-1+2i$.

11 Аргумент числа, сопряженного числу $z = -1 + i$, равен ...

Варианты ответов:

1) $\frac{3\pi}{4}$ 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $-\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{5\pi}{4}$ 5) нет верного ответа.

12. Результат возведения в степень комплексного числа $(2(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}))^{10}$ равен ...

Варианты ответов:

1) $2^{10}(\cos\pi + i\sin\pi)$ 2) $2^{10}i$ 3) 1024
4) $2^{10}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ 5) -1024.

13. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ равен ...

Варианты ответов:

1) 1 2) 2 3) 0 4) -2 5) -6.

14. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ равен ...

Варианты ответов:

1) 4 2) 2 3) 3 4) 1 5) 5.

15. Сумма матриц $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ равна ...

Варианты ответов:

1) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 5) нет верного ответа.

16. Решением уравнения $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ является матрица ...

Варианты ответов:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$

17. Если (x_0, y_0, z_0) – решение системы
$$\begin{cases} 4x + y + 4z = -2, \\ 2x - y + 2z = -4, \\ x + y + 2z = -1, \end{cases}$$
 то значение

$x_0 + y_0 + z_0$ равно ...

Варианты ответов:

- 1) 0 2) 7 3) 5 4) 3 5) 1

18. Матрица линейного оператора

$f(x) = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3)$ имеет вид...

1) $\begin{pmatrix} 6 & -5 & -4 \\ -3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -5 & -2 & 1 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & -5 & -4 \\ -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -5 & -2 & 1 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

19. Собственные векторы линейного отображения, заданного матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, равны ...

Варианты ответов:

- 1) (1,1) 2) (0,0) 3) (2,3) 4) (-2,2) 5) (3,-2).

20. Укажите пару ортогональных векторов:

- 1) $v_1 = (1, 0, 2, 1)$, 2) $v_1 = (0, 1, 1, 0)$, 3) $v_1 = (-2, 3, 0, 1)$,
 $v_2 = (2, 3, -2, 1)$; 4) $v_2 = (-1, 1, 1, -1)$; 5) $v_2 = (1, 1, 2, 5)$;
 4) $v_1 = (1, -2, 0, 3)$, 5) $v_1 = (0, 0, 2, 3)$,
 $v_2 = (2, 1, 5, 0)$ $v_2 = (1, 1, 1, 1)$.

Варианты ответов:

- 1) 2,4,5 2) 1 3) 2, 3 4) 4 5) нет верного ответа.

21. Кратность корня $x = 2$ многочлена $f(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ равна ...

Варианты ответов:

- 1) 0 2) 3 3) 2 4) 1 5) 4.

22. Многочлен $f(x) = ax^5 - 2x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$ неприводим над полем рациональных чисел, если коэффициент a равен ...

Варианты ответов:

- 1) 2 2) 4 3) 0 4) 6 5) 1

23. Многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, корни которого 2 и $1 - i$, имеет вид ...

Варианты ответов:

- 1) $x^2 - 4x + 3$ 2) $x^3 - 4x^2 + 3x + 2$
 3) $x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 5$ 4) $x^3 - 4x^2 + 6x - 4$
 5) $x^3 + 5x^2 - 3x + 7$.

24. Высший член многочлена $5x_1^2x_2^2x_3^2 - 2x_1^3x_2x_3^2 + x_1^3x_2^2x_3 + 4x_1^5 + 2x_1x_2^6$ равен ...

Варианты ответов:

- 1) $5x_1^2 x_2^2 x_3^2$ 2) $2x_1 x_2^6$ 3) $-2x_1^3 x_2 x_3^2$
 4) $4x_1^5$ 5) $x_1^3 x_2^2 x_3$.

25. Минимальный многочлен алгебраического числа $\sqrt[3]{2} - 3$ имеет вид ...

Варианты ответов:

- 1) $x^3 - 2$ 2) $x^3 - 3x^2 + 2$
 3) $x^4 + 2$ 4) $x^3 - 9x^2 + 27x - 29$
 5) $x^3 + 9x^2 + 27x + 25$.

Критерий оценки заданий:

За правильный ответ: 1 балл

За неправильный ответ: вычитается 0,25 балла

Если ответ не указан: 0 баллов

Максимальное число баллов – 25.

Задания к зачету:

1. Метод математической индукции.
2. Действия над комплексными числами.
3. Решение систем матричным методом.
4. Решение систем по формулам Крамера.
5. Решение систем методом Гаусса.
6. Корни многочлена. Кратность корней.
7. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
8. Арифметические приложения теории сравнений.

– оценка «**зачтено**» выставляется за полный безошибочный ответ по вопросам из программы. Практическое задание выполнено без ошибок.

– оценка «**незачтено**» выставляется в случае отсутствия необходимых теоретических знаний по дисциплине, не выполнена практическая работа.

8. Система оценивания планируемых результатов обучения**Балльная структура оценки**

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение практических занятий	4 (0,25)	4 (0,25)
2	Активная работа на занятии	0	4 (0,25)
3	Контрольная работа	6	10
4	Тест	20	42
5	Контрольная работа	20	40
6	Всего	50	100

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. А. Сикорская. — Электрон.текстовые данные. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 304 с. — 978-5-7410-1943-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>
2. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. — Электрон.текстовые данные. — М.: Евразийский открытый институт, 2011. — 278 с. — 978-5-374-00535-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html>

б) дополнительная литература:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. - СПб : Лань, 2006. - 176 с
2. Гущина О.А. Избранные вопросы алгебры и геометрии / О.А.Гущина, Т.А. Неешпапа, Л.Г. Чикишева. - Южно-Сахалинск.:СахГУ, 2011.-139 с.
3. Гущина О.А. Сравнения в кольце целых чисел/ О.А. Гущина, Т.А. Неешпапа.- Южно-Сахалинск:СахГУ, 2012. -95 с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. - СПб: Лань, 2005. – 432 с.
5. Нестеренко Ю.В. Теория чисел/ Ю.В.Нестеренко.- М.: Академия, 2008. – 260 с.
6. Сизый С.В. Лекции по теории чисел / С.В. Сизый.– М.:Физматлит, 2008. – 426 с.
7. Смолин Ю.Н. Алгебра и теория чисел /Ю.Н. Смолин. –М.: Флинта: Наука, 2006. - 264 с.
8. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. / Л.Б. Шнеперман . – СПб: Лань, 2008.- 224 с.
9. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон.дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/289>.
10. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон.дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/246>.

9.4. Программное обеспечение

– Программный комплекс «Электронные журналы», используемый для учета и анализа успеваемости обучающихся

- Microsoft VisualFoxPro Professional 9/0 Win32 Single Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 49512935);
- Microsoft Win Home Basic 7 Russian Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 61031351),
- Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351),
- Microsoft Internet Security&Accel Server Standart Ed 2006 English Academic OPEN,(бессрочная), (лицензия 41684549),
- Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Kaspersky Endpoint Security длябизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срокпользованияс 2019-05-13 по 2021-04-13
- ABBYYFineReader 11 Professional Edition, (бессрочная), (лицензия AF11-2S1P01-102/AD),
- Microsoft Volume Licensing Service, (бессрочная), (лицензия 62824441),

9.5. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:

- «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года;
- Официальный Web-сайт СахГУ <http://sakhgu.ru/>; saxgu.pф
- Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования <http://i-exam.ru/>
- Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY <http://elibrary.ru>
- Сайт университетской библиотеки ONLINE <http://www.biblioclub.ru/>
- Сайт электронно-библиотечной системы IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>
- Сайт информационной справочной системы Polpred.com [http:// polpred.com/](http://polpred.com/)
- <https://math.ru/>

На сайте вы найдёте книги, видеолекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни учёных — всё то, что может окунуться в удивительный и увлекательный мир математики.

- <https://function-x.ru/>

На этом сайте даны решения многих типичных и более сложных задач по высшей математике, дискретной математике, статистике, программированию, работе с базами данных и анализу данных на языке SQL. Они сопровождаются самым необходимым теоретическим материалом по теме.

- <http://olimpiada.ru/> Олимпиады для школьников

10 Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки;
2. Доступ к Интернет-ресурсам;
3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием во время самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры
№ _____ от _____

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочей программе дисциплины «Избранные вопросы алгебры» по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль «Математика и физика»

на 20__/20__ учебный год

1. В _____ вносятся следующие изменения:
(элемент рабочей программы)

- 1.1.;
- 1.2.;
- ...
- 1.9.

2. В _____ вносятся следующие изменения:
(элемент рабочей программы)

- 2.1.;
- 2.2.;
- ...
- 2.9.

3. В _____ вносятся следующие изменения:
(элемент рабочей программы)

- 3.1.;
- 3.2.;
- ...
- 3.9.

Составитель
дата

подпись

расшифровка подписи

Зав. кафедрой

подпись

расшифровка подписи