

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сахалинский государственный университет»
Кафедра математики**

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
«17» июня 2021 г., протокол №11
Зав. кафедрой

Самсикова Н. А.

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Б1.О.07.03 «Геометрия»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Профиль подготовки
«Математика и физика»

1. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине (модулю)

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК–1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа. УК-1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; собирать данные по сложным научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и решений на основе экспериментальных действий. УК-1.3. Владеет: исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявлением научных проблем и использованием адекватных методов для их решения; демонстрацией оценочных суждений в решении проблемных профессиональных ситуаций.
ПКС–4	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средства преподаваемых учебных предметов	ПКС-4.1. моделирует и проектирует образовательную среду для формирования результатов обучения, в том числе в предметной области среднего образования «Математика», в целях достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения ПКС-4.2. применяет принципы междисциплинарного подхода для достижения метапредметных и предметных результатов в предметных областях среднего образования «Математика» ПКС-4.3. Использует технологии личностного развития, знания в области математического мышления, формируемого учебными пособиями по математике для достижения личностных результатов учащихся.
ПКС–6	Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и	ПКС-6.1. знает основные методики систематизации знаний, приемы анализа,

	решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в области образования	основные законы и принципы дидактической эвристики; ПКС-6.2. Умеет использовать знания для обоснования метода исследования ПКС-6.3. Владеет навыками сбора, анализа, систематизации и обработки информации по актуальным проблемам науки; навыком постановки задачи, выбора методов ее решения.
ПКС–7	Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций	ПКС-7.1. выделяет и анализирует единицы различных уровней математики в единстве их содержания, формы и функций ПКС-7.2. выделяет и анализирует явления разных уровней математики в их структурном единстве и функциях ПКС-7.3. знает и умеет анализировать организацию систему математических понятий, определений, теорем и их следствий
ОПК-8.	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	ОПК-8.1. Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных (педагогических) систем, роль и место образования в жизни личности и общества; культурно-исторические, нормативно-правовые, аксиологические, этические, медико-биологические, эргономические, психологические основы (включая закономерности, законы, принципы) педагогической деятельности; классические и инновационные педагогические концепции и теории; теории социализации личности, индикаторы индивидуальных особенностей траекторий жизни, их возможные девиации, а также основы их психодиагностики; основы психодидактики, поликультурного образования, закономерностей поведения в социальных сетях; законы развития личности и проявления личностных свойств, психологические законы периодизации и кризисов развития. ОПК-8.2.

		Уметь осуществлять педагогическое целеполагание и решать задачи профессиональной педагогической деятельности на основе специальных научных знаний; оценивать результативность собственной педагогической деятельности. ОПК-8.3. Владеть алгоритмами и технологиями осуществления профессиональной педагогической деятельности на основе специальных научных знаний; приемами педагогической рефлексии; навыками развития у обучающихся познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, формирования гражданской позиции, способности к труду и жизни в условиях современного мира, формирования у обучающихся культуры здорового и безопасного образа жизни.
--	--	--

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Элементы векторной алгебры	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 1, 2.
2	Метод координат на прямой	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 3.
3	Метод координат на плоскости	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 4.
4	Прямая линия на плоскости	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 4.
	Экзамен	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Экзамен по билетам
5	Линии второго порядка на плоскости	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 5.
6	Метод координат в пространстве	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 6.
7	Плоскость и прямая в пространстве	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 7.
8	Поверхности второго порядка	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание.
	Экзамен	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Экзамен по билетам
9	Преобразования плоскости и пространства	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 8, собеседование
10	Геометрические построения на плоскости	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочные работы № 9, 10
	Экзамен	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Экзамен по билетам
11	Методы изображения плоских и пространственных фигур	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Проверочная работа № 11
12	Многогранники в евклидовом пространстве	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 12
13	Измерение длин и площадей	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная работа № 13
14	Понятие о неевклидовых геометриях	УК–1, ПКС–4, ПКС–6, ПКС–7, ОПК-8.	Индивидуальное задание, проверочная

			работа № 13
	Экзамен	УК-1, ПКС-4, ПКС-6, ПКС-7, ОПК-8.	Экзамен по билетам

3. Оценочные средства

1 курс, 2 семестр

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ ПО ГЕОМЕТРИИ

1. (3 балла) Даны координаты вершин параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$: $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, -3)$, $C(5, 2, 6)$, $A_1(-6, -5, 7)$. Найти: а) координаты остальных вершин; б) объем параллелепипеда; в) длину высоты, проведенной к плоскости ABC .

2. (2 балла) $ABCDE$ – произвольный пятиугольник, K, L, M, N, P – середины сторон AB, BC, CD, DE, EA соответственно. Можно ли составить треугольник из отрезков KL, MN, AP ?

3. (2 балла) Построить линии, заданные следующими уравнениями в ПДСК:

а) $y = |x - 1|$; б) $x + 2 = |y|$.

4. (2 балла) Составить уравнение геометрического места точек, сумма квадратов расстояний которых до точек $A(-3, 0)$ и $B(3, 0)$ равна 50.

5. (1 балл) Дано уравнение линии в полярных координатах: $\rho = 4 \cos \varphi$. Составить уравнение этой линии в согласованной декартовой системе координат и определить, какая это линия.

6. (2 балла) Найти координаты центра и радиус окружности. Составить уравнения касательных к окружности, параллельных прямой d .

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 11 = 0, \quad d: 3x + 2y - 1 = 0.$$

7. (3 балла) На сторонах CB и AB треугольника ABC взяты точки M и K такие, что $CM:MB = 3:4$, $AK:KB = 3:2$. Отрезки AM и CK пересекаются в точке P . Найти, в каком отношении точка P делит отрезки AM и CK . Вычислить площадь четырехугольника $BMPK$, если площадь треугольника ABC равна 45 кв. ед. (Решить задачу двумя способами: с помощью теоремы Фалеса и с помощью векторов)

Максимальное количество баллов за задачу указано в скобках.

Для зачета индивидуального задания нужно получить не менее 10 баллов.

Проверочная работа

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА №1

1. Пусть O – точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$, а точки E и F – середины сторон BC и AD соответственно. Построить вектор $\overrightarrow{AX}$, если $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{EF}$.

2. Дан треугольник ABC . Построить такую точку X , что $2\overrightarrow{XA} + 2\overrightarrow{XB} - 3\overrightarrow{XC}$.

3. Пусть $ABCD$ – параллелограмм, P – точка пересечения его диагоналей, M, N – середины сторон AB и CD соответственно. Найти координаты векторов $\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PN}$ в базисе $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА №2

1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}$ образуют угол $\varphi = \pi/3$. Зная, что $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2$, вычислить угол между векторами $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{q} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

2. Зная, что $|\vec{a}| = 4\sqrt{2}, |\vec{b}| = 7, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$, найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p} = 3\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{q} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

3. Вычислить, какую работу производит сила $\vec{F}(2, -4, 3)$, когда ее точка приложения перемещается из начала в конец вектора $\vec{s} = (3, -5, -7)$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 3

1. Изобразить на координатной прямой множества точек, координаты которых удовлетворяют соотношениям: а) $|x - 2| = 4$; б) $|x + 3| < 2$; в) $|x + 1| > 3$.
2. Найти координату точки M , делящей отрезок AB в отношении $\lambda = 3$, если $A(-3)$, $B(2)$.
3. Даны две точки $A(-1)$, $B(4)$. Найти координаты точки M , симметричной точке A относительно точки B .

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 4

1. Даны середины $M_1(2, 3)$, $M_2(-1, 2)$, $M_3(4, 5)$ сторон треугольника. Составить уравнения сторон треугольника. Задать неравенствами внутреннюю область треугольника.
2. Установить взаимное расположение пар прямых. Если эти прямые пересекаются, то найти координаты точки пересечения и угол между прямыми; если прямые параллельны, то найти расстояние между ними.
а) $d_1: 2x - 5y + 3 = 0, d_2: \begin{cases} x = -3 + 5t, \\ y = -1 + 2t; \end{cases}$ б) $d_1: 2x - 3y - 7 = 0, d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4}$
3. В пучке $\alpha(2x + y - 4) + \beta(x - y + 2) = 0$ найти прямую, проходящую
а) через точку $A(2, -3)$; б) параллельно прямой $x + 3y - 4 = 0$; в) перпендикулярно прямой $2x - 3y = 0$.

Каждая проверочная работа оценивается от 3 до 5 баллов:

5 баллов – работа выполнена полностью и безошибочно;

4 балла – работа выполнена полностью, но имеются негрубые или вычислительные ошибки;

3 балла – решено более половины заданий с несущественными недочетами.

Перечень вопросов к экзамену 2 семестр

1. Система координат на прямой. Расстояние между точками.
2. Система координат на прямой. Деление отрезка в данном отношении.
3. Понятие свободного вектора.
4. Сложение векторов и его свойства.
5. Определение разности векторов, доказательство существования и единственности разности двух векторов.
6. Разложение вектора на составляющие по двум прямым.
7. Разложение вектора на составляющие по прямой и плоскости.
8. Разложение вектора на составляющие по трем прямым в пространстве.
9. Умножение вектора на число. Свойства.
10. Понятие линейной зависимости векторов. Свойства.
11. Коллинеарные векторы. Признак коллинеарности двух векторов. Геометрический смысл линейной зависимости двух векторов.
12. Компланарные векторы. Теорема о компланарных векторах. Геометрический смысл линейной зависимости трех векторов.
13. Компланарные векторы. Теорема о разложении вектора по трем некомпланарным векторам. Геометрический смысл линейной зависимости четырех векторов.
14. Понятие векторного пространства. Базис, размерность векторного пространства. Координаты вектора.
15. Подпространства векторного пространства.
16. Ориентация двумерного векторного подпространства.
17. Скалярное произведение векторов и его свойства.
18. Векторное произведение векторов и его свойства.
19. Смешанное произведение векторов и его свойства.

20. Аффинная система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении.
21. Формулы преобразования координат точки при переходе от одной аффинной системы координат к другой.
22. Формулы преобразования координат точки при переходе от одной ПДСК на плоскости к другой.
23. Способы задания и уравнения прямой на плоскости: с определителем, каноническое, параметрическое.
24. Задание прямой на плоскости точкой и вектором нормали. Общее уравнение прямой на плоскости.
25. Особенности расположения прямой относительно осей координат на плоскости. Уравнение прямой «в отрезках».
26. Задание полуплоскости.
27. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых.
28. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Оценка «отлично» выставляется студенту, глубоко и прочно усвоившему программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагающему, в ответе которого увязывается теория с практикой, он показывает знакомство с литературой, правильно обосновывает и использует рациональные способы решения задачи.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, твёрдо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который знает только основной программный материал, но не усвоил его деталей, допускает в ответе неточности, некорректно формулирует основные законы и правила, затрудняется в выполнении практических задач.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические работы.

2 курс, 3 семестр

Индивидуальное задание

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 1

1. (8 баллов) Привести уравнение линии к каноническому виду и построить изображение линии. (Если линия мнимая, то построить исходную и преобразованную систему координат)

а) $4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$; б) $9x^2 + 5y^2 + 18x - 30y + 9 = 0$;

в) $4x^2 - 9y^2 + 10x + 9y + 4 = 0$; г) $x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 10y + 13 = 0$.

2. (1 балл) Дано уравнение окружности в декартовой системе координат: $x^2 + y^2 - 2x = 0$. Составить уравнение этой линии в согласованной полярной системе координат.

3. (4 балла) Найти координаты центра и радиус окружности. Составить уравнения касательных к окружности, параллельных прямой d .

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 11 = 0, d: 3x + 4y - 1 = 0.$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 2

1. (2 балла) Выяснить взаимное расположение двух прямых. Если прямые лежат в одной плоскости, то составить ее уравнение.

а) $d_1: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}, \quad d_2: \begin{cases} x+y-z=0, \\ x-y-5z-8=0; \end{cases}$

б) $d_1: \begin{cases} x-2y+z-1=0, \\ 2x-y+2z+1=0, \end{cases} \quad d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}.$

2. (1 балл) Найти координаты точки, симметричной началу координат относительно плоскости $\sigma: x-2y+4z-21=0$.

3. (2 балла) В пучке, определяемом плоскостями $2x+y-3z+2=0, 5x+5y-4z+3=0$, найти две перпендикулярные друг другу плоскости, одна из которых проходит через точку $(4, -3, 1)$.

4. (1 балл) Зная, что $|\vec{a}|=4\sqrt{3}, |\vec{b}|=5, \angle(\vec{a}, \vec{b})=120^\circ$, найти: а) косинус угла между векторами $\vec{p}=2\vec{a}-3\vec{b}, \vec{q}=\vec{a}+3\vec{b}$; б) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

5. (2 балла) Даны координаты вершин призмы $ABCA_1B_1C_1$: $A(2, 3, 1), B(4, 1, -2), C(6, 3, 7), A_1(-5, -4, 8)$. Найти: а) координаты остальных вершин; б) объем призмы; в) длину высоты, проведенной к плоскости ABC .

6. (1 балл) При каких значениях A и D прямая $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ принадлежит плоскости $\sigma: Ax+y-2z+D=0$?

7. (3 балла) Составить уравнение касательной плоскости к сфере $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 1$, параллельной плоскости $4x+4y+2z-5=0$.

8. (3 балла) Найти параметрические уравнения прямолинейных образующих поверхности $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$, проходящих через точку $A(2, 6, 8)$. Найти уравнение плоскости, содержащей эти образующие.

Максимальное количество баллов за задачу указано в скобках.

Для зачета индивидуального задания нужно получить не менее 8 баллов.

Проверочная работа

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 5

Привести уравнение линии к каноническому виду, определить основные характеристики линии, построить линию и ее директрисы.

а) $9x^2 + 4y^2 - 18x - 8y - 23 = 0$; б) $x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0$;

в) $x^2 - 6x - 2y - 1 = 0$; г) $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 = 0$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 6

1. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках: $A(4, 1, 3), B(7, 7, 6), C(5, 4, 1), D(6, 3, 5)$. Найти длину высоты, проведенной к грани ABD . Составить уравнение плоскости ABD .

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AB , если $A(1, 3, -2), B(7, 4, -4)$.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 7

1. Выяснить взаимное расположение пар плоскостей:

а) $3x - 2y + 7z = 0, -6x + 4y - 14z - 3 = 0$;

б) $-x + 10y - 2z + 6 = 0, 3x - 30y + 6z - 18 = 0$.

Если плоскости параллельны, то найти расстояние между ними.

2. Найти проекцию точки $A(2, 11, -5)$ на плоскость $\sigma: x + 4y - 2z + 7 = 0$.

3. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной прямой $\begin{cases} x = t - 2, \\ y = -2t + 5, \\ z = 2t - 3, \end{cases}$ и

касающейся сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Каждая проверочная работа оценивается от 3 до 5 баллов:

5 баллов – работа выполнена полностью и безошибочно;

4 балла – в работе имеются негрубые или вычислительные ошибки;

3 балла – решено более половины заданий с несущественными недочетами.

Перечень вопросов к экзамену 3 семестр

1. Эллипс. Определение. Каноническое уравнение.
2. Эллипс. Определение. Свойства.
3. Гипербола. Определение. Каноническое уравнение.
4. Гипербола. Определение. Свойства.
5. Парабола. Определение. Каноническое уравнение. Свойства.
6. Директориальное свойство эллипса и гиперболы.
7. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах.
8. Мнимые точки плоскости. Общее уравнение линии второго порядка и его инварианты. Леммы.
9. Общее уравнение линии второго порядка. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
10. Классификация линий второго порядка.
11. Способы задания и уравнения плоскости.
12. Общее уравнение плоскости. Особенности расположения плоскости относительно системы координат.
13. Задание полупространства.
14. Взаимное расположение двух, трех плоскостей в пространстве.
15. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями.
16. Способы задания и уравнения прямой в пространстве.
17. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
18. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.
19. Поверхности второго порядка. Определение. Метод сечений.
20. Поверхности вращения. Цилиндрические и конические поверхности.
21. Эллипсоид. Определение. Свойства.
22. Однополостный гиперболоид. Определение. Свойства.
23. Двуполостный гиперболоид. Определение. Свойства.
24. Эллиптический параболоид. Определение. Свойства.
25. Гиперболический параболоид. Определение. Свойства.
26. Скалярное произведение векторов и его свойства.
27. Векторное произведение векторов и его свойства.
28. Смешанное произведение векторов и его свойства.

Оценка «отлично» выставляется студенту, глубоко и прочно усвоившему программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагающему, в ответе которого увязывается теория с практикой, он показывает знакомство с литературой, правильно обосновывает и использует рациональные способы решения задачи.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, твёрдо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который знает только основной программный материал, но не усвоил его деталей, допускает в ответе неточности, некорректно формулирует основные законы и правила, затрудняется в выполнении практических задач.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические работы.

2 курс, 4 семестр

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ ПО ГЕОМЕТРИИ

1. (2 балла) Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и разности катетов.

2. (2 балла) Даны прямая, окружность и точка O , им не принадлежащая. Построить квадрат с центром в точке O так, чтобы две его смежные вершины лежали на данных прямой и окружности.

3. (3 балла) Дан круг с центром O и радиусом R . Построить окружность с тем же центром, которая делила бы площадь данного круга в отношении 2 : 1.

4. (3 балла) Даны отрезки a, b, c . Построить отрезок x , если это возможно:

а) $x = \frac{a^2+bc}{\sqrt{ab-b^2}}$; б) $x = \frac{a^3+2ab}{b^2-ac}$; в) $x = \frac{ab\sqrt{b^2+c^2}}{c\sqrt{a^2-2b^2}}$.

5. (2 балла) Противоположные стороны шестиугольника попарно равны и параллельны. Доказать, что шестиугольник имеет центр симметрии. Является ли он правильным?

6. (4 балла) Дан прямоугольный равнобедренный треугольник ABC , в котором $AC = BC = 5$. Внутри треугольника взята точка M такая, что $CM = \sqrt{5}$, $BM = \sqrt{10}$. Найти угол AMC .

Максимальное количество баллов за задачу указано в скобках.

Для зачета индивидуального задания нужно получить не менее 10 баллов.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 8

1. Найти уравнение движения первого рода, при котором точки $A(1, -3)$, $B(4, -1)$ переходят соответственно в точки $A_1(-1, 1)$ и $B_1(-3, 4)$. Определить, какое это движение. Найти элементы, его определяющие.

2. Найти уравнение движения второго рода, при котором точки $A(2, 3)$, $B(0, 6)$ переходят соответственно в точки $A_1(5, 0)$ и $B_1(8, -2)$. Определить, какое это движение. Найти элементы, его определяющие.

3. Найти уравнение образа прямой $2x + 3y - 4 = 0$ при параллельном переносе, переводящем точку $A(2, 3)$ в точку $A_1(5, 0)$.

Проверочная работа № 8 оценивается от 3 до 5 баллов:

- 5 баллов – работа выполнена полностью и безошибочно;
4 балла – решены только две задачи полностью и безошибочно;
3 балла – решены две задачи, но имеются негрубые вычислительные ошибки, либо решена полностью одна задача и получен основной результат по другой задаче.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 9

Решить элементарную задачу на построение (ЭЗ) с полным обоснованием:

- ЭЗ1. Отложить на данном луче от его начала отрезок, равный данному отрезку.
ЭЗ2. Отложить от данного луча в данную полуплоскость угол, равный данному углу.
ЭЗ3. Построить треугольник по трем сторонам.
ЭЗ4. Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.
ЭЗ5. Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.
ЭЗ6. Построить биссектрису данного неразвернутого угла.
ЭЗ7. Построить серединный перпендикуляр данного отрезка.
ЭЗ8. Построить середину данного отрезка.
ЭЗ9–А. Построить прямую, перпендикулярную данной прямой и проходящую через данную точку, принадлежащую данной прямой.
ЭЗ9–Б. Построить прямую, перпендикулярную данной прямой и проходящую через данную точку, не принадлежащую данной прямой.
ЭЗ10. Построить прямую, проходящую через данную точку и параллельную данной прямой.
ЭЗ11. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.
ЭЗ12. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и катету.
ЭЗ13. Построить касательную к окружности, проходящую через данную на ней точку.
ЭЗ14. Построить касательную к окружности, проходящую через точку, не принадлежащую этой окружности.

Студенту предлагается выполнить два задания из предложенного списка. За верное и полное решение каждого задания начисляется по два балла. За выполненное построение без обоснования начисляется 1 балл. В целом за выполнение данной проверочной работы можно получить от 2 до 4 баллов.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 10

Решить задачу на отыскание множества точек с полным обоснованием:

- 1°. Множество точек плоскости, каждая из которых равноудалена от двух данных точек A и B , есть серединный перпендикуляр отрезка AB .
2°. Множество точек плоскости, находящихся на данном расстоянии от данной прямой, есть две прямые, параллельные данной и отстоящие от нее на данном расстоянии.
3°. Множество точек плоскости, каждая из которых равноудалена от двух данных параллельных прямых, есть прямая, являющаяся их осью симметрии.
4°. Множество точек плоскости, каждая из которых равноудалена от двух данных пересекающихся прямых, есть две взаимно перпендикулярные прямые, содержащие биссектрисы углов, образованных данными прямыми.
5°. Множество точек плоскости, из которых отрезок AB виден под прямым углом, есть окружность (без точек A и B), построенная на отрезке AB как на диаметре.
6°. Множество точек плоскости, из которых отрезок AB виден под углом φ , где $\varphi \neq 90^\circ$, $\varphi \neq 180^\circ$, есть две дуги с общими концами A и B (без точек A и B), симметричные относительно прямой AB .
7°. Множество точек плоскости, из которых данная окружность видна под углом φ , где $\varphi \neq 180^\circ$, есть окружность, концентрическая с данной, радиус которой больше радиуса данной окружности.

8°. Множество точек плоскости, делящих всевозможные хорды окружности (O, OA) , проведенные через точку A окружности, в одном и том же отношении λ , где $\lambda > 0$, есть окружность (без точки A) с центром на прямой OA , проходящая через точку A .

9°. Множество точек плоскости, для каждой из которых разность квадратов расстояний от двух данных точек A и B постоянна, есть прямая, перпендикулярная прямой AB .

10°. Множество точек плоскости, для каждой из которых сумма квадратов расстояний от двух данных точек A и B равна a^2 , есть окружность с центром в середине отрезка AB , если $2a^2 > AB^2$, середина отрезка AB , если $2a^2 = AB^2$, пустое множество, если $2a^2 < AB^2$.

11°. Множество точек плоскости, для каждой из которых отношение расстояний от двух данных точек A и B постоянно, есть окружность с центром на прямой AB . (Окружность Аполлония)

Студенту предлагается выполнить два задания из предложенного списка. За верное и полное решение каждого задания начисляется по два балла. За выполненное построение без обоснования начисляется 1 балл. В целом за выполнение данной проверочной работы можно получить от 2 до 4 баллов.

ВОПРОСЫ К СОБЕСЕДОВАНИЮ ПО ТЕМЕ «ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОСТИ»

1. Преобразование множества. Тожественное преобразование. Композиция преобразований. Теорема о группе преобразований множества.
2. Движение плоскости. Примеры движений. Утверждение о преобразовании репера.
3. Движение плоскости. Основная теорема.
4. Движение плоскости. Свойства движений.
5. Флаг на плоскости. Теорема о существовании движения, переводящего флаг во флаг.
6. Параллельный перенос. Определение. Свойства. Аналитическое представление.
7. Поворот. Определение. Свойства. Аналитическое представление.
8. Центральная симметрия. Определение. Свойства. Аналитическое представление.
9. Осевая симметрия. Определение. Свойства. Аналитическое представление.
10. Скользящая симметрия. Определение. Свойства. Аналитическое представление.
11. Ориентация плоскости. Движения первого и второго рода. Аналитическое представление движений 1-го и 2-го рода. Теорема об аналитическом представлении движения.
12. Инвариантные элементы преобразования. Леммы.
13. Классификация движений первого рода.
14. Классификация движений второго рода.
15. Теорема о представлении движения композицией осевых симметрий.

Для получения зачета по собеседованию студент должен предоставить полный ответ на один из вопросов.

Перечень вопросов к экзамену

4 семестр

1. Преобразование множества. Композиция преобразований. Теорема о группе преобразований множества.
2. Движение плоскости. Основная теорема.
3. Движение плоскости. Свойства движений.
4. Ориентация плоскости. Движения 1-го и 2-го рода, их аналитическое представление движений. Теорема.
5. Классификация движений первого рода.
6. Классификация движений второго рода.

7. Теорема о представлении движения композицией осевых симметрий.
8. Группа движений и ее подгруппы. Равные фигуры. Теорема о равенстве треугольников.
9. Группа симметрий геометрической фигуры. Свойства группы симметрий ограниченной фигуры.
10. Гомотетия плоскости. Определение. Свойства. Аналитическое представление.
11. Преобразование подобия. Теорема о представлении подобия композицией гомотетии и движения.
12. Аналитическое представление подобия. Теорема об аналитическом представлении подобия.
13. Аффинные преобразования. Теорема о существовании аффинного преобразования.
14. Аффинные преобразования. Свойства.
15. Аффинные преобразования. Теорема об аналитическом представлении аффинного преобразования.
16. Перспективно-аффинные преобразования.
17. Примеры перспективно-аффинных преобразований.
18. Инверсия плоскости и ее свойства.
19. Аксиоматика конструктивной геометрии. Аксиомы инструментов. Основные построения.
20. Задача на построение. Элементарные геометрические задачи на построение.
21. Задача на построение. Методика решения задачи на построение. Основные методы решения задач на построение.
22. Множества точек на плоскости, заданные характеристическим свойством (ГМТ). Основные множества точек на плоскости. Отыскание множеств точек, заданных характеристическим свойством.
23. Метод геометрических мест при решении задачи на построение.
24. Метод геометрических преобразований при решении задачи на построение. Основные ситуации для применения метода геометрических преобразований.
25. Построение отрезков, длины которых заданы однородными выражениями первой степени.
26. Построение отрезков, заданных простейшими формулами. Построение отрезков, длины которых заданы произвольными выражениями.
27. Алгебраический метод решения задачи на построение.
28. Признак разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.

Критерии оценки:

– **оценка «отлично»** выставляется студенту, если студент свободно ориентируется в теоретическом материале; умеет изложить и корректно оценить различные подходы к излагаемому материалу, способен сформулировать и доказать собственную точку зрения; обнаруживает свободное владение понятийным аппаратом; демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и полное освоение показателей формируемых компетенций;

– **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если студент хорошо ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций;

– **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если студент может ориентироваться в теоретическом материале; в целом имеет представление об основных понятиях излагаемой темы, частично демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение некоторых показателей формируемых

компетенций;

– **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если студент не ориентируется в теоретическом материале; не сформировано представление об основных понятиях излагаемой темы, не демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение показателей формируемых компетенций.

3 курс, 5семестр

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ ПО ГЕОМЕТРИИ

1. (5 баллов) В правильной треугольной пирамиде $SABC$, все ребра которой равны 2, точка M – середина ребра AB , точка O – центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении 3:1, считая от вершины пирамиды. Найдите расстояние от точки C до прямой MF .

2. (5 баллов) Дана правильная четырехугольная пирамида $MABCD$, все ребра основания которой равны 7. Угол между прямыми DM и AL , где L – середина ребра MB , равен 60° . Найдите высоту данной пирамиды.

3. (5 баллов) В треугольнике ABC на лучах AB , BC , CA выбраны соответственно точки K , L , M так, что $AK:AB = 3:2$, $BL:BC = 4:3$, $CM:CA = 5:4$. Найдите площадь треугольника с вершинами K , L , M , если площадь треугольника ABC равна 60.

4. (5 баллов) Периметр равнобедренной трапеции равен 136. Известно, что в эту трапецию можно вписать окружность, причем боковая сторона делится точкой касания в отношении 9:25. Прямая, проходящая через центр окружности и вершину трапеции, отсекает от трапеции треугольник. Найдите отношение площади этого треугольника к площади трапеции.

5. (2 балла) На расширенной евклидовой прямой задан проективный репер $R = (A_1, A_\infty, E)$. Построить точки по их координатам: $M(-1:1)$, $N(2:1)$, $K(-1:2)$.

6. (3 балла) На проективной прямой заданы два репера R и R^* . Известны формулы перехода от репера R к реперу R^* : $\begin{cases} \rho x_1 = x_1^* + x_2^*, \\ \rho x_2 = 2x_1^* - x_2^* \end{cases}$. а) Зная координаты точек $M(-1:1)$, $N(2:1)$, $K(-3:1)$ в R^* , найти их координаты в R . б) Зная координаты точек $M(-1:1)$, $N(0:1)$, $K(2:4)$ в R , найти их координаты в R^* .

Максимальное количество баллов за задачу указано в скобках.

Для зачета индивидуального задания нужно получить не менее 15 баллов.

Проверочная работа

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 11

Решить задачи двумя способами:

1. Построить сечение призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки: M в грани $AB B_1 A_1$, K – в грани $ADD_1 A_1$, N – в плоскости $AA_1 C_1 C$, внутри призмы.

2. Построить сечение пирамиды $PABCD$ плоскостью, проходящей через точки: M в грани PAD , K – в грани PBC , N – на продолжении ребра AB .

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 12

1. Найти двугранные углы при основании правильной пятиугольной пирамиды, если плоские углы боковых граней при основании равны α .

2. Найти двугранные углы правильного октаэдра.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 13

1. Сторона AB треугольника ABC продолжена за вершину B на отрезок $BP = AB$, сторона BC продолжена за вершину C на отрезок $CK = BC$, сторона CA продолжена за вершину A на отрезок $AM = CA$. Найти отношение площадей треугольников PKM и ABC .

2. Равнобокая трапеция описана около круга. Боковая сторона трапеции делится точкой касания на отрезки длиной 12 и 48. Найти площадь трапеции.

3. Найти координаты точки D , если $(AB, CD) = 0,5$ и известны координаты точек $A(-1; 1)$, $B(2; 1)$, $C(1; 0)$. Найти, чему равно (AC, BD) .

Каждая проверочная работа оценивается от 3 до 5 баллов:

5 баллов – решены все задачи полностью и безошибочно;

4 балла – решены все задачи, но обоснование проведено не полностью;

3 балла – решена одна задача с полным обоснованием.

Примерный перечень вопросов

к итоговому экзамену по дисциплине «Геометрия»

1. Коллинеарные векторы. Признак коллинеарности двух векторов. Геометрический смысл линейной зависимости двух векторов.
2. Компланарные векторы. Геометрический смысл линейной зависимости трех векторов. Теорема о разложении вектора в плоскости.
3. Ориентация плоскости.
4. Скалярное произведение векторов и его свойства.
5. Векторное произведение векторов и его свойства.
6. Смешанное произведение векторов и его свойства.
7. Общее уравнение прямой на плоскости.
8. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых.
9. Эллипс. Определение. Каноническое уравнение. Свойства.
10. Гипербола. Определение. Каноническое уравнение. Свойства.
11. Классификация линий второго порядка.
12. Способы задания и уравнения плоскости в пространстве.
13. Взаимное расположение двух, трех плоскостей в пространстве.
14. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями.
15. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
16. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.
17. Движение плоскости. Основная теорема. Свойства движений.
18. Движения первого и второго рода. Классификация движений.
19. Группа движений и ее подгруппы. Равные фигуры. Теорема о равенстве треугольников.
20. Преобразование подобия плоскости. Теорема о представлении подобия композицией гомотетии и движения.
21. Аналитическое представление подобия. Теорема об аналитическом представлении подобия.
22. Аффинные преобразования. Теорема о существовании аффинного преобразования.
23. Аффинные преобразования. Свойства.
24. Аналитическое представление аффинного преобразования. Теорема.
25. Перспективно-аффинные преобразования. Определение. Свойства.
26. Инверсия плоскости.
27. Методика решения геометрической задачи на построение.
28. Методы решения геометрической задачи на построение.

29. Параллельное проектирование и его свойства.
30. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
31. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции.
32. Построение сечений многогранников методом следов, методом соответствий.
33. Трехгранные углы и их свойства
34. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников.
35. Правильные многогранники и их свойства.
36. Площадь многоугольной фигуры в евклидовой геометрии. Теорема существования.
37. Площадь многоугольной фигуры в евклидовой геометрии. Теорема единственности.
38. Проективная прямая, координаты точки на проективной прямой.
39. Сложное отношение четырех точек прямой и его свойства.
40. Полный четырехвершинник.

Критерии оценивания

Оценка «отлично» выставляется студенту, глубоко и прочно усвоившему программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагающему, в ответе которого увязывается теория с практикой, он показывает знакомство с литературой, правильно обосновывает и использует рациональные способы решения задачи.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, твёрдо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который знает только основной программный материал, но не усвоил его деталей, допускает в ответе неточности, некорректно формулирует основные законы и правила, затрудняется в выполнении практических задач.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические работы.

Каждая дисциплина учебного плана оценивается по 100-балльной системе. Перевод баллов в оценки пятибалльной системы осуществляется следующим образом:

85-100 баллов	<i>отлично</i>
70-84 балла	<i>хорошо</i>
52-69 баллов	<i>удовлетворительно</i>
0-51 балл	<i>неудовлетворительно</i>

Составитель _____
(подпись)

Адамчук М.С.

«_17_»__июня__2021__г.

