

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сахалинский государственный университет»
Кафедра математики**

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
«17» июня 2021 г., протокол №11
Зав. кафедрой
_____  Самсикова Н. А.

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)
Б1.В.ДВ.06.01. «Теория функций вещественной переменной»**

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Профиль подготовки
«Математика и физика»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения: очная

г.Южно-Сахалинск
2021

1. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа. УК-1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; собирать данные по сложным научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и решений на основе экспериментальных действий. УК-1.3. Владеет: исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявлением научных проблем и использованием адекватных методов для их решения; демонстрацией оценочных суждений в решении проблемных профессиональных ситуаций.
ПКС-7	ПКС-7 Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций	ПКС-7.1. Знать: структурные элементы, входящие в систему познания предметной области, технологии анализа их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПКС-7.2. Уметь: выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области, технологии анализа их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПКС-7.3. Владеть: технологиями определения и анализа структурных элементов, входящих в систему познания предметной области.

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Метрические пространства	УК-1; ПКС-7	Задания к практическим работам, контрольные вопросы
2.	Топология в метрических пространствах	УК-1; ПКС-7	Задания к практике

			ским работам, контрольные вопросы
3.	Полное метрическое пространство.	УК-1; ПКС-7	Задания к практическим работам, контрольные вопросы
4.	Линейный оператор. Непрерывный оператор.	УК-1; ПКС-7	Задания к практическим работам, контрольные вопросы
5.	Мощность множества	УК-1; ПКС-7	Задания к практическим работам, контрольные вопросы
6.	Измеримые множества. Интеграл Лебега	УК-1; ПКС-7	Задания к практическим работам, контрольные вопросы
7.	Промежуточная аттестация (зачет)	УК-1; ПКС-7	Задания и вопросы к зачету

3. Оценочные средства

Вопросы для обсуждения к практическим занятиям

1. Основные пространства.
 - 1) Принадлежность пространствам непрерывных функций.
 - 2) Принадлежность пространства Лебега.
 - 3) Принадлежность пространствам бесконечных последовательностей.
2. Метрические пространства.
 - 1) Проверка аксиом метрики.
 - 2) Вычисление расстояния между элементами векторного пространства.
3. Нормированные пространство.
 - 1) Выполнение аксиом нормы.
 - 2) Выполнение аксиом полунормы.
 - 3) Вычисление нормы элемента.
 - 4) Неравенство треугольника.
 - 5) Неравенство Гельдера.
4. Евклидово пространство.
 - 1) Вычисление скалярного произведения элементов пространства.
 - 2) Нахождение угла между векторами.
 - 3) Доказательство ортогональности функций.
5. Топология в метрическом пространстве.
 - 1) Открытые, замкнутые множества.
 - 2) Граница множества.
 - 3) Связное, ограниченное множество, компакт.
6. Сходимость в метрическом пространстве.
 - 1) Равномерная сходимость.
 - 2) Компакт.
 - 3) Фундаментальная последовательность.
 - 4) Оператор сжатия.
7. Оператор. Линейный оператор. Непрерывный оператор.
 - 1) Линейный оператор.
 - 2) Обратимый оператор.
 - 3) Симметричный оператор.
 - 4) Непрерывный оператор.

8. Мощность множества.
 - 1) Счетные множества.
 - 2) Несчетные множества.
 - 3) Интеграл Лебега.

Пример одного занятия

Занятие. Топология в метрическом пространстве.

1. Дано: $A \subset \mathbb{R}_{(2)}^2$. Найти $\partial A, \bar{A}, A, \text{CA}, \overline{\text{CA}}, \text{CA}$.
 - а) $A = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$.
 - б) A – открытый шар с выколотым центром радиуса r .
 - в) A – множество точек с рациональными координатами.
2. Найти область определения функции $F(x, y)$. Построить чертеж. Найти $A, \partial A, \bar{A}, A, \text{CA}, \overline{\text{CA}}, \text{CA}$. Является ли это множество открытым, связным, замкнутым, ограниченным, компактом?
 - а) $F(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2) + \sqrt{y - x}$
 - б) $F(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4) + \frac{1}{2y}$
 - в) $F(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 9} + \sqrt{16 - x^2 - y^2}$
 - г) $F(x, y) = \ln(x + y) + \frac{1}{\sqrt{2y - x}}$
3. Найти множество $\partial A \setminus A$, если:
 - а) A – множество точек $\mathbb{R}^1$ вида $x_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$.
 - б) A – множество рациональных точек $\mathbb{R}^1$ отрезка $[0; 1]$.
 - в) A – множество точек $\mathbb{R}_{(2)}^2$, которые соответствуют комплексным значениям $z_n = (i)^n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}$.
 - г) A – множество окружностей в $\mathbb{R}_{(2)}^2$ $x^2 + y^2 = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}$.
4. Дано: $A \subset \mathbb{R}_{(2)}^2$. $A(x, y) = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 4\}$, x – рациональное число. Найти ∂A . Имеет ли это множество внутренние точки?
5. A – множество функций пространства $C[-1; 1]$, причем $f(x) \leq 1$.
Внутренней, внешней или граничной является функция:
 - а) $g(x) = 1 - x^2$, б) $g(x) = \sin x$, в) $g(x) = 2x$.
 Указания по выполнению задания:
 - 1) Найти границу, внутренность, дополнение множества, используя определение.
 - 2) Определить тип множества, используя соответствующие определения.

Пример занятия по форме «Занятия в малых группах»

Занятие. Отображение метрических пространств.

Задание № 1

1. Задайте отображение $\mathbb{R}^2$ в $\mathbb{R}$.
2. Задайте отображение $\mathbb{R}^2$ в $\mathbb{R}^2$.
3. Задайте отображение $\mathbb{R}$ в $\mathbb{R}^3$. Найти производную заданного отображения и интеграл от вектор-функции по отрезку $[a, b]$.
4. Задать отображение $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $[a, b] \rightarrow [c, d]$.
5. Задать отображение (a, b) в $\mathbb{R}$.
6. Задано отображение $F: \mathbb{R}_2^2 \rightarrow C[0, 1]$.
 $F: (x, y) \rightarrow \varphi(t) = xt^2 - 2yt$.
 - а) найти образ точки $(-1, 1)$,
 - б) найти прообраз $\varphi(t) = 3t^2 + 4t$.
7. Задать отображение $F: A \rightarrow B$

- а) $A = \mathbb{R}_{(2)}^2$, $B = \mathbb{R}_{(2)}^3$, $x = (2, -1)$, $y = (-1, 0, 2)$,
 б) $A = \mathbb{R}_{(2)}^3$, $B = \mathbb{R}_{(2)}^2$, $x = (-1, 0, 2)$, $y = (2, -1)$,
 в) $A = C[0, 1]$, $B = \mathbb{R}_{(2)}^3$, $x = 2t^2 - 3$, $y = (-1, 0, 1)$,
 г) $A = C[0, 1]$, $B = C[0, 1]$, $x = t^2 - 1$, $y = \sqrt{t}$.

Задание № 2

8. Проверить, являются ли непрерывными отображениями $F: C[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$?
 а) $F(y) = \max_{x \in [a, b]} y(x)$ б) $F(y) = \min_{x \in [a, b]} y(x)$
 в) $F(y) = \int_a^b y(x) dx$.
 9. Докажите, что последовательность в $\mathbb{R}$ фундаментальна:
 а) $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$, б) $x = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$.
 10. Является ли фундаментальной в $\mathbb{R}$ последовательность $y_n = x^n$ пространства:
 а) $C[0, 1]$, б) $C\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.
 11. Покажите, что функция отображает промежуток в себя:
 а) $f(x) = x^2$, $\left[0, \frac{1}{3}\right]$, б) $f(x) = 4x - x^2$, $[0, 1]$.

Задание № 3

12. Найдите неподвижные точки отображения $f(x) = x^2$ числовой прямой в себя.
 13. Найдите неподвижные точки отображения $f(y) = (y(x))^2 - y(x) - x^2$ пространства $C[0, 1]$ в себя.
 14. Доказать, что отображение $f(x) = 5x^2 + 2x + 3 - 2\sin x$ не имеет неподвижных точек.
 15. Найти неподвижные точки отображения $f(y) = 3y(x) - 2x^2 - 2$ пространства $C[0, 1]$ в себя.
 16. Является ли сжимающим отображение:
 а) $f(x) = \frac{1}{x} + 3$ на $[3; +\infty)$, б) $f(x) = \sin x$ на $\mathbb{R}$?

Указания по выполнению задания:

- 1) Задать отображения, используя элементарные функции.
- 2) Проверить фундаментальность последовательности.
- 3) Найти неподвижные точки отображения.
- 4) Доказать сжимаемость отображения.

Пример занятия в форме «Тренинг»

Занятие. Интеграл Лебега.

1. Интегрируема ли по Риману или Лебегу функция $f(x)$ на отрезке $[0, 1]$. Вычислить его.

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}, \\ 1, & x \in \mathbb{Q}. \end{cases}$$

2. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x)$ на отрезке $[0, 1]$:

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [0, 1] \setminus P_0, \\ 1, & x \in P_0. \end{cases}$$

3. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x)$ на отрезке $[0, 1]$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x \in [0, 1] \setminus P_0, \\ 0, & x \in P_0. \end{cases}$$

4. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x)$ на отрезке $[0, 1]$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}}, & x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}, \\ x^3, & x \in \mathbb{Q}. \end{cases}$$

5. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x)$ на отрезке $[0,1]$:

$$f(x) = \begin{cases} x^3, x \in [0,1] \setminus \mathbb{Q}, x < \frac{1}{3} \\ x^2, x \in [0,1] \setminus \mathbb{Q}, x > \frac{1}{3} \\ 0, x \in \mathbb{Q}. \end{cases}$$

6. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x)$ на отрезке $[0,1]$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, x \in [0, \frac{1}{2}) \cap CP_0 \\ \cos \pi x, x \in [\frac{1}{2}, 1] \cap CP_0 \\ x^2, x \in P_0. \end{cases}$$

7. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ на отрезке $[0,1]$.

8. Вычислить интеграл Лебега от функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$ на отрезке $[1,2]$.

Указания по выполнению задания:

- 1) Вычислить интеграл Лебега, учитывая счетность некоторых множеств.

5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Ортогональная система.
2. Теорема Больцано-Вейерштрасса в $\mathbb{R}^n$.
3. Обратимость линейных дифференциальных операторов второго порядка с начальными и граничными условиями..
- 4..Несчетность множества действительных чисел
- 5.Сравнение интегралов Лебега и Римана.

Вопросы для самоконтроля:

1. Понятие метрики, нормы, скалярного произведения..
2. Внутренность, замыкание и граница множества
- 3.ТеоремаБанаха.
4. Понятие линейного оператора
5. Теорема Кантора-Бернштейна.
6. Функции, измеримые по Лебегу. Интеграл Лебега

6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и интерактивные методы обучения.

Интерактивные формы обучения: технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, тренинг.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательная технология
1.	Метрические пространства	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
2.	Топология в метрических пространствах	Лекция № 1 Практическое занятие № 1	Лекция Практическое занятие

		Самостоятельная работа	Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
3	Полное метрическое пространство.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
	Линейный оператор. Непрерывный оператор.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
5	Мощность множества	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
6	Измеримые множества. Интеграл Лебега	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий

7.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине

Индивидуальное задание № 1

1. Является ли функция в $\mathbb{R}$:

а) метрикой $\rho(x, y) = \sqrt{|x - y|}$.

б) нормой $f(x) = 2x$.

2. Проверить выполнение аксиом в данном пространстве:

а) метрики в $R_{(1)}^n$,

б) нормы в l_2 ,

в) скалярного произведения в $C[a, b]$.

3. Является ли метрическим пространством множество всех прямых на плоскости, не проходящих через начало координат, если расстояние между прямыми

$$l_1: x \cos \alpha_1 + y \sin \alpha_1 - p_1 = 0,$$

$$l_2: x \cos \alpha_2 + y \sin \alpha_2 - p_2 = 0$$

определено по формуле

$$\rho(l_1, l_2) = \sqrt{(p_1 - p_2)^2 + 4 \sin^2 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}$$

4. Найти:

а) норму функции $f(x) = 2x^2 - x$ в пространстве $C[0; 1]$, $C[-1; 1]$;

б) расстояние между функциями $f(x) = 2x$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ в метриках пространства $C[0;1]$, $C[1,3]$;

в) расстояние между функциями $f(x) = 2 \sin x$, $g(x) = x$ в метриках пространства $C_1[0;1]$;

г) скалярное произведение в l_2 элементов $x = \left(\frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{3^n}\right)$ и $y = \left(\frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{4^n}\right)$.

5. Найти область определения функции $F(x, y) = \arcsin x + \ln(x - y)$.

Является ли это множество открытым, связным, замкнутым, ограниченным, компактом?

Найти $A, \bar{A}, A, \partial A, CA, \overline{CA}$.

Задание № 2. Отображение метрических пространств.

1. Найти образ данной точки $\bar{x}_0$ для заданного отображения F :

$$F(x, y) = (x^2 + y, e^{x-y}, \cos 2x(x^2 + y^2)), \quad \bar{x}_0 = (1; 1).$$

2. Найти композицию отображений $G \circ F$ и ее значение в точке $\bar{x}_0$:

$$F(x) = (x^2, x), \quad G(u, v) = 2u - 3v + 1, \quad \bar{x}_0 = 1.$$

3. Является ли отображение $F: X \rightarrow Y$ взаимно-однозначным? Если да, то найти обратное отображение.

$$X = Y = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}, \quad F(x, y) = (y, -x).$$

4. Найти предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n^2-3}, \frac{1}{3^n} \right).$$

5. Найти предел:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \left(3x + 5y, \frac{x+y-1}{x-y} \right).$$

6. Найти производную отображения:

$$F(x) = (x^2 - x + 1, e^x, \ln(x + 1)).$$

7. Найти интеграл от вектор-функции F по данному отрезку $[0, 1]$:

$$F(x) = \left(\frac{x}{x^2 + 1}, e^{2x} \right).$$

Критерии оценивания

Оценка «отлично» выставляется студенту, глубоко и прочно усвоившему программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагающему, в ответе которого увязывается теория с практикой, он показывает знакомство с литературой, правильно обосновывает и использует рациональные способы решения задачи.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который знает только основной программный материал, но не усвоил его деталей, допускает в ответе неточности, некорректно формулирует основные законы и правила, затрудняется в выполнении практических задач.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические работы.

Темы сообщений

1. Французская железнодорожная метрика.
2. Метрика Хаусдорфа.
3. Метрика Хэмминга.
4. Метрика Левенштейна.

Контрольная работа

1. Проверить выполнение аксиом нормы $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$.
2. Найти расстояние между функциями $f(x) = 2x^2, g(x) = x$ в метриках пространства $C[0;1], C_1[0;1]$.
3. Дано: $A \subset \mathbb{R}_{(2)}^2$, A – область определения функции
$$F(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}} + \ln(x - y).$$
 Сделайте чертеж. Найти $A, \bar{A}, \partial A, CA, \overline{CA}$. Является ли это множество открытым, связным, замкнутым, ограниченным, компактом?
4. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}$ фундаментальна на $\mathbb{R}$.
5. Найти неподвижные точки отображения $f(x) = x^2 - x + 1$.
6. Доказать, что пересечение двух открытых множеств является открытым множеством.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если работа выполнена полностью и безошибочно;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если в работе могут быть отдельные вычислительные и негрубые ошибки;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решено правильно более половины заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если решено правильно менее половины заданий.

Математический диктант

1. Определения:
 1. ε -окрестность точки в метрическом пространстве.
 2. Внутренние точки.
 3. Внутренность множества.
 4. Предельные точки.
 5. Замыкание множества.
 6. Открытые множества.
 7. Замкнутые множества.
 8. Связь между открытыми и замкнутыми множествами.
 9. Непрерывное отображение метрических пространств.
 10. Отрезок в $\mathbb{R}^n$.
 11. Связные множества.
 12. Ограниченные множества.
 13. Граничные точки.
 14. Граница множества.
 15. Внешние точки.
 16. Изолированные точки.
2. Дано множество $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{cases} |x| + |y| \leq 1 \\ (x, y) \neq (0, 0) \end{cases}\}$. Найти
 1. Внутренние точки.
 2. Внешние точки.
 3. Изолированные точки.
 4. Замыкание множества.
 5. Границу множества.
 6. Является ли множество открытым?

6. Является ли множество замкнутым?
8. Будет ли связным?
9. Будет ли ограниченным?
10. Будет ли областью?

Тест по функциональному анализу Вариант № 1

Задание 1 (выберите один вариант ответа)

Какая из указанных функций задаёт метрику на прямой?

Ответы

- 1) $\rho(x, y) = |x - y|$ 2) $\rho(x, y) = |\sin(x - y)|$
 3) $\rho(x, y) = x^3 + y^3$ 4) $\rho(x, y) = |x^3 - y^2|$

Задание 2 (выберите один вариант ответа)

Какая из указанных функций задаёт норму на прямой?

Ответы

- 1) $f(x) = \sqrt{x}$ 2) $f(x) = |x|$ 3) $f(x) = |x^3|$ 4) $f(x) = \sqrt{x}$

Задание 3 (выберите один вариант ответа)

Норма функции $f(x) = x^2 - 3x + 2$ в пространстве $C[0, 1]$ равна...

Ответы

- 1) 2 2) 0 3) $\frac{2}{3}$ 4) 3

Задание 4 (выберите один вариант ответа)

На числовой прямой компактным является множество ...

Ответы

- 1) $(-1; 1)$ 2) $(-1; 1]$ 3) $[0; 1]$ 4) $[0; 1)$

Задание 5 (выберите один вариант ответа)

Для множества $X = (1; 2] \cup \{3\}$ точка $x = 1$ является ...

Ответы

- 1) внутренней 2) предельной 3) внешней 4) изолированной

Задание 6 (выберите один вариант ответа)

Из данных последовательностей фундаментальной является...

Ответы

- 1) $\left(\frac{n+1}{n}, \frac{2n^2}{n+1}\right)$ 2) $\left(\frac{\sin n}{n}, \frac{n}{2n-1}\right)$ 3) $\left(\frac{1}{n}, \sqrt{n^2+1}\right)$ 4) $\left(\frac{n}{\sqrt{n+1}}, \frac{2n}{n^2+1}\right)$

Задание 7 (выберите один вариант ответа)

Отображение $f(x) = x^2 + 1$ является сжимающим на отрезке...

Ответы

- 1) $[0;3]$ 2) $[1;2]$ 3) $\left[0;\frac{1}{3}\right]$ 4) $[0:2]$

Задание 8(выберите один вариант ответа)

При заданном отображении $F(x,y)=(x^2+y, e^{x-y}, \cos(x-y))$ образом точки $(1;1)$ является точка...

Ответы

- 1) $(1;0;0)$ 2) $(3;1;0)$ 3) $(3;1;1)$ 4) $(2;1;1)$

Задание 9(выберите один вариант ответа)

Неподвижными точками отображения $F(x)=x^2+2x-1$ являются точки...

Ответы

- 1) нет таких точек 2) 0 3) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ 4) 1

Задание 10(выберите один вариант ответа)

Сравнить мощности множества целых чисел и множества алгебраических чисел.

Ответы

- 1) Мощность множества целых чисел меньше мощности множества алгебраических чисел
2) Мощность множества целых чисел больше мощности алгебраических чисел
3) Сравнить нельзя
4) Мощности равны

Задание 11(выберите один вариант ответа)

Даны два множества: $X=(0;1]$ и $Y=(0;5)$. Сравнить их мощности.

Ответы

- 1) Сравнить нельзя
2) Мощность X больше мощности Y
3) Мощности равны
4) Мощность X меньше мощности Y

Задание 12(выберите один вариант ответа)

Мощность множества всех подмножеств множества, содержащего 8 элементов, равна ...

Ответы

- 1) мощности континуума 2) 16 3) 2^8 4) счётной мощности

Задание 13(выберите один вариант ответа)

Множество X - множество рациональных чисел отрезка $[0;1]$. Верно высказывание...

Ответы

- 1) Множество X измеримо по Лебегу и его мера равна 0.
2) Множество X не измеримо по Лебегу.
3) Множество X измеримо по Лебегу и его мера равна 1.
4) Другой ответ

Задание 14(выберите один вариант ответа)

Множество E - множество рациональных чисел отрезка $[0;1]$. Интеграл Лебега $\int x^2 dx$ равен...

Ответы

- 1) 0 2) $\frac{1}{3}$ 3) не существует 4) 1

Формой аттестации по дисциплине согласно учебному плану является зачет. На зачет выносятся темы, изученные в рамках семестра. Каждому студенту необходимо дать ответ на 1 теоретический вопрос и решить задачу. На подготовку ответа отводится 15 мин..

Перечень вопросов к зачету

1. Понятие метрического пространства.
2. Нормированные пространства.
3. Скалярное произведение и порожденная им метрика.
4. Понятие открытого и замкнутого множества.
5. Понятие связного множества.
6. Теорема Больцано-Вейерштрасса в $\mathbb{R}^n$.
7. Компакты в метрических пространствах. Критерий компакта в $\mathbb{R}^n$.
8. Понятие полноты пространства.
9. Оператор сжатия. Теорема Банаха. Применение теоремы Банаха.
10. Счетные множества.
11. Понятие мощности множества.
12. Счетность суммы конечных и счетных множеств.
13. Свойства мощностей бесконечных множеств.
14. Теоремы об индексах. Счетность множества алгебраических множеств.
15. Несчетность множества действительных чисел.
16. Множества мощности континуума.
17. Сравнение мощностей.
18. Понятие внешней меры.
19. Мощность множества всех подмножеств.
20. Понятие внутренней меры.
21. Теоремы об измеримых множествах.
22. Пример неизмеримого множества.
23. Функции, измеримые по Лебегу, и их свойства.
24. Последовательности измеримых множеств.
25. Интеграл Лебега.
26. Свойства интеграла Лебега.
27. Совершенное множество.
28. Понятие меры Лебега.
29. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
30. Составляющие интервалы.

Критерии оценивания

Оценка «зачтено» выставляется студенту, твёрдо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические работы.

Составитель



Чуванова Г.М.

«17» июня 2021 г.