

## **Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля) Б1.О.13 «Алгебра и аналитическая геометрия»**

### **Цели и задачи дисциплины**

#### **Цель дисциплины:**

- формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по алгебре и аналитической геометрии

#### **Задачи дисциплины:**

- 1) овладение техникой вычисления различных величин;
- 2) овладение техникой построения кривых, поверхностей и тел.

В результате освоения дисциплины студент должен:

#### **Знать:**

- основные факты, свойства комплексных чисел;
- основные факты из теории матриц;
- основные понятия теории определителей;
- основные факты из теории многочленов;
- основные факты из теории векторных пространств и операторов;
- основные методы исследования систем линейных и алгебраических уравнений;
- основные определения и факты из теории метрических и векторных нормированных пространств;
- способы нахождения корней многочленов;
- операции с векторами в векторных пространствах;
- основные методы решения системы линейных алгебраических уравнений;
- понятия собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечно-мерных векторных пространствах;
- способы приведения квадратичных форм к каноническому виду;
- способы задания прямой на плоскости и в пространстве;
- способы задания плоскости;
- основные способы задания поверхностей.

#### **Уметь:**

- выполнять операции над комплексными числами;
- выполнять операции над матрицами;
- вычислять определители произвольного порядка;
- выполнять основные операции над многочленами;
- исследовать системы линейных и алгебраических уравнений;
- различными способами задавать поверхности;
- находить корни многочленов;
- уметь производить операции с векторами в векторных пространствах;
- решать различными способами системы линейных алгебраических уравнений;
- находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечно-мерных векторных пространствах;
- приводить квадратичные формы к каноническому виду;
- исследовать множества точек пространства;
- исследовать поверхности по их уравнениям.

#### **Владеть навыками:**

- решения основных задач теории комплексных чисел;
- решения основных задач теории многочленов;

- решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии;
- исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений;
- исследования поверхностей в трехмерном пространстве.

### **Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине**

<b>Код компетенции</b>	<b>Содержание компетенции</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ОПК-1.2 Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике. ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.
ПКС-5	способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПКС-5.1 Знать и понимать современный математический аппарат. ПКС -5.2 Уметь применять современный математический аппарат. ПКС-5.3 Иметь навыки применения современного математического аппарата.

### **Содержание разделов дисциплины.**

#### Лекции.

##### *Тема 1. Комплексные числа и действия над ними.*

Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическое представление комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел. Натуральная степень комплексного числа. Извлечение корней из комплексных чисел. Решение квадратных и двучленных уравнений во множестве комплексных чисел.

##### *Тема 2. Матрицы.*

Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.

##### *Тема 3. Определители.*

Определители второго и третьего порядка. Определители  $n$ -го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Теорема Лапласа о разложении определителя. Определитель произведения матриц. Применение определителя при вычислении обратной матрицы.

##### *Тема 4. Системы линейных уравнений.*

Линейные уравнения и системы линейных уравнений. Разрешенные системы линейных уравнений. Преобразования систем линейных уравнений. Совместность систем линейных алгебраических уравнений Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Решение системы  $n$  линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение систем  $n$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными по формулам Крамера. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.

### *Тема 5. Векторная алгебра.*

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Коллинеарность и компланарность векторов. Базисы. Системы координат. Декартова система координат. Полярная система координат. Цилиндрические и сферические координаты. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Условие коллинеарности и компланарности векторов. Угол между векторами. Координатное выражение векторного и смешанного произведения.  $N$ -мерные векторы. Линейная комбинация векторов. Отрезок, деление отрезка в данном соотношении. Линейная зависимость и независимость векторов и свойства этих понятий. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность пространства. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.

### *Тема 6. Прямая и плоскость.*

Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Общее уравнение плоскости. Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Расстояние между непересекающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

### *Тема 7. Линейные пространства.*

Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Изоморфизм линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Пересечение, сумма и прямая сумма пространства.

### *Тема 8. Многочлены.*

Многочлены от одной переменной. Сложение, умножение многочленов. Деление многочлена на многочлен. Корни многочлена. Теорема Безу. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное многочленов. Неприводимые многочлены. Многочлены 3-й и 4-й степени. Результант многочленов. Симметрические многочлены. Формулы Виета.

### *Тема 9. Линейные операторы.*

Линейные операторы и действия с ними. Степень оператора. Единичный оператор. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Эквивалентные и подобные операторы.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. Собственное значение матрицы. Собственные векторы матрицы и их свойства. Теорема Фробениуса-Беррона для неразложимых матриц. Инвариантные подпространства. Операторный многочлен. Треугольная форма. Корневые подпространства и их структура. Построение жордановой формы оператора.

*Тема 10. Операторы в евклидовом пространстве.*

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Длина вектора. Неравенство Коши - Буняковского. Ортогональность. Процесс ортогонализации Шмидта. Ортогональные и ортонормированные базисы. Проекция вектора на подпространство. Ортогональные дополнения. Ортогональные суммы подпространств. Сопряженный оператор и сопряженная матрица. Теорема Шура. Нормальные, унитарные, эрмитовы и косоэрмитовы операторы и матрицы в унитарном пространстве. Нормальные, ортогональные, симметричные, кососимметричные операторы и матрицы в евклидовом пространстве. Неотрицательно определенные и положительные определенные операторы.

*Тема 11. Квадратичные формы*

Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Сигнатура. Законопредeterminedные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Понятие о тензорах. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

*Тема 12. Кривые и поверхности 2-го порядка*

Эллипс, парабола, гипербола, их свойства, приведение к каноническому виду уравнения кривой 2-го порядка. Уравнения поверхности. Сфера, эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, цилиндрическая поверхность. Приведение поверхности к каноническому виду.