

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кафедра математики



**Рабочая программа дисциплины  
Б1.В.ДВ.03.01«Введение в комбинаторный анализ»**

Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки  
44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Профиль подготовки  
«Математика и физика»

Квалификация выпускника  
Бакалавр

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями и инвалидов

г.Южно-Сахалинск  
2019

Рабочая программа дисциплины «Введение в комбинаторный анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилами подготовки)

Программу составил:

Т.А. Неешпапа, доцент кафедры математики

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 9 от 21.05. 2019 г.

И.о. заведующей кафедрой

Г.М. Чуванова

Рецензент:

Тамонов Л.Г., директор

МБОУ СОШ № 22 г. Южно-Сахалинск

## **1. Цели и задачи дисциплины**

**Цель** - формирование у студентов целостной системы знаний о ходе развития, особенностях изменения и содержания математического знания.

### **Задачи дисциплины:**

- 1) овладение методами решения базовых математических задач;
- 2) осуществление перевода информации с языка, характерного для предметной области, на математический язык;
- 3) формирование навыков математического моделирования для решения практических задач

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Введение в комбинаторный анализ является элективной дисциплиной части блока дисциплин Б1 ОПОП направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), формируемой участниками образовательных отношений, профиль математика и физика (Б1.В.ДВ.03.01).

Пререквизиты дисциплины: геометрия, алгебра, математический анализ.

Постреквизиты дисциплины: педагогическая практика.

## **3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине**

<b>Код компетенции</b>	<b>Содержание компетенции</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>
УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа. УК-1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; собирать данные по сложным научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и решений на основе экспериментальных действий. УК-1.3. Владеет: исследованием проблем профессиональной деятельности спринципиением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; выявлением научных проблем и использованием адекватных методов для их решения; демонстрированием оценочных суждений в решении проблемных профессиональных ситуаций.
ПКС-9	Способен устанавливать	ПКС-9.1.

	содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями	Знает содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями ПКС-9.2. Умеет устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями ПКС-9.3 Владеет технологиями определения содержательных, методологических и мировоззренческих связей предметной области со смежными научными областями
--	---	---

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов	
	Всего по семестру	уч. плану
<b>Общая трудоемкость</b>	72	72
<b>Контактная работа:</b>	46	46
Лекции (лек.)	14	14
практические занятия (ПЗ)	28	28
Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ТО)	4	4
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение индивидуальных заданий; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к промежуточной аттестации;	26	26
<b>Виды промежуточного контроля</b> (экзамен, зачет)		зачет

##### 4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины /темы	семестр	Виды учебной работы (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	
			контактная		Самостоятельная работа		
			Лекции	Практические занятия			
	Множества и отношения	4					

1	Алгебра множеств	4	1	2	2	Индивидуальное задание
2	Бинарные отношения.	4	1	2	2	Примеры бинарных отношений. Построение бинарного отношения
3	Отношение эквивалентности	4	1	2	2	
4	Разбиение на классы	4	1	2	2	Классы эквивалентности
5	Типы бинарных отношений	4	1	2	2	Определение порядка, толерантности
	Элементы комбинаторики	4				
6	Принцип включения и исключения	4	1	2	2	Использование принципа включения и исключения
7	Правило суммы и произведения	4	1	2	2	Доказательство формул
8	Формулы комбинаторики	4	1	2	2	Доказательство формул
9	Рекуррентные соотношения	4	1	2	2	
	Элементы теории графов	4				
10	Граф бинарного отношения	4	1	2	2	Построение графа
11	Матрица графа	4	1	2	2	Граф по матрице
	Элементы логики	4				
12	Алгебра вычетов	4	1	2	2	Индивидуальное задание
13	Закон контрапозиции. Строение теорем. Метод от противного.	4	2	4	2	Самостоятельная работа
	Зачет					Задание к зачету

#### 4.3. Содержание разделов дисциплины.

##### Раздел I. Множества и отношения.

Способы задания множеств. Подмножества. Равенствомножеств. Операции над множествами.

Прямое произведение множеств. Декартов квадрат. Бинарные отношения. Типы бинарных отношений.

Отношение эквивалентности. Определение, примеры. Разбиение множества на классы. Классы эквивалентности. Фактор-множество.

##### Раздел II. Элементы комбинаторики.

Перестановки, размещения, сочетания. Формулы числа перестановок, размещений, сочетаний. Бином Ньютона.

Формулы включений и исключений.

Правила суммы и произведения. Формулы включений и исключений. Обобщение этих формул.

Рекуррентные последовательности. Метод рекуррентных соотношений. Производящие функции.

##### Раздел III. Элементы теории графов.

Определение графа. Способы задания графа. Полный граф. Дополнение графа.

Пути в графе, простой путь. Циклы, замкнутый цикл. Степень вершины. Связность графа. Подграф. Изоморфизм графов.

Граф матрицы, граф бинарного отношения.

## Раздел IV. Элементы логики.

Понятие вычета. Алгебра вычетов.

Закон контрапозиции. Строение теорем. Метод доказательства от противного.

### **4.4. Темы и планы практических занятий**

1. Алгебра высказываний.
  - 1) Высказывания.
  - 2) Логические операции.
  - 3) Формулы алгебры высказываний.
  - 4) Законы логики.
  - 5) Тавтологии.
2. Предикаты и кванторы.
  - 1) Определения, примеры.
  - 2) Правило переноса квантора через отрицание.
  - 3) Закон контрапозиции.
  - 4) Строение теорем.
3. Булевы алгебры.
  - 1) Определение, примеры, свойства булевых алгебр.
  - 2) Булевые функции.
  - 3) Логические цепи.
  - 1) .
4. Алгебра множеств. Множества.
  - 1) Способы задания множеств.
  - 2) Подмножества.
  - 3) Равенствомножеств.
  - 4) Операции над множествами
5. Бинарные отношения.
  - 2) Прямое произведение множеств.
  - 3) Декартов квадрат.
  - 4) Бинарные отношения.
  - 5) Типы бинарных отношений
6. Отношение эквивалентности.
  - 1) Определение, примеры.
  - 2) Разбиение множества на классы.
  - 3) Классы эквивалентности.
  - 4) Фактор-множество.
7. Функции.
  - 1) Соответствия, функции.
  - 2) Инъективные, сюръективные отображения.
  - 3) Биекция.
  - 4) Естественное отображение.
8. Алгебраические операции.
  - 1) Бинарные,  $n$ -арные алгебраические операции.
  - 2) Свойства, примеры алгебраических операций.
  - 3) Группы, кольца, поля.
9. Группа кодов.
  - 1) Бинарное слово.
  - 2) Групповой код.
  - 3) Матрица генерального кода.
10. Гомоморфные отображения.
  - 1) Определение, свойства гомоморфизма.

- 2) Эпиморфизм.
  - 3) Мономорфизм.
  - 4) Изоморфизм.
11. Элементы комбинаторики.
- 1) Перестановки, размещения, сочетания.
  - 2) Формулы числа перестановок, размещений, сочетаний.
  - 3) Бином Ньютона.
12. Формулы включений и исключений.
- 1) Правила суммы и произведения.
  - 2) Формулы включений и исключений.
  - 3) Обобщение этих формул.
13. Рекуррентные соотношения.
- 1) Рекуррентные последовательности.
  - 2) Метод рекуррентных соотношений.
  - 3) Производящие функции.
14. Граф.
- 1) Определение графа.
  - 2) Способы задания графа.
  - 3) Полный граф.
  - 4) Дополнение графа.
15. Пути и циклы.
- 1) Пути в графе, простой путь.
  - 2) Циклы, замкнутый цикл.
  - 3) Степень вершины.
  - 4) Связность графа.
  - 5) Подграф.
  - 6) Изоморфизм графов.
16. Эйлеровы графы.
- 1) Эйлеровы, полуэйлеровы графы.
  - 2) Плоские графы.
  - 3) Универсальные линии.
  - 4) Алгоритмы Флери.
17. Приложения теории графов
- 1) Корневые деревья.
  - 2) Проблема коммивояжера.
  - 3) Лабиринты.

**Пример практического занятия**

**Указания по выполнению заданий:**

1. Решать экстремальные задачи, используя достаточные условия существования экстремума функции одной переменной

**5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения**

- 1. Элементы комбинаторики .Доказательство основных формул, используя правила суммы и произведения, метод математической индукции.
- 2. Делимость в кольце целых чисел. Алгоритм Евклида.
- 3. Матричный способ задания графа.
- 4. Изоморфные графы.
- 5.Приложения теории графов.
- 6.Алгебра вычетов.

**Вопросы для самоконтроля:**

- 1.Принцип математической индукции.

2. Закон контрапозиции.
3. Бинарные отношения. Типы бинарных отношений.
4. Классы эквивалентности. Разбиение множества на классы.
5. Принцип включения и исключения.
6. Изоморфные отображения.
7. Бином Ньютона.

## 6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и интерактивные методы обучения.

**Интерактивные формы обучения:** технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, тренинг.

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательная технология
1.	Алгебра множеств.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
2.	Бинарные отношения.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
3	Отношение эквивалентности.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Работа в малых группах Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
	Разбиение на классы.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
5	Типы бинарных отношений	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
6	Принцип включений и исключений.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
7	Правило суммы и произведения	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
8	Формулы комбинаторики	Лекция № 1 Практическое занятие № 1	Лекция Практическое занятие

		Самостоятельная работа	Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
9	Рекуррентные соотношения.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
10	Граф бинарного отношения	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
11	Матрица графа.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
12	Алгебра вычетов.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Работа в малых группах Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
13	Закон контрапозиции. Строение теорем. Метод от противного.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Контрольная работа Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий

## **7.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине**

### **Содержание самостоятельной работы:**

Анализ школьных учебников с целью выявления исторических сведений. Написание рефератов и выступление на занятиях.

Старинные задачи, предлагаемые для самостоятельного решения.

Формы текущей аттестации: математические диктанты (на 10-15 минут), заслушивание рефератов, оперативная проверка практических навыков использования старинных методов, приемов.

Формой аттестации по дисциплине согласно учебному плану является зачет.

Для получения зачета студент должен в течение семестра выполнить следующий объем работы:

- 1. Контрольная работа;**
- 2. Собеседование; сообщения на занятиях.**
- 3. Самостоятельные задания;**
- 4. Написание рефератов, подготовка презентации.**

Задание № 1. МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ

1. На первом курсе учатся 100 студентов. Из них 60 изучают английский язык, 50 – французский язык, 50 – немецкий язык, 30 – английский и французский языки, 30 – английский и немецкий языки, 20 – немецкий и французский языки, 10 – все три языка. Определить: а) сколько студентов

изучают только английский язык; б) сколько студентов изучают в точности два языка; в) сколько студентов не изучают ни одного языка?

2. Определить множества, из которых образованы следующие декартовы произведения:

- а)  $A \times B = \{(0; 1), (0; 2), (0; 3), (1; 1), (1; 2), (1; 3)\}$ ;  
б)  $C \times D = \{(1; 5), (1; 6), (2; 5), (2; 6), (4; 5), (4; 6)\}$ .

3. В множестве  $A = \{3; 6; 9; 12\}$  задано отношение  $R$ : {число  $X$  делится на число  $Y$ }. Выписать множество всех пар чисел из множества  $A$ , находящихся в отношении  $R$ . Построить график отношения  $R$ .

4. В множестве  $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$  задано отношение  $S$ : {число  $X$  на 2 больше числа  $Y$ }. Выписать множество всех пар чисел из множества  $B$ , находящихся в отношении  $S$ . Построить график отношения  $S$ .

5. Какие из следующих отношений на множестве людей являются отношениями эквивалентности: а) { $X$  является ровесником  $Y$ }; б) { $X$  знаком с  $Y$ }; в) { $X$  выше  $Y$ }?

6. В множестве  $A = \{1; 2; 3; 4\}$  задано отношение  $R$ : { $X > Y$ }. Выписать множество всех пар чисел из множества  $A$ , находящихся в отношении  $R$ . Построить график отношения  $R$ . Выяснить, какими свойствами обладает это отношение.

7. В множестве  $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  задано отношение  $S$ : { $X + Y \leq 5$ }. Выписать множество всех пар чисел из множества  $B$ , находящихся в отношении  $S$ . Построить график отношения  $S$ . Выяснить, какими свойствами обладает это отношение.

### Задание № 2. Комбинаторика

1. В шахматном турнире участвуют 5 школьников и 15 студентов. Сколько способами могут распределиться места, занятые школьниками, если никакие два участника не набрали одинаковое число очков?

2. Сколько способами можно составить трехцветный флаг (три горизонтальные полосы равной ширины), если имеется материал пяти различных цветов? А если одна из полос должна быть белой (белый – один из имеющихся цветов)?

3. Сколько четырехзначных нечетных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?

4. В состав сборной включены 2 вратаря, 5 защитников, 6 полузащитников и 6 нападающих. Сколько способами тренер может выставить на поле команду, в которую входят: вратарь, 3 защитника, 4 полузащитника и 3 нападающих?

5. В соревновании участвуют 10 человек. Сколько способами могут быть распределены 3 призовых места (по одному участнику на каждое место)?

6. Из 20 сотрудников лаборатории 5 человек должны выехать в командировку. Сколько может быть различных составов отъезжающей группы, если заведующий лабораторией и два ведущих инженера одновременно уезжать не должны?

7. Сколько способами можно расставить на 32 черных полях шахматной доски 12 белых и 12 черных шашек?

8. Из 33 букв русского алфавита составляются «слова» из 4 букв так, что соседние буквы в слове различны. Сколько таких «слов» можно составить?

#### Задание № 4. Теория графов.

1. Неориентированный граф  $G$  с множеством вершин  $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  задан списком ребер  $E=\{(1,2), (1,3), (1,6), (2,3), (2,4), (2,4), (3,3), (3,5), (4,5), (5,5), (6,6), (7,7)\}$ . Построить реализацию графа. Записать матрицу инцидентности и матрицу соседства вершин графа  $G$ . Найти цикломатическое число графа. Какие ребра являются мостами?

2. Неориентированный граф  $G$  с множеством вершин  $V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$  задан списком ребер  $E=\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), (3,5)\}$ . Построить реализацию графа. Записать матрицу инцидентности и матрицу соседства вершин графа  $G$ . Найти цикломатическое число графа. Построить остов графа. Построить дополнение графа.

3. Ориентированный граф  $G$  с множеством вершин  $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  задан списком ребер  $E=\{(1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (2,4), (2,4), (2,7), (3,1), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5), (5,5), (6,6), (7,2)\}$ . Построить реализацию графа. Записать матрицу инцидентности и матрицу соседства вершин графа  $G$ .

4. Шахматный турнир проводится по круговой системе: каждая пара игроков встречается между собой ровно один раз. В турнире участвуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Леша?

5. В шахматном турнире по круговой системе, в котором участвуют 5 школьников, сыграно 6 партий. Больше всех встреч провели Ваня и Миша – по три. Какое число партий сыграл участник, проведший наименьшее число встреч?

6. Спортивный турнир проводится по круговой системе. Докажите, что в любой момент времени найдутся хотя бы два игрока, проведшие одинаковое число встреч.

7. В соревновании по круговой системе с двенадцатью участниками провели все встречи. Сколько встреч было всего?

8. В шахматном турнире по круговой системе один шахматист заболел и не доиграл свои партии. Всего в турнире было проведено 24 встречи. Сколько шахматистов участвовало в турнире, и сколько партий сыграл выбывший участник?

9. В школьном драмкружке решили ставить гоголевского «Ревизора». И тут разгорелся жаркий спор.

- Ляпкиным-Тяпкиным буду я! – решительно заявил Гена.

- Нет, я буду Ляпкиным-Тяпкиным, - возразил Дима, - С раннего детства мечтал воплотить этот образ на сцене.

- Ну, хорошо, согласен уступить эту роль, если мне дадут сыграть Хлестакова, - проявил великолодущие Гена.

-...А мне – Осила, - не уступил ему в великодушии Дима.

- Хочу быть Земляникой или Городничим, - сказал Вова.

- Нет, городничим буду я, - хором закричали Алик и Боря. – Или Хлестаковым, - добавили они одновременно.

Удастся ли распределить роли так, чтобы исполнители были довольны?

Задача 7. Каждая вершина правильного шестиугольника соединяется с каждой из остальных вершин красным или синим отрезком. Докажите, что всегда найдется треугольник со сторонами одного цвета.

10. Докажите, что среди любых шести человек найдутся либо трое, друг с другом знакомых, либо трое, друг с другом не знакомых.

11. В компании, состоящей из пяти человек, среди любых трех человек найдутся двое знакомых и двое незнакомых друг с другом. Докажите, что компанию можно рассадить за круглым столом так, чтобы по обе стороны от каждого человека сидели его знакомые.

12. Каждый из семи мальчиков имеет не менее трех родных братьев. Докажите, что все эти мальчики – братья.

13. Посредник по заключению договоров между фирмами написал в отчете: «За прошедший день я посетил 7 фирм и для каждой из них установил контакты с тремя другими из числа этих же фирм». Может ли так быть?

## Контрольная работа № 1

### 1. Комбинаторика

#### 1 вариант

- Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,0,5?
- Сколькими способами можно распределить 9 апельсинов, 5 банана, 1 яблоко, 2 груши на 2 обезьяны и 1 человека, так, чтобы каждому достался хотя бы один фрукт?
- Сколькими способами можно оформить витрину, если она заполняется 15 видами шоколада, расставленными в три ряда с одинаковым количеством плиток?
- Из колоды, содержащей 36 карт, вынули 10 карт. Во скольких случаях среди этих карт окажется ровно три туза?
- Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове «программирование»?

### Тест Вариант № 1

- Среди утверждений укажите верные: 1)  $A \cup A = A$ ; 2)  $A \cap \emptyset = A$ ; 3)  $A \cup \emptyset = A$ ; 4)  $Z \cup N = Z$ ; 5)  $[2;7] \cup [5;8] = [2;8] \dots$   
1) 1,3      2) 1      3) 1,4,5      4) 2,3      5) 1,3
- Среди бинарных отношений, определенных на множестве целых чисел, укажите отношение эквивалентности: 1)  $x \sim y \leftrightarrow x : y$ ; 2)  $x \sim y \leftrightarrow x = 2y$ ; 3)  $x \sim y \leftrightarrow x > y$ ; 4)  $x \sim y \leftrightarrow (x-y) : 7$ ; 5)  $x \sim y \leftrightarrow \text{НОД}(x; y) = 1$ .  
1) 4      2) 1,4      3) 5      4) 3      5) 1,2
- Вычислить:  $22A_{10}^2 / C_{12}^8$ .  
1) 1/11      2) 2/11      3) 4      4) 1      5) 2
- Студенту нужно сдать три экзамена на протяжении 9 дней. Сколькими способами это можно сделать?

- 1) 84      2) 72      3) 11316      4) 504      5) нет верного ответа

5. Третий член разложения бинома  $(2x+1/2y)^5$  равен...

- 1)  $2x^3y^2$     2)  $x^2y^3$     3)  $10x^3y^2$     4)  $15xy$     5)  $20x^3y^2$

6. Характеристическое уравнение рекуррентного соотношения  $2a_{n+2}-3a_{n+1}+a_n=0$  имеет вид...

- 1)  $2z^2-3z+1=0$     2)  $2z^{n+2}-3z^{n+1}+z^n=0$     3)  $z(2z^2-3z+1)=0$   
 4)  $2x-3y+z=0$     5)  $2x-3y=1$

7. Таблица истинности формулы  $F(x,y)=\neg(x \rightarrow y) \vee y \dots$

$x$	$y$	$\neg(x \rightarrow y)$	$x \rightarrow y$	$F(x,y)$	$x$	$y$	$\neg(x \rightarrow y)$	$x \rightarrow y$	$F(x,y)$
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1)	1	0	1	0	2)	1	0	1	0
	0	1	0	1		0	1	1	0
	0	0	0	0		0	0	0	0
$x$	$y$	$\neg(x \rightarrow y)$	$x \rightarrow y$	$F(x,y)$					
1	1	1	0	1					
3)	1	0	1	0					
	0	1	0	1					
	0	0	0	0					
4)	$x \vee y \rightarrow y$	$\neg(x \rightarrow y)$	$F(x,y)$						
	1	1	1	0					
	1	0	0	1					
	0	1	1	0					
	0	0	1	0					

5) Нет такой таблицы

8. Какие из следующих формул являются тавтологиями :

- 1)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$  ; 2)  $(p \wedge q) \vee q$  ; 3)  $(p \rightarrow q) \rightarrow q$  ; 4)  $p \wedge q \leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$   
 1)1,2,3    2)1,4    3)3,4    4)2,3,4    5)1,3

9. На множестве  $M = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$  заданы предикаты  $A(x)$ : « $x$ - простое число» и  $B(x)$ : « $x$ - нечетное число». Множество истинности предиката  $A(x) \wedge B(x)$  ...

- 1) {1,3,5,7,9}    2) {2,3,5,7}    3) {3,5,7}    4)  $\emptyset$     5)  $M$

10. Пусть « $*$ »- бинарная алгебраическая операция, определенная на множестве натуральных чисел :  $a * b = a + b + ab$ . Какие из следующих высказываний справедливы:

- 1)  $*$  -коммутативная операция .  
 2) Существует нейтральный элемент относительно  $*$  .  
 3) Каждый элемент относительно  $*$  обладает симметричны...  
 1)1,2,3    2) 3    3)2    4) 1    5)не обладает указанными свойствами.

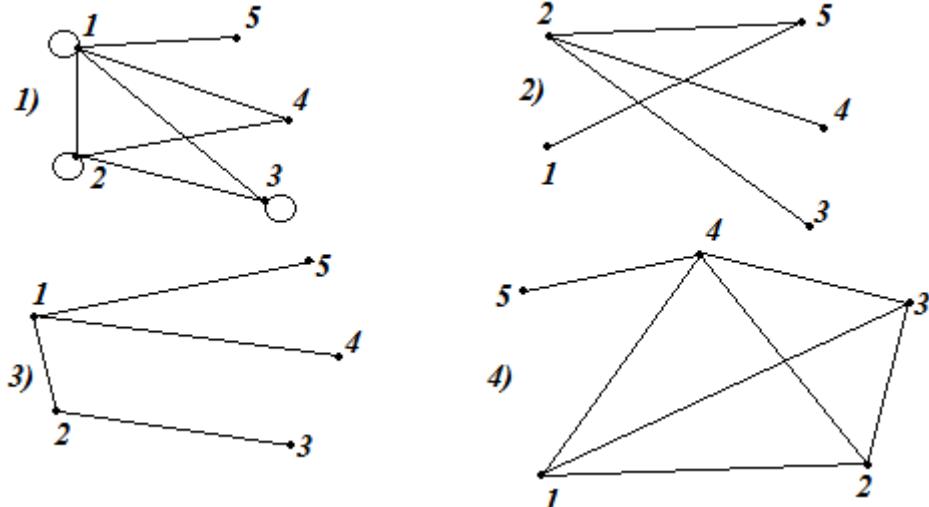
11. Какие из подмножеств множества действительных являются кольцами?

- 1)  $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Q\}$  , 2)  $M = \{n/3^m \mid n \in Z, m=0 \vee m \in N\}$   
 2)  $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in N\}$  , 4)  $M = \{7t \mid t \in N\}$   
 1)1,3    2) 1,2    3)43    4)1,2,3    5)3,4

12. Пусть  $(R;+)$  - алгебраическая структура (+ -алгебраическая операция).  
 Какие из следующих отображений являются гомоморфными?

- 1)f:  $x \rightarrow 2x$     2) f:  $x \rightarrow 1/3x$     3) f:  $x \rightarrow x^2$     4) f:  $x \rightarrow 5$     5) f:  $x \rightarrow x-2$ ; f :  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .  
 1) 1    2) 4    3) 1,3    4) Нет такого    5) 1,2

13. Граф отношения “ $x + y \leq 6$ ” на множестве  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  имеет вид:



- 1) 2    2) 3    3) 4    4) 5    5) нет верного

14. Матрица смежности графа отношения “ $x+y \leq 6$ ” на множестве  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  имеет вид...

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) 1    2) 3    3) 2    4) 4    5) нет такой матрицы

15. Матрица инциденций графа “ $x+y \leq 6$ ” на множестве  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  имеет размерность ( $n \times m$ , где  $n$ -число вершин,  $m$ -число ребер):

- 2)  $5 \times 5$     2)  $5 \times 6$     3)  $5 \times 9$     4)  $4 \times 10$     5)  $4 \times 4$

Перевод количества верных ответов в баллы: 1 верный ответ – 1,5 балла, максимальное количество баллов – 30.

### Темы рефератов, докладов

1) Задача о несцепленных треугольниках с одноцветными сторонами.

(Л.Ю.Березина. Графы и их применение. Глава 3.).

2) Деревья в комбинаторике. (Л.Ю.Березина. Глава 6.).

3) Сетевое планирование. (Л.Ю. Березина. Глава 7.).

4) Графы и матрицы. (Л.Ю. Березина. Глава 8).

5)Приложения теории графов:

а) сортировка ;б)стратегии поиска ;в)взвешенные графы.

(Б.М.Логинов . Введение в дискретную математику .Часть 6.).

6) Кодирование (алфавитное кодирование) .(Ф.А.Новиков . Дискретная математика для программистов. Глава 6).

7) Алгоритмические задачи: а) задачи о кратчайших путях ;б)алгоритмпостроенияэйлерова цикла. (В.В.Белов,Е.М.Воробьев,В.Е.Шаталов.Теория графов.)

8) Коды и математика . (М.Н.Аршинов, Л.Е. Садовский. Коды и математика.)

9) Обзор основных задач теории графов .(Т.С.Соболев,А.В.Чечкин. Дискретная математика. Глава 4.)

10)Расчет сетевого графика. (Т.С.Соболев,А.В.Чечкин. Дискретная математика. Глава 4.)

11) Плоские графы. Сети Петри. (Т.С. Соболев,А.В.Чечкин. Дискретная математика.Глава 4)

12) Решетки. (Т.С.Соболев,А.В.Чечкин.Дискретная математика .Глава 7.)

13)Перестановки, сочетания, размещения с повторениями (Л.Я.Савельев . Комбинаторика и вероятность. Часть 1,2.)

Реферат должен быть представлен текстовыми и таблично - графическими материалами. К защите реферата студент должен приготовить краткое сообщение (не более 10 минут), в котором должен изложить основные результаты.

Критерии оценки:

– оценка «отлично» выставляется за полное раскрытие темы доклада, при условии правильного ответа на вопросы преподавателей. Студент правильно определяет понятия, свободно ориентируется в теоретическом материале.

– оценка «хорошо» выставляется, если есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент не очень свободно ориентируется в теоретическом материале.

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если тема раскрыта не полностью, есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент неточно определяет понятия.

– оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если содержание курсовой работы не соответствует теме, есть значительные ошибки при ответе на вопросы преподавателей. Студент неправильно определяет основные понятия.

### **Критерий оценки выступлений, рефератов.**

Каждое выступление должно содержать четкие определения понятий, четкие формулировки теорем их применение.

Критерии оценки:

– оценка «отлично» выставляется за полное раскрытие темы доклада, при условии правильного ответа на вопрос преподавателя. Студент правильно определяет понятия, свободно ориентируется в теоретическом материале.

– оценка «хорошо» выставляется, если есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент не очень свободно ориентируется в теоретическом материале.

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если тема раскрыта не полностью, есть значительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент неправильно определяет понятия.

– оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если есть значительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент неправильно определяет понятия, не ориентируется в теоретическом материале.

#### **Перечень вопросов к зачету.**

1. Высказывания. Логические операции. Формулы алгебры высказываний. Законы логики. Тавтологии.
2. Определения, примеры. Правило переноса квантора через отрицание. Закон контрапозиции. Строение теорем.
3. Определение, примеры, свойства булевых алгебр. Булевые функции. Логические цепи.
4. Способы задания множеств. Подмножества. Равенство множеств. Операции над множествами.
5. Прямое произведение множеств. Декартов квадрат. Бинарные отношения. Типы бинарных отношений.
6. Определение, примеры. Разбиение множества на классы. Классы эквивалентности. Фактор-множество.
7. Перестановки, размещения, сочетания.
8. Формулы числа перестановок, размещений, сочетаний. Бином Ньютона.
9. Правила суммы и произведения. Формулы включений и исключений. Обобщение этих формул.
10. Рекуррентные последовательности. Метод рекуррентных соотношений. Производящие функции.
11. Определение графа. Способы задания графа. Полный граф. Дополнение графа.
12. Пути в графе, простой путь. Циклы, замкнутый цикл. Степень вершины. Связность графа. Подграф. Изоморфизм графов.
13. Граф матрицы.
14. Правило контрапозиции.

#### **Критерии оценки:**

- оценка «зачтено», если студент выступил с 5-8 сообщениями, написал контрольную работу, посещал занятия.
- оценка «незачтено», если студент выступил менее с 5-8 сообщениями, не написал контрольную работу, не посещал занятия.

### **8. Система оценивания планируемых результатов обучения**

#### **Балльная структура оценки**

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение практических занятий	4 (0,25)	4 (0,25)
2	Активная работа на занятиях	0	4 (0,25)
3	Контрольная работа	6	10
4	Сообщения	20	42
5	Зачет	20	40
6	Всего	50	100

## **9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **9.1. Основная литература:**

1. Бережной, В. В. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. В. Бережной, А. В. Шапошников. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. — 199 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69380.html>
2. Прокопенко, Н. Ю. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. Ю. Прокопенко. — Электрон. текстовые данные. — Нижний Новгород : Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 252 с. — 978-5-528-00127-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80893.html>
3. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р. Хаггарти. — Электрон. текстовые данные. — М. : Техносфера, 2012. — 400 с. — 978-5-94836-303-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12723.html>
4. Шапорев С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий / С.Д. Шапорев. – СПб: БХВ-Петербург, 2009. – 396 с.

### **9.2. Дополнительная литература**

1. Соболева Т.С. Дискретная математика / Т.С. Соболева, А.В. Чечкин. - М.: Академия, 2006. – 255 с.
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков. - СПб; Питер,2006. – 363 с.
3. Судоплатов С.В. Дискретная математика / С. В. Судоплатов, Е.В.Овчинников. - М: ИНФРА-М, 2007. – 404 с.
4. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах / В.В.Тишин. - СПб, Петербург, 2008. – 337 с.
5. Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/536>.
6. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2157..>
7. Копылов, В.И. Курс дискретной математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 208 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1798>.
8. Мальцев, И.А. Дискретная математика [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/638..>
9. Рогова, Н. В. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Рогова. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 143 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75372.html>

### **9.4. Программное обеспечение**

- Программный комплекс «Электронные журналы», используемый для учета и анализа успеваемости обучающихся
- Microsoft VisualFoxPro Professional 9/0 Win32 Single Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 49512935);
- Microsoft Win Home Basic 7 Russian Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 61031351),

- Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351),
- Microsoft Internet Security&Accel Server Standart Ed 2006 English Academic OPEN,(бессрочная), (лицензия 41684549),
- Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срок пользования с 2019-05-13 по 2021-04-13
- ABBYYFineReader 11 Professional Edition, (бессрочная), (лицензия AF11-2S1P01-102/AD),
- Microsoft Volume Licensing Service, (бессрочная), (лицензия 62824441),

## **9.5. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:**

- «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года;
- Официальный Web-сайт СахГУ <http://sakhgu.ru/>; сахгу.рф
- Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования <http://i-exam.ru/>
- Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY <http://elibrary.ru>
- Сайт университетской библиотеки ONLINE <http://www.biblioclub.ru>/
- Сайт электронно-библиотечной системы IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>
- Сайт информационной справочной системы Polpred.com [http://polpred.com/](http://polpred.com)
- <https://math.ru/>

На сайте вы найдёте книги, видеолекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни учёных — всё то, что поможет окунуться в удивительный и увлекательный мир математики.

- <https://function-x.ru/>

На этом сайте даны решения многих типичных и более сложных задач по высшей математике, дискретной математике, статистике, программированию, работе с базами данных и анализу данных на языке SQL. Они сопровождаются самым необходимым теоретическим материалом по теме.

- <http://olimpiada.ru/> Олимпиады для школьников

## **10 Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемыми эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## **11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки;

2. Доступ к Интернет-ресурсам;

3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием во время самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№\_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочей программе дисциплины «Введение в комбинаторный анализ» по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль «Математика и физика»

на 20\_\_\_/20\_\_ учебный год

1. В \_\_\_\_\_ вносятся следующие изменения:  
(элемент рабочей программы)

- 1.1. ....;  
1.2. ....;  
...  
1.9. .... .

2. В \_\_\_\_\_ вносятся следующие изменения:  
(элемент рабочей программы)

- 2.1. ....;  
2.2. ....;  
...  
2.9. .... .

3. В \_\_\_\_\_ вносятся следующие изменения:  
(элемент рабочей программы)

- 3.1. ....;  
3.2. ....;  
...  
3.9. .... .

Составитель  
дата

подпись

расшифровка подписи

Зав. кафедрой

подпись

расшифровка подписи