

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
С. Ю. Рубцова
(подпись) (расшифровка подписи)
"10" 06 2019 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.В.07 «Избранные вопросы математического анализа»**

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Профиль подготовки
«Математика и физика»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями и инвалидов

г. Южно-Сахалинск
2019

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы математического анализа» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Программу составил:

Г.М. Чуванова, доцент кафедры математики Чув

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 9 от 21.05. 2019 г.

Заведующий кафедрой Чув Н.А. Самсикова

Рецензент:

Тамонов Л.Г. , директор
МБОУ СОШ № 22 г. Южно-Сахалинск ЛГ

1. Цели и задачи дисциплины

Цели курса: повторение теоретических основ математического анализа;

Задача дисциплины: подготовка к государственному экзамену.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

основные определения, основные методы доказательств, признаки сходимости числовых рядов.

Уметь:

строить графики функций, вычислять производные, интегралы, площади плоских фигур и поверхности, объемы тел и длину дуги, находить радиус и круг сходимости в действительной и комплексной области.

Владеть:

Навыками решения различных задач.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Избранные вопросы математического анализа является дисциплиной части блока дисциплин Б1 ОПОП, формируемой участниками образовательных отношений, направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль математика и физика (Б1.В.07).

Пререквизиты дисциплины: математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного.

Постреквизиты дисциплины: государственный экзамен.

3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает: методы критического анализа и оценкисовременных научных достижений; основныепринципы критического анализа. УК-1.2. Умеет: получать новые знания на основеанализа, синтеза и других методов; собиратьданные по сложным научным проблемам,относящимся к профессиональной области;осуществлять поиск информации и решений наоснове экспериментальных действий. УК-1.3. Владеет: исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и другихметодов интеллектуальной деятельности;выявлением научных проблем ииспользованием адекватных методов для ихрешения; демонстрацией оценочныхсуждений в решении проблемныхпрофессиональных

		ситуаций.
ПКС-7	Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций	ПК-2.1. выделяет и анализирует единицы различных уровней языковой системы в единстве их содержания, формы и функций ПК-2.2. выделяет и анализирует явления разных уровней математики в их структурном единстве и функциях ПК-2.3. знает и умеет анализировать организацию художественную мира произведения, поэтику и явления творческого и литературного процесса пользования и обновления знаний.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов	
	Всего по уч. плану	семестр 10
Общая трудоемкость	72	72
Контактная работа:	52	52
Лекции (Лек)	24	24
практические занятия (ПЗ)	24	24
Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ТО)	4	4
Самостоятельная работа: - выполнение домашних заданий; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к промежуточной аттестации;	20	20
Виды промежуточного контроля (экзамен, зачет, контрольная работа)		зачет

4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

						Очная форма обучения
№ п/п	Раздел дисциплины /темы	семестр	Виды учебной работы (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			контактная		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия		
1	Функция. Предел функции в точке. Предел числовой	10	4	2	3	Практическое задание

	последовательности. Непрерывность функции.					
2	Дифференцируемость функции одной переменной.	10	2	4	3	Практическое задание,
3	Экстремум функции одной и нескольких переменных.	10	2	2	3	Практическое задание
4	Определенный интеграл. Двойной интеграл.	10	4	6	3	Практическое задание, контрольная работа
5	Числовые ряды. Степенные ряды.	10	4	2	2	Практическое задание
6	Производная функции комплексного переменного.	10	2	2	2	Практическое задание,
7	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	10	2	2	2	Практическое задание
8	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	10	4	4	2	Практическое задание, контрольная работа
	Зачет					Задание к зачету

4.3. Содержание разделов дисциплины.

1. Функция.

Функция. Композиция функций, обратная функция. Классификация функций по их свойствам. Предел функции в точке. Свойства функций, имеющих, конечный предел. Алгебра конечных пределов. Предел числовой последовательности. Свойства предела числовой последовательности (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, предел монотонной последовательности, теорема Больцано-Вейерштрасса).

2. Дифференцируемость функции одной переменной.

Понятие дифференцируемости функции одной переменной. Понятие производной функции одной переменной. Геометрический и механический смысл производной функции одной переменной. Правила и формулы дифференцирования. Полное исследование функции, построение графика.

3. Экстремум функции одной и нескольких переменных.

Экстремум функции одной переменной. Необходимое и достаточные условия экстремума функции одной переменной. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

4. Определенный интеграл. Двойной интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла. Понятие двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в зависимости от области интегрирования.

5. Числовые ряды. Степенные ряды.

Понятие числового ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Радиус и круг сходимости степенного ряда в комплексной области.

6. Производная функции комплексного переменного.

Понятие производной функции комплексного переменного. Понятие дифференцируемой функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.

7. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Понятие дифференциальных уравнений первого порядка. Понятие общего, частного и особого решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

8. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.

Понятие линейного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Структура общего решения однородного линейного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Вид частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении неоднородного линейного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.

4.4. Темы и планы практических занятий

1. Дифференцируемость функции одной переменной.
 - 1) Формулы дифференцирования.
 - 2) Правила дифференцирования.
 - 3) Производная сложной функции
2. Экстремум функции одной переменной и нескольких переменных.
 - 1) Достаточные условия функции одной переменной.
 - 2) Достаточные условия экстремума функции двух переменных.
3. Определенный интеграл.
 - 1) Формула Ньютона-Лейбница.
 - 2) Метод подстановки в определенном интеграле.
 - 3) Метод интегрирования по частям.
4. Двойной интеграл.
 - 1) Двойной интеграл.
 - 2) Двойной интеграл в полярных координатах.
5. Числовые ряды. Степенные ряды.
 - 1) Признаки сходимости числовых рядов.
 - 2) Область сходимости степенных рядов.
6. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
 - 1) Уравнения с разделенными переменными.
 - 2) Уравнения с разделяющимися переменными.
7. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
 - 1) Однородные уравнения высших порядков.
 - 2) Неоднородные линейные уравнения высших порядков.
 - 3) Метод вариации произвольной постоянной.

Пример практического занятия

Занятие. Вычисление неопределенного интеграла.

$$\begin{array}{llll} 1) \int \frac{1-2x-x^3}{1+x^2} dx & 2) \int \frac{2-3x}{x^2+2} dx & 3) \int \frac{\sin 2x}{1+3\cos 2x} dx & 4) \int \frac{dx}{x^2-5x+4} \\ 5) \int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx & 6) \int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}} & 7) \int \frac{2x-3}{\sqrt{3x^2-3x+16}} dx & 8) \\ \int \frac{3x^2+20x+9}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx & & & \\ 9) \int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx & 10) \int \frac{x^3+1}{x^3-x^2} dx & 11) \int \frac{5x}{x^4+3x^2-4} dx & \end{array}$$

Пример практического занятия

Занятие. Уравнения с разделяющимися переменными

1. Найти общий интеграл:
 - а) $(x + 1)^3 dy - (y - 2)^2 dx = 0$,
 - б) $(y + xy)dx + (x - xy)dy = 0$,
 - в) $\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\cos y} dx + \operatorname{ctg} x \cdot \sin y dy = 0$,
 - г) $(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$, д) $2^{x+y} + 3^{x-2y}y' = 0$,
 - е) $1 + (1 + y')e^y = 0$, ж) $x^2(2yy' - 1) = 1$.
 2. Найти частный интеграл уравнения, удовлетворяющий начальному условию:
 - а) $ydx + \operatorname{ctg} x dy = 0$, $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$,
 - б) $y = y'^{\cos^2 x} \cdot \ln y$, $y(\pi) = 1$,
 - в) $y^2 + x^2 y' = 0$, $y(-1) = 1$,
 - г) $2(1 + e^x)yy' = e^x$, $y(0) = 0$.
- Указания по выполнению заданий:
1. Решить уравнение, используя методику разделения переменных.
 2. Решить уравнения, используя начальные условия.

Пример занятия в форме тренинга

Занятие № 9,10

Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

1. Решить однородные линейные уравнения:
 - 1) $y'' - 5y' - 6y = 0$,
 - 2) $y''' - 6y'' + 13y' = 0$,
 - 3) $y'' + 4y' + 4y = 0$,
 - 4) $y^{(4)} - y = 0$,
 - 5) $y^{(4)} + 13y'' + 36y = 0$,
 - 6) $y^{(7)} + 2y^{(5)} + 2y^{(3)} = 0$.
2. Решить неоднородные линейные уравнения:
 - 1) $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$,
 - 2) $y'' - 2y' + 10y = 37\cos 3x$,
 - 3) $y'' - 6y' + 9y = 3x - 8e^x$,
 - 4) $y''' + 4y' = 8e^{2x} + 5e^x \sin x$,
 - 5) $y^{(4)} - 3y'' = 9x^2$,
 - 6) $y''' - 3y'' + 2y' = 4e^{2x} - 3e^{3x}$,
 - 7) $y''' + y'' = 1 - 6x^2 e^{-x}$.
3. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям:
 - 1) $y''' + y'' = e^{-x} + 6x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = -6$,
 - 2) $y'' - 3y' = 3x + x^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = \frac{70}{27}$.

Указания по выполнению заданий:

1. Решить уравнение, учитывая знак дискриминанта характеристического уравнения.
2. Решить неоднородное уравнение, учитывая вид специальной правой части.
3. Решить уравнения, используя начальные условия.

5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Геометрический смысл решения дифференциального уравнения.
2. Метод изоклин решения дифференциального уравнения первого порядка.
3. Уравнения Лагранжа.
4. Уравнения Клеро.
5. Метод вариации произвольных постоянных.
6. Метод Эйлера интегрирования системы дифференциальных переменных.

Вопросы для самоконтроля:

1. Понятие дифференциального уравнения, решения дифференциального уравнения.
2. Понятие изоклины дифференциального уравнения.
3. Понятие общего решения дифференциального уравнения.
4. Понятие частного решения дифференциального уравнения.
5. Понятие особого решения дифференциального уравнения.
6. Понятие системы дифференциального уравнения.
7. Понятие решения системы дифференциальных уравнений.

6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и интерактивные методы обучения.

Интерактивные формы обучения: технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, тренинг.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательная технология
1.	Функция. Предел функции в точке. Предел числовой последовательности. Непрерывность функции.	Лекция № 1 Лекция № 2 Самостоятельная работа	Вводная лекция Лекция Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
2.	Дифференцируемость функции одной переменной.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
3	Экстремум функции одной и нескольких переменных.	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
	Определенный интеграл. Двойной интеграл.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Практическое занятие № 3 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Работа в малых группах Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
5	Числовые ряды. Степенные ряды.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
6	Производная функции комплексного переменного.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних

			индивидуальных заданий
7	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	Лекция № 1 Практическое занятие № 1 Самостоятельная работа	Лекция Практическое занятие Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий
8	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	Лекция № 1 Лекция № 2 Практическое занятие № 1 Практическое занятие № 2 Самостоятельная работа	Лекция Лекция Практическое занятие Тренинг Консультирование и проверка домашних индивидуальных заданий

7.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине

Домашние задания

Задание № 1.

Построение графиков функций с полным исследованием.

1) $f(x) = (x-1)^2(x+2)$

2) $f(x) = x^4 - 2x^2$

3) $f(x) = \frac{2x+1}{3-x}$

4) $f(x) = \frac{x^4}{(x+1)^3}$

5) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$

6) $f(x) = e^{-x} + e^{2x}$

7) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

8) $f(x) = \ln(\cos x - \sin x)$

Задание № 2

Вычисление частных производных первого порядка

1) $z = x^3 + 5xy^2 - y^3$ 2) $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$

3) $z = \sqrt{ax^2 - by^2}$ 4) $z = \sqrt[3]{e^g}$

5) $z = (2x)^{3y}$ 6) $z = \ln(x + y^2)$

7) $z = \arcsin \frac{x}{y}$ 8) $u = \sin^2(3x + 2y - z)$

Задание № 3.

Вычисление неопределенного интеграла.

1) $\int \frac{1-2x-x^3}{1+x^2} dx$ 2) $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$ 3) $\int \frac{\sin 2x}{1+3\cos 2x} dx$ 4) $\int \frac{dx}{x^2-5x+4}$

5) $\int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx$ 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}}$ 7) $\int \frac{2x-3}{\sqrt{3x^2-3x+16}} dx$ 8) $\int \frac{3x^2+20x+9}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx$

9) $\int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$ 10) $\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2} dx$ 11) $\int \frac{5x}{x^4+3x^2-4} dx$

Задание № 4.

Геометрические приложения определенного интеграла.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией:

$r = 3\sqrt{\cos 2\varphi}$.

2. Вычислить длину дуги данной линии:

$$x = 2 \cos^3 t, \quad y = 2 \sin^3 t.$$

3. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси координат:

$$\Phi: y^2 = 4 - x, \quad x = 0; \quad Oy.$$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой L вокруг указанной оси:

$$L: y = \frac{x^2}{3} \quad \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \right); \quad Ox.$$

Задание № 5. Двойной интеграл.

Задание № 1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле.

$$\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 f(x, y) dy.$$

Задание № 2. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле.

$$\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f(x, y) dx.$$

Задание № 3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ от функции $f(x, y)$ по области D .

$$f(x, y) = xy, \quad D: x \in [0, 1], y \in [0, 2].$$

Задание № 4. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ от функции $f(x, y)$ по области D .

$$f(x, y) = xy, \quad D: y = 4 - x, y^2 = 2x.$$

Задание № 5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ от функции $f(x, y)$ по области D ,

используя полярные координаты.

$$f(x, y) = x^2 y^2, \quad D: x^2 + y^2 = R^2,$$

ЗАДАНИЕ № 6.

Числовые знакочередующиеся и степенные ряды.

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{(n+1)}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n^n}$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1} \sum_{n=1}^{\infty} n^* \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}}$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n+1}) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n$$

2. Выяснить, какие ряды сходятся абсолютно, какие условно, какие расходятся.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+2}{n} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$$

$$в) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \ln 2n} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{6n+1}{n} \right)^n$$

3. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда:

$$а) \quad \sum_{n=1}^{\infty} x^{2(n-1)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}$$

3. Найти область сходимости степенного ряда:

$$б) \quad \sum_{n=1}^{\infty} x^{2(n-1)} \quad б) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}$$

5. Найти сумму ряда

$$с) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n-1}}{2^n} \quad б) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n}$$

6. Используя почленное дифференцирование или интегрирование степенного ряда, найти сумму ряда:

$$x + \frac{x^5}{5} + \frac{x^9}{9} + \dots + \frac{x^{4n-3}}{4n-3} + \dots$$

Задание №7

Дифференциальные уравнения первого порядка

1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$а) \quad 3^{x^2+y} dy + x dx = 0 \quad y' + \frac{x \sin x}{y \cos y} = 0$$

$$б) \quad y' = (x-y)^2 + 1$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию:

$$а) \quad (1-e^x)yy' = e^y; \quad y(0) = 0$$

Задание № 8

Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$а) \quad 2y'' + 3y' + y = 0 \quad б) \quad y'' - 9y = 0$$

$$в) \quad y'' - 4y' + 4y = 0 \quad г) \quad y'' + 12y' + 37y = 0$$

$$д) \quad y^{(iv)} + 5y'' + 4y = 0 \quad е) \quad y'' + 2y' + y = 4x^3 + 27x^2 + 22x - 4$$

$$ж) \quad y'' + 8y' + 25y = 18e^{5x} \quad з) \quad y'' + 5y' - 14y = e^{2x}(2x^2 - 3x + 1)$$

$$и) \quad y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x \quad к) \quad y'' + 4y' = e^x(24 \cos 2x + 2 \sin 2x)$$

$$л) \quad y'' - 3y' + 2y = 2e^x - e^{-2x} \quad м) \quad y''' + 2y'' + y = -2e^{-2x}$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям:

$$а) \quad y^{(iv)} - 2y''' + y'' = 0, \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1$$

$$б) \quad y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 7$$

$$в) \quad y'' + y = e^{4x}, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -3$$

$$г) \quad y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x} \sin 2x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 6$$

Контрольная работа № 1

1. Вычислить неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{3 - \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$ 2) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ 3) $\int \frac{x+2}{\sqrt{4x^2 - 4x + 3}} dx$ 4) $\int \frac{dx}{4x^3 - x}$
5) $\int \cos 2x \cos^2 x dx$ 6) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y^2 = x^3$, $x = 4$.

3. Вычислить длину дуги данной линии:

$\rho = 5(1 + \cos \varphi)$.

4. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры вокруг указанной оси координат:

$x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $(0 \leq t \leq 2\pi)$; Ox .

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Найти общее решение

1. $y' \sin x = y \ln y$

2. $y - x y' = x \sin \frac{y}{x}$

3. $y' + y = \frac{x}{y^2}$

3. $y' + 2xy = 2x^3 y^3$

2. Найти частное решение

1. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$ $y(0) = 0$

3. Найти общее решение

1. $y'' + y' + 20y = 0$

2. $y'' - 3y' - 10y = 0$

3. $y''' + 3y'' + 2y' = 0$

4. $y^{(4)} - y = 0$

4. Найти общее решение (двумя способами)

$y'' - 9y = 2 - x$

5. Найти частное решение

$y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1$ $y(0) = y'(0) = 2$

6. Записать общее решение

$y'' - 4y' + 5y = f(x)$, если а. $f(x) = x^2 e^{x^2}$ б. $f(x) = x \sin 2x$

с. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если работа выполнена полностью и безошибочно;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если в работе могут быть отдельные вычислительные ошибки;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если в работе содержатся серьезные ошибки, задачи решены не до конца;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если выполнено менее половины заданий.

Формой аттестации по дисциплине согласно учебному плану является контрольная работа в виде теста. На контрольную работу выносятся темы, изученные в рамках данного семестра. Каждому студенту дается 40 минут. Итоги контрольной работы оформляются в протокол результатов промежуточного контроля – зачетную ведомость.

Тест

Вариант № 1

Задание № 1 (выберите один вариант ответа)

Значение функции $f\left(\frac{x}{2} + 3\right)$, если $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$, равно...

Ответы

1) $\frac{x^2}{4} + 3x + 9 + \frac{2}{x+6}$

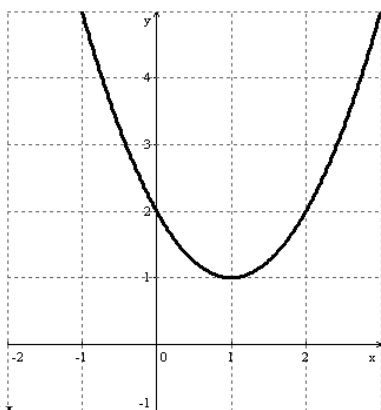
2) $\frac{x^2}{4} + 9 + \frac{2}{x+6}$

3) $\frac{x^2}{4} + 9 + \frac{1}{\frac{x}{2} + 3}$

4) $\frac{x^2}{4} + 3x + \frac{2}{x+3}$

Задание № 2. (выберите один вариант ответа)

График какой функции изображен на рисунке?



Ответы

1) $2^{|x|+1}$

2) $2^{|x-1|}$

3) $2^{|x+1|}$

4) $2^{|x|}$

Задание № 3 (выберите один вариант ответа)

Область определения функции $f(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2} + \frac{1}{\ln(x-1)}$ имеет вид ...

Ответы

1) $(1;\pi]$

2) $[-\pi;\pi]$

3) $(0;\pi]$

4) $(1;2) \cup (2;\pi]$

Задание № 4 (выберите один вариант ответа)

Предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x}$ равен...

Ответы

1) 1 2) π 3) 0 4) ∞

Задание № 5 (выберите один вариант ответа)

Предел функции $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)^x$ равен...

Ответы

1) 0 2) $\frac{2}{3}$ 3) e^3 4) ∞

Задание № 6 (выберите один вариант ответа)

Точками разрыва первого рода функции $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & x < -1, \\ x, & |x| \leq 1, \\ x^2, & 1 < x < 2, \\ 3, & x \geq 2. \end{cases}$ являются ...

Ответы

- 1) $\{-1;1\}$ 2) $\{1;2\}$ 3) $\{-1;2\}$ 4) $\{2\}$

Задание № 7 (выберите один вариант ответа)

Производная функции $f(x) = \cos^2(2x + 1)$ равна ...

Ответы

- 1) $-2 \sin(4x + 2)$ 2) $2 \cos(2x + 1)$
3) $-2 \sin(2x + 1)$ 4) $4 \cos(2x + 1)$

Задание № 8 (выберите один вариант ответа)

Угол наклона касательной к графику функции $f(x) = \sin(3x - 1)$ в точке $x = \frac{1}{3}$ равен ...

Ответы

- 1) $\arctg(-3)$ 2) $-\pi/4$ 3) 0 4) $\arctg 3$

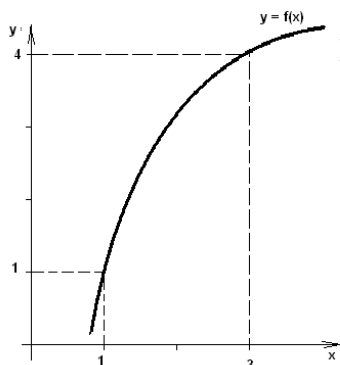
Задание № 9 (выберите один вариант ответа)

Точкой максимума функции $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ является точка ...

Ответы

- 1) 2 2) -2 3) -3 4) нет такой точки

Задание № 10 (выберите один вариант ответа)



На рисунке изображен график функции.
Какие знаки имеют $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ на $(1;3)$?

Ответы

- 1) $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$,
2) $f(x) < 0$, $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$,
3) $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$,
4) $f(x) > 0$, $f'(x) < 0$, $f''(x) < 0$,

Задание № 11 (выберите один вариант ответа)

Полный дифференциал функции $f(x,y) = \ln(x + y)$ равен ...

Ответы

- 1) $\frac{dx + dy}{x + y}$ 2) $\frac{dx - dy}{x + y}$ 3) $x dy + y dx$ 4) $x dx + y dy$

Задание № 12 (выберите один вариант ответа)

Стационарная точка для функции $f(x,y) = xy$ имеет координаты ...

Ответы

- 1) (0;0) 2) (1;0) 3) (0;1) 4) (1;1)

Задание № 13 (выберите один вариант ответа)

Максимум функции $f(x,y) = x + 2y$ при условии $x^2 + y^2 = 5$ равен ...

Ответы

- 1) 5 2) -5 3) 0 4) -1

Задание № 14 (выберите один вариант ответа)

Первообразная $F(x)$ для функции $f(x) = 4x^3 + \cos 4x$ имеет вид ...

Ответы

- 1) $4x^4 + \sin 4x + C$ 2) $x^4 + \sin 4x + C$
3) $x^4 + 0,25 \sin 4x + C$ 4) $x^4 - 0,25 \sin x + C$

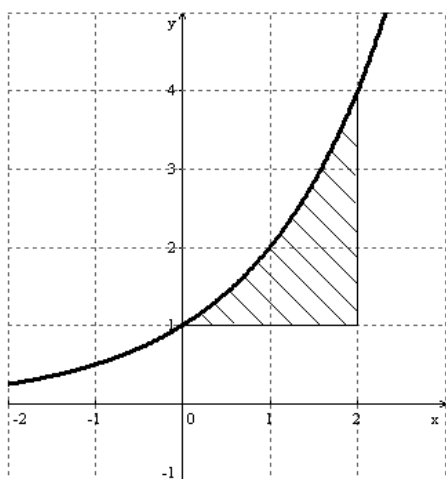
Задание № 15 (выберите один вариант ответа)

Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$, равна ...

Ответы

- 1) 2/3 2) 1 3) 4/3 4) 1/3

Задание № 16 (выберите один вариант ответа)



Объем тела, полученного вращением плоской фигуры, изображенной на рисунке, вокруг оси Ox , выражается интегралом вида ...

Ответы

- 1) $\pi \int_0^1 (2^x - 1)^2 dx$, 2) $\pi \int_0^2 4^x dx$
3) $\pi \int_0^2 (2^x - 1) dx$ 4) $\pi \int_0^2 (4^x - 1) dx$

Задание № 17 (выберите один вариант ответа)

Двойной интеграл $\iint_D x^2 y d\sigma$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$, равен ...

Ответы

- 1) 1/9 2) 1 3) 1/2 4) 2/3

Задание № 18 (выберите один вариант ответа)

Сумма ряда $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ равна ...

Ответы

- 1) 1 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) 2

Задание № 19 (выберите один вариант ответа)

Какие из данных рядов сходятся?

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n(n+1)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^n$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{5n-1}$.

Ответы:

- 1) 2;3 2) 1;3 3) 1;2 4) 1;2;3

Задание № 20 (выберите один вариант ответа)

Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2}$ имеет вид ...

Ответы

- 1) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ 2) $(-2; 2)$ 3) $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$ 4) $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

Задание № 21 (выберите один вариант ответа)

Записать три первых отличных от нуля члена ряда Тейлора в окрестности точки О для функции $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

Ответы

- 1) не существует 2) $\frac{1}{x} + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \dots$
3) $1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$ 4) $1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots$

Критерии оценок.

Перевод количества верных ответов в баллы: 1 верный ответ – 1 балл, максимальное количество баллов – 21.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется в случае, если выполнена правильно более половины заданий из контрольной работы.
- оценка «не зачтено» выставляется в случае, если выполнена правильно менее половины заданий из контрольной работы.

8. Система оценивания планируемых результатов обучения

Балльная структура оценки

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение практических занятий	4 (0,25)	4 (0,25)
2	Активная работа на занятии	0	4 (0,25)
3	Контрольная работа	6	10

4	Индивидуальные задания	20	42
5	Контрольная работа	20	40
6	Всего	50	100

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература:

1. Виленкин И.В. Высшая математика: Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное и интегральное исчисление / И.В. Виленкин, В.М. Гробер. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 415 с.
2. Виленкин И.В. Высшая математика: Интеграл по мере. Дифференциальные уравнения. Ряды / И.В. Виленкин, В.М. Гробер, О.В.Гробер. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 300 с.
3. Математический анализ / под ред. А.М. Кытманова. – М.: Юрайт., 2014. – 607 с.
4. Высшая математика. Том 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье и преобразование Фурье. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. Теория поля [Электронный ресурс] : учебник / А. П. Господариков, М. А. Зацепин, Г. А. Колтон [и др.] ; под ред. А. П. Господариков. — Электрон.текстовые данные. — СПб. : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 213 с. — 978-5-94211-713-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71690.html>
5. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под ред. А. П. Рябушко. — Электрон.текстовые данные. — Минск :Вышэйшая школа, 2014. — 397 с. — 978-985-06-2466-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/35481.html>
6. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : практикум. Учебное пособие / Л. А. Альсевич, С. А. Мазаник, Г. А. Расолько, Л. П. Черенкова. — Электрон.текстовые данные. — Минск :Вышэйшая школа, 2012. — 382 с. — 978-985-06-2111-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20196.html>
7. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. — Электрон.текстовые данные. — М. : Логос, 2010. — 383 с. — 5-98704-465-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9280.html>
8. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон.текстовые данные. — Минск :ТетраСистемс, 2011. — 415 с. — 978-985-536-228-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28122.html>

9.2. Дополнительная литература:

1. Аксененко Е.М. Избранные вопросы математического анализа / Е.М. Аксененко, Г.М.Чуванова. - Ю.- Сах.: Изд-во СахГУ, 2008. – 123 с.
2. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс]: учеб.пособие – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2017. – 492 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/89934>.
3. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу / И.А. Виноградова, С.И. Олехник, В.А. Садовничий. - М.: Высшая школа, 2000. – Ч.1. – 726 с. - Ч.2. – 726 с.
4. Гюнтер Н.М. Сборник задач по высшей математике / Н.М. Гюнтер, Р.О.Кузьмин. – СПб: Лань, 2003. – 816 с.
5. Индивидуальные задания по высшей математике. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля / Под ред. А.П.Рябушко. – Минск: Вышэйшая школа, 2004. – 376 с.

6. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.М.Матвеев. – СПб: Специальная литература, 1996. – 358 с.
7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления / Н.С. Пискунов. – М.: Интеграл-пресс, 2004.- Т.1. – 415 с. – Т.2. – 544 с.
8. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И.И.Привалов. – М.: Высшая школа, 1999. – 360 с.
9. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. – Электрон.дан. – Минск: «Вышэйшая школа», 2016. – 303 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/92434>.
10. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике / Под ред. А.П.Рябушко. – Минск: Вышэйшая школа, 1990. – Ч.1. - 470 с.
11. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике / Под ред. А.П.Рябушко. – Минск: Вышэйшая школа, 1991. – Ч.2. - 351 с.
12. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон.дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/90053>.

9.4. Программное обеспечение

– Программный комплекс «Электронные журналы», используемый для учета и анализа успеваемости обучающихся

- Microsoft VisualFoxPro Professional 9/0 Win32 Single Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 49512935);
- Microsoft Win Home Basic 7 Russian Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 61031351),
- Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351),
- Microsoft Internet Security&Accel Server Standart Ed 2006 English Academic OPEN,(бессрочная), (лицензия 41684549),
- Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Kaspersky Endpoint Security длябизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срокпользованияс 2019-05-13 по 2021-04-13
- ABBYYFineReader 11 Professional Edition, (бессрочная), (лицензия AF11-2S1P01-102/AD),
- Microsoft Volume Licensing Service, (бессрочная), (лицензия 62824441),

9.5. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:

- «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года;
- Официальный Web-сайт СахГУ <http://sakhgu.ru/>; сахгу.рф
- Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования <http://i-exam.ru/>
- Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY <http://elibrary.ru>
- Сайт университетской библиотеки ONLINE <http://www.biblioclub.ru/>
- Сайт электронно-библиотечной системы IPRbooks<http://www.iprbookshop.ru>
- Сайт информационной справочной системы Polpred.com [http:// polpred.com/](http://polpred.com/)
- Math 24.ru
- Matclub.ru

- Allmath.ru/highermath.htm
- Mathhelp.spb.ru

10 Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;

- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки;
2. Доступ к Интернет-ресурсам;
3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием во время самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ _____ от _____

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочей программе дисциплины «Избранные вопросы математического анализа»
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями
подготовки), профиль «Математика и физика»

на 20__/20__ учебный год

1. В _____ вносятся следующие изменения:

(элемент рабочей программы)

1.1.;

1.2.;

...

1.9.

2. В _____ вносятся следующие изменения:

(элемент рабочей программы)

2.1.;

2.2.;

...

2.9.

3. В _____ вносятся следующие изменения:

(элемент рабочей программы)

3.1.;

3.2.;

...

3.9.

Составитель
дата

подпись

расшифровка подписи

Зав. кафедрой

подпись

расшифровка подписи