

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Сахалинский государственный университет»

Институт естественных наук и техносферной безопасности
Кафедра математики

СОГЛАСОВАНО
Директор института
_____ Багдасарян А.С.

« 6 » ноября 2018 г.

УТВЕРЖДАЮ
И.о. ректора СахГУ
_____ Федоров О.А.

« 12 » ноября 2018 г.



ПРОГРАММА

Государственного экзамена

Направление подготовки

44.03.05. «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

профиль подготовки

«Математика и физика»

г. Южно-Сахалинск
2018 г.

Составители: Адамчук М.С., доцент кафедры математики,
Неешпапа Т.А., доцент кафедры математики,
Сороко Г.А., доцент кафедры электротехники и физики,
Чуванова Г.М., доцент, и.о. зав. кафедрой кафедры математики.

М.С.
Т.А. - *Сороко*

Рецензенты: Гулевская А.Ф., к.п.н., доцент кафедры математики,
Максимов В.П., д.п.н., зав. кафедрой электроэнергетики и физики.

А.Ф.
В.П.

Обсуждена и утверждена
на заседании кафедры математики
«23» октября 2018 г., протокол № 2

Обсуждена и утверждена
на заседании кафедры электротехники и физики
« 24 » октября 2018 г., протокол № 2

Содержание

Аннотация.....	3
Введение.....	4
Организационно-методические указания.....	6
Содержание государственного экзамена.....	7
Фонд оценочных средств.....	13
Методические рекомендации по подготовке к экзамену.....	20
Обзор основной и дополнительной литературы.....	25

Аннотация

1	Форма государственного экзамена	Устная (ответы на вопросы билета)
2	Цель государственного экзамена	Определение соответствия результатов освоения обучающимися основной профессиональной образовательной программы требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки
3	Коды компетенций, проверяемых на государственном экзамене	ОПК-1, ОПК-5, ПК-11
4	Трудоемкость сдачи государственного экзамена и подготовки к государственному экзамену	в зачетных единицах - 3 в академических часах - 108 в неделях - 3
5	Разработчики	М.С. Адамчук, Т.А. Неешпапа, Г.А. Сороко, Г.М. Чуванова

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с Федеральным законом Российской Федерации «Об образовании» и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры в ФГБОУ ВО «СахГУ», утвержденным приказом ректора СахГУ № 534-пр от 19.10.2016 г., освоение основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ВО) завершается обязательной государственной итоговой аттестацией выпускников.

Целью государственной итоговой аттестации является установление уровня подготовки выпускника университета к выполнению профессиональных задач и соответствия его подготовки требованиям Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) высшего образования.

Государственная итоговая аттестация выпускников проводится по всем основным профессиональным образовательным программам высшего образования.

К государственным аттестационным испытаниям, входящим в состав государственной итоговой аттестации, допускается лицо, успешно завершившее в полном объеме освоение основной профессиональной образовательной программы по направлению высшего образования, разработанной университетом в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Государственный экзамен бакалавра является квалификационным и предназначен для определения теоретической и практической подготовленности выпускника к выполнению профессиональных задач, установленных ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль Математика и физика. Порядок проведения государственного экзамена определяется вузом на основании ФГОС ВО по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» профиль «Математика и физика», Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры в ФГБОУ ВО «СахГУ».

Государственный экзамен выявляет сформированность следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1 – осознание социальной значимости своей будущей профессии, обладание мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности,

ОПК-5 – владение основами профессиональной этики и речевой культуры.

Профессиональные компетенции:

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для определения и решения исследовательских задач в области образования.

ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Цель государственного экзамена:

Государственная итоговая аттестация предназначена для определения практической и теоретической подготовленности выпускника к выполнению профессиональных задач, установленных Федеральным государственным образовательным стандартом.

Задача государственного экзамена:

Задачей государственного экзамена является проверка прочности усвоения выпускниками основных разделов дисциплин предметной подготовки.

Аттестационные испытания, входящие в состав государственной итоговой аттестации выпускников, полностью соответствуют основной профессиональной образовательной программе высшего образования, которую он освоил за время обучения.

Выпускник, освоивший основную профессиональную образовательную программу подготовки направления 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» профиль «Математика и физика», и получающий квалификацию бакалавра, должен:

- знать основные понятия алгебры, теории чисел, геометрии, математического анализа, теории функции комплексного переменного, дифференциальных уравнений, уметь формулировать определения;

- уметь доказывать теоремы с помощью основных методов;

- обладать глубокими конкретными знаниями, касающимися наиболее важных физических концепций и законов;

- уметь применять физические законы к анализу наиболее важных частных случаев и простейших задач, знать и уметь объяснить основные результаты;

- владеть основным экспериментальным материалом, особенно теми опытными факторами, которые лежат в основе наиболее важных физических законов;

- уметь решать задачи по основным разделам курсов математики и физики.

В программу государственного экзамена подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» профиль «Математика и физика», вынесены следующие дисциплины блоков дисциплин:

1. Алгебра.
2. Теория чисел.
3. Геометрия.
4. Числовые системы.
5. Математический анализ.
6. Теория функции комплексного переменного.
7. Дифференциальные уравнения.
8. Общая физика.

Государственный экзамен 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» профиль «Математика и физика» проводится в устной форме.

СОДЕРЖАНИЕ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

Раздел 1. Дисциплина “Алгебра”

Тема 1. Группы, кольца, поля, алгебры, алгебраические структуры.

Тема 2. Поле комплексных чисел.

Тема 3. Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Теория делимости.

Тема 4. Системы линейных уравнений. Матрицы и определители.

Тема 5. Векторные пространства.

Тема 6. Линейные преобразования и их матрицы.

Тема 7. Подгруппы. Подкольца. Евклидовы и факториальные кольца.

Тема 8. Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены.

Тема 9. Расширения полей.

Раздел 2. Теория чисел.

Тема 1. Делимость и простые числа.

Тема 2. Теория сравнений.

Тема 3. Цепные дроби.

Тема 4. Алгебраические и трансцендентные числа.

Раздел 3. Числовые системы.

Тема 1. Аксиоматическая теория натуральных чисел.

Тема 2. Аксиоматическая теория целых чисел.

Тема 3. Свойства рациональных чисел.

Тема 4. Аксиоматическая теория действительных чисел.

Тема 5. Аксиоматическая теория комплексных чисел.

Раздел 4. Геометрия

Тема 1. Векторы и операции над ними.

Тема 2. Метод координат на плоскости и в пространстве.

Тема 3. Прямая на плоскости.

Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве.

Тема 5. Линии второго порядка, поверхности второго порядка.

Тема 6. Преобразования плоскости в пространстве.

Тема 7. Проективные пространства и их модели.

Тема 8. Изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании.

Тема 9. Элементы топологии.

Тема 10. Общие вопросы аксиоматики.

Тема 11. Неевклидовы пространства.

Раздел 5. Математический анализ.

Тема 1. Действительные числа и их свойства.

Тема 2. Функции и их свойства.

Тема 3. Предел последовательности.

Тема 4. Предел функции.

Тема 5. Непрерывность функции в точке и на множестве.

Тема 6. Дифференцируемость функции, производная, дифференциал.

Тема 7. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций.

Тема 8. Неопределенный интеграл.

Тема 9. Определенный интеграл.

Тема 10. Несобственные интегралы.

- Тема 11. Числовые ряды.
- Тема 12. Функциональные ряды и последовательности.
- Тема 13. Степенные ряды. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций.
- Тема 14. Тригонометрические ряды Фурье.
- Тема 15. Функции нескольких переменных.
- Тема 16. Двойной и тройной интегралы.
- Тема 17. Криволинейные интегралы и их приложения.

Раздел 6. Теория функций комплексного переменного.

- Тема 1. Функции комплексного переменного.
- Тема 2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
- Тема 3. Дифференцирование функции комплексного переменного.
- Тема 4. Интегрирование функции комплексного переменного.
- Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.
- Тема 6. Вычеты и их приложения.

Раздел 7. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными.

- Тема 1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Тема 2. Простейшие дифференциальные уравнения и методы их решения.
- Тема 3. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
- Тема 4. Линейные системы.

Раздел 8. Общая физика

1. МЕХАНИКА

- Тема 1. Кинематика материальной точки.
Понятие материальной точки. Относительность движения. Системы отсчёта. Радиус-вектор, векторы перемещения, скорости и ускорения. Уравнения движения точки в векторной и координатной формах. Тангенциальное и нормальное ускорения.
- Тема 2. Динамика материальной точки.
Масса и импульс тела. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчёта. Сила. Второй закон Ньютона. Основная задача механики. Третий закон Ньютона. Границы применимости классической механики. Динамические закономерности и принцип причинности классической механики.
- Тема 3. Динамика системы материальных точек.
Система материальных точек. Силы внешние и внутренние. Замкнутые системы. Закон сохранения импульса замкнутой системы.
- Тема 4. Законы сохранения.
Работа силы, мощность. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Закон сохранения энергии в консервативной системе.
- Тема 5. Механика твёрдого тела.
Твёрдое тело как система материальных точек. Абсолютно твёрдое тело. Поступательное и вращательное движение абсолютно твёрдого тела. Мгновенные оси вращения. Понятие о степенях свободы и связях. Угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение. Связь линейных и угловых величин.
Момент инерции и момент импульса. Теорема Штейнера. Момент силы. Второй закон Ньютона для вращательного движения твёрдого тела. Закон сохранения момента импульса твёрдого тела.
Понятие о вращении твёрдого тела вокруг неподвижной точки.
Условия равновесия твёрдого тела. Виды равновесия. Центр тяжести.
- Тема 6. Механика упругих тел.
Давление в жидкостях и газах. Распределение давления в покоящихся жидкостях

тях и газах. Сила Архимеда. Условия плавания тел.

Стационарное слоистое движение жидкости. Уравнение неразрывности струи. Уравнение Бернулли для идеальной жидкости и его следствия. Формула Торричелли.

Движение вязкой жидкости. Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса. Сила лобового сопротивления и подъёмная сила.

Упругие свойства твёрдых тел. Виды упругих деформаций. Закон Гука для различных деформаций. Модули упругости. Предел упругости.

Тема 7. Движение в неинерциальных системах отсчёта.

Неинерциальные системы отсчёта. Описание движения в инерциальных и неинерциальных системах отсчёта. Силы инерции. Сила инерции в прямолинейно движущейся НИСО. Равномерно вращающаяся НИСО. Центробежная сила инерции. Сила Кориолиса. Проявление сил инерции на Земле.

Тема 8. Элементы специальной теории относительности.

Представления Ньютона о свойствах пространства и времени. Инвариантность второго закона Ньютона относительно преобразований Галилея. Границы применимости механики Ньютона. Постулаты Эйнштейна. Относительность одновременности в СТО. Преобразования Лоренца. Относительность отрезков длины и промежутков времени в СТО. Релятивистский закон преобразования скоростей. Релятивистский импульс. Релятивистская форма второго закона Ньютона. Взаимосвязь массы и энергии. Законы сохранения массы, энергии и импульса в СТО.

Тема 9. Колебания и волны.

Колебательные движения. Гармонические колебания. Амплитуда, частота, фаза колебаний. Смещение, скорость, ускорение при гармоническом колебательном движении. Способы описания гармонических колебаний.

Движение под действием упругих и квазиупругих сил. Свободные колебания линейного гармонического осциллятора. Дифференциальное уравнение собственных колебаний и анализ его решения. Энергия гармонического осциллятора.

Затухающий гармонический осциллятор. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и анализ его решения. Уравнение движения. Коэффициент затухания.

Вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и анализ его решения. Резонанс.

Сложение колебаний одного направления с одинаковыми и разными частотами. Сложение взаимно-перпендикулярных колебаний. Фигуры Лиссажу.

Распространение колебаний в однородной и упругой среде. Волновое движение. Фронт волны. Поперечные и продольные волны. Уравнение плоской и сферической волны. Волновое уравнение. Энергия волны. Поток энергии.

Интерференция волн. Образование стоячей волны. Распределение энергии в стоячей волне.

Тема 10. Всемирное тяготение.

Законы тяготения Ньютона, постоянная тяготения. Понятие о поле тяготения. Напряжённость и потенциал поля тяготения. Однородное и центральное поле. Первая, вторая и третья космические скорости. Эйнштейновский принцип эквивалентности сил инерции и сил тяготения.

2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.

Тема 11. Электростатическое поле в вакууме.

Электрические заряды. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряжённость поля. Суперпозиция полей. Поток вектора напряжённости. Теорема Остроградского - Гаусса и её применение к расчёту электрических полей.

Потенциальный характер электростатического поля. Циркуляция вектора напряжённости. Потенциал электростатического поля и его градиент. Связь между напряжённостью поля и потенциалом.

Тема 12. Электростатическое поле при наличии проводников.

Распределение зарядов в проводнике. Эквипотенциальность проводника. Напряжённость поля у поверхности проводника и её связь с поверхностной плотностью заряда. Проводники во внешнем электростатическом поле. Наведённые заряды. Электризация через влияние.

Тема 13. Электростатическое поле при наличии диэлектриков.

Диполь в электрическом поле. Диэлектрики и их строение. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации. Электрическое поле в диэлектриках. Вектор электрического смещения. Теорема Остроградского - Гаусса для диэлектриков.

Емкость. Конденсаторы.

Тема 14. Энергия взаимодействия зарядов и энергия электростатического поля.

Энергия системы неподвижных точечных зарядов, заряженного проводника, заряженного конденсатора. Энергия и плотность энергии электростатического поля.

Тема 15. Постоянный электрический ток.

Сила и плотность тока, проводимость. Законы Ома и Джоуля - Ленца в интегральной форме. Условия стационарности поля постоянных токов. Сторонние силы. ЭДС источника. Напряжение и разность потенциалов. Закон Ома для произвольного участка цепи.

Тема 16. Постоянное магнитное поле в вакууме.

Вектор магнитной индукции. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Остроградского - Гаусса для магнитного поля в вакууме. Закон Ампера. Контур с током в магнитном поле. Работа при движении проводника с током в магнитном поле. Закон Био-Савара - Лапласа и его применение для расчёта магнитных полей.

Тема 17. Электромагнитная индукция.

Опыты Фарадея. Законы Фарадея. Правило Ленца. Электродвижущая сила индукции. Самоиндукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля токов. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

Тема 18. Магнитное поле в магнетиках.

Магнетики. Магнитное поле в магнетиках. Намагниченность. Магнитная проницаемость и восприимчивость. Диа-, пара- и ферромагнетизм. Магнитный гистерезис.

Тема 19. Электромагнитное поле.

Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Электромагнитное поле. Уравнение Максвелла.

Тема 20. Электрические колебания.

Электрический колебательный контур. Собственные колебания. Формула Томпсона. Затухающие колебания. Вынужденные колебания в контуре. Резонанс.

Тема 21. Электромагнитные волны.

Волновые уравнения для полей в свободном пространстве. Поток электромагнитной энергии. Вектор Умова - Пойнтинга. Интенсивность волны.

3. ОПТИКА.

Тема 22. Свет как электромагнитная волна.

Шкала электромагнитных волн. Электромагнитная теория света. Скорость света.

Тема 23. Геометрическая оптика.

Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики. Принцип Ферма. Законы отражения и преломления света. Полное отражение. Зеркала. Тонкие линзы. Формула линзы. Оптическая сила линзы. Аберрации линз. Оптические инструменты.

Тема 24. Интерференция света.

Сложение световых волн. Принцип суперпозиции. Интерференция. Когерентность. Методы наблюдения интерференции в оптике. Двухлучевая интерференция, возникающая при отражении и прохождении света в тонких плёнках и пластинах. Применение интерференции в науке и технике.

Тема 25. Дифракция света.

Принцип Гюйгенса - Френеля. Дифракция Френеля. Зоны Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии, на круглом экране. Дифракция Фраунгофера на щели и круглом отверстии. Дифракционная решётка. Дисперсия и разрешающая способность решётки. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа - Брэгга.

Тема 26. Поляризация света.

Электромагнитная теория отражения и преломления света на границе раздела однородных изотропных сред. Формулы Френеля. Закон Брюстера.

Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. Распространение света в кристаллах. Двойное лучепреломление. Волновые поверхности в кристаллах. Одноосные кристаллы. Эллиптическая и круговая поляризация. Вращение плоскости поляризации.

Тема 27. Дисперсия и поглощение света.

Дисперсия света. Нормальная и аномальная дисперсия. Электронная теория дисперсии и поглощения света. Коэффициент поглощения. Дисперсия призмы. Спектральный анализ. Спектр поглощения.

4. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА.

Тема 28. Квантовые свойства излучения.

Фотоэлектрический эффект. Внешний фотоэффект, его законы. Фотоны. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Энергия и импульс фотона. Эффект Комптона. Давление света.

Тепловое излучение и его особенности. Законы излучения абсолютно чёрного тела. Закон Кирхгофа. Закон Стефана - Больцмана. Закон смещения Вина. Распределение энергии в спектре абсолютно чёрного тела. Гипотеза Планка. Формула Планка для спектральной плотности излучения.

Корпускулярно-волновая двойственность свойств света.

Тема 29. Волновые свойства частиц.

Волновые свойства вещества. Волны де Бройля. Опыты по дифракции электронов. Понятие о соотношении неопределённостей Гейзенберга. Уравнение Шредингера. Волновая функция и её физический смысл. Квантование энергии и момента импульса. Принцип суперпозиции.

Тема 30. Физика атомов и молекул.

Опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц. Ядерная модель атома. Спектральные серии атома водорода. Постулаты Бора. Уровни энергии атома. Теория атома водорода по Бору. Сравнение теории Бора с опытом.

Атом водорода в квантовой механике. Квантование энергии и момента импульса электрона в атоме. Квантовые числа. Сопоставление боровской теории атома водорода с квантовомеханической теорией.

Тема 31. Физика атомных ядер.

Строение ядра. Нуклоны. Заряд и масса ядра. Изотопы. Ядерные силы. Энергия связи ядра. Дефект массы ядра. Стабильность ядра. Оболочечная и капельная Модели ядра.

Естественная радиоактивность. Закон радиоактивного распада. Период полураспада, α - и β - распады, γ - излучения. Правила смещения. Искусственная радиоактивность. Ядерные реакции и их основные типы. Реакция деления и синтеза. Цепные ядерные реакции.

Тема 32. Физика элементарных частиц. Фундаментальные взаимодействия.

Современные представления об элементарных частицах, их свойства и взаимная превращаемость.

Элементарные частицы и фундаментальные взаимодействия.

5. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА.

Тема 33. Молекулярно-кинетическая теория (МКТ) вещества. Идеальный газ.

Предмет молекулярной физики и термодинамики. Термодинамический и статистический подходы к изучению макроскопических систем. Модель идеального газа. Уравнение состояния идеального газа. Основное уравнение кинетической теории газа. Средняя энергия молекул идеального газа. Статистическое истолкование температуры и давления. Распределение молекул по скоростям (по Максвеллу). Скорости молекул. Барометрическая формула.

Тема 34. Явление переноса.

Основные понятия: число столкновений молекул, средняя длина свободного пробега, среднее эффективное сечение. Диффузия, внутреннее трение и теплопроводность в газах.

Тема 35. Основы термодинамики.

Внутренняя энергия как функция состояния системы. Распределение энергии хаотического движения молекул по степеням свободы в равновесном состоянии. Работа газа. Первое начало термодинамики. Теплоёмкость идеального газа. Адиабатический процесс.

Второе начало термодинамики. Условия работы теплового двигателя. Обратимость и необратимость процесса. Круговой процесс. КПД цикла. Цикл Карно. Теорема Карно. Энтропия и её свойства. Теорема Нернста. Энтропия и вероятность.

Тема 36. Реальные газы и жидкости.

Уравнение Ван-дер-Ваальса и его анализ. Экспериментальные изотермы реального газа. Критическое состояние. Фазовые переходы. Диаграмма равновесия жидкости и пара. Внутренняя энергия реального газа.

Свойства жидкого состояния. Поверхностный слой. Поверхностное натяжение. Формула Лапласа. Смачивание и капиллярные явления. Давление насыщенных паров над мениском.

Тема 37. Твёрдые тела.

Кристаллические и аморфные тела. Механические и тепловые свойства твёрдых тел. Классическая теория теплоёмкости твёрдых тел (закон Дюлонга - Пти). Квантовая теория теплоёмкости. Понятие о фононах.

Квантовая теория электронов в металлах. Основы зонной теории проводимости твёрдых тел. Заполнение зон. Уровень Ферми.

Электрические свойства и строение полупроводников. Зонная теория проводимости полупроводников. P- N-переход.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Вопросы для подготовки к государственному экзамену

Раздел 1. Дисциплина «Алгебра»

1. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности и разбиение множества на классы
2. Векторное пространство.
3. Корни многочлена. Схема Горнера.
4. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
5. Неприводимость многочленов над полем действительных, комплексных чисел.

Раздел 2. «Теория чисел»

1. Сравнение в кольце целых чисел.
2. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера, Ферма.
3. Линейные сравнения с одной переменной.

Раздел 3. «Числовые системы»

1. Поле комплексных чисел.
2. Кольцо целых чисел. НОД, НОК чисел.

Раздел 4. «Геометрия»

1. Скалярное произведение векторов в трехмерном евклидовом пространстве.
2. Векторное произведение векторов в трехмерном евклидовом пространстве.
3. Смешанное произведение векторов в трехмерном евклидовом пространстве.
4. Движения плоскости. Группа движений. Подгруппы группы движений, ее инварианты. Равные фигуры.
5. Гомотетия плоскости. Группа гомотетий. Свойства гомотетий.
6. Преобразование подобия плоскости. Группа подобий, ее инварианты. Подгруппы группы подобий. Подобные фигуры.
7. Плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в трехмерном евклидовом пространстве.
8. Прямая линия в пространстве. Взаимное расположение двух прямых.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
10. Параллельное проектирование. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.

Раздел 5. «Математический анализ»

1. Функция. Композиция функций, обратная функция. Классификация функций по их свойствам.
2. Предел функции в точке. Свойства функций, имеющих конечный предел. Алгебра конечных пределов.
3. Предел числовой последовательности. Свойства предела числовой последовательности (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, предел монотонной последовательности, теорема Больцано-Вейерштрасса).
4. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

5. Дифференцируемость функции одной переменной. Геометрический и механический смысл производной функции одной переменной. Правила и формулы дифференцирования.
6. Экстремум функции одной переменной. Необходимое и достаточное условия экстремума.
7. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Числовые ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов.

Раздел 6. «Теория функций комплексного переменного»

1. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана.

Раздел 7. «Дифференциальные уравнения»

1. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел 8. «Общая физика»

1. Пространство и время в нерелятивистской физике. Системы отсчёта. Кинематика частицы. Преобразования Галилея, их кинематические следствия.
2. Инерциальные системы отсчёта. Законы Ньютона, границы их применимости. Принцип относительности Галилея.
3. Законы сохранения в нерелятивистской механике. Их связь со свойствами симметрии пространства и времени.
4. Механические колебания. Свободные колебания линейного гармонического осциллятора. Колебания при наличии трения.
5. Вынужденные колебания линейного гармонического осциллятора. Резонанс.
6. Неинерциальные системы отсчёта. Силы инерции. Понятие о принципе эквивалентности.
7. Кинематика вращательного движения. Связь линейных и угловых кинематических параметров.
8. Твёрдое тело. Момент силы, момент импульса. Момент инерции. Теорема Гюйгенса. Уравнения движения твёрдого тела. Закон сохранения момента импульса.
9. Распространение колебаний в однородной и упругой среде. Уравнение плоской и сферической волны. Поток энергии.
10. Электрический заряд и его свойства. Закон Кулона. Напряжённость электрического поля неподвижных зарядов. Принцип суперпозиции. Теорема Остроградского – Гаусса.
11. Работа сил поля при перемещении заряда. Потенциальный характер электростатического поля. Потенциал. Градиент потенциала и напряжённость поля.
12. Энергия взаимодействия системы зарядов и энергия электростатического поля. Электростатическое поле при наличии проводников. Электроёмкость.
13. Магнитное поле электрического тока. Индукция и напряжённость магнитного поля. Закон Био-Савара - Лапласа. Закон полного тока.
14. Сила Ампера. Сила Лоренца. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле. Магнитный поток.
15. Электромагнитная индукция. опыты Фарадея. Основной закон электромагнитной индукции. Самоиндукция.
16. Магнитное поле в веществе. Диа- пара- и ферромагнетизм. Явление магнитного гистерезиса.
17. Электромагнитные волны, их свойства. Объёмная плотность и поток энергии электромагнитного поля.
18. Интерференция света. Принцип Гюйгенса - Френеля. Дифракция света. Дифракционная решётка.

19. Поляризация света. Закон Малюса. Закон Брюстера. Поляризация света при двойном лучепреломлении. Вращение плоскости поляризации.
20. Равновесное тепловое излучение и его законы.
21. Фотоэффект и световое давление с точки зрения фотонной теории света.
22. Опыты Резерфорда, планетарная модель атома. Составные элементы ядра. Основные характеристики ядер. Свойства ядерных сил.
23. Радиоактивность. Характеристики и виды радиоактивных превращений. Природа альфа-, бета- и гамма-превращений. Нейтрино.
24. Ядерные реакции деления и синтеза. Ядерная энергетика.
25. Внутренняя энергия. Теплота и работа. Первый закон термодинамики.
26. Энтропия, её термодинамический и статистический смысл. Второй закон термодинамики. Теорема Нернста.
27. Тепловые двигатели. Цикл Карно. Максимальный коэффициент полезного действия тепловых двигателей.
28. Классический идеальный газ. Закон распределения энергии по степеням свободы. Классическая теория теплоёмкости идеального газа. Понятие о квантовой теории теплоёмкости газов.
29. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла по скоростям для классической системы.
30. Характер теплового движения молекул и свойств вещества в различных агрегатных состояниях. Равновесие фаз, фазовые переходы. Реальный газ.

Перечень и тематика практических заданий.

Раздел «Алгебра, теория чисел, числовые системы»

1. Метод математической индукции.
2. Систематические числа.
3. Корни многочлена. Кратность многочлена.
4. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
6. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
7. Арифметические приложения теории сравнений.
8. Выполнение действий над комплексными числами.
9. Нахождение собственных значений.
10. Решение уравнений в целых числах.

Раздел «Геометрия»

1. Линейная зависимость и независимость векторов.
2. Применение скалярного произведения векторов к решению метрических задач (вычисление расстояний, углов).
3. Применение векторного произведения векторов к вычислению площади треугольника, многоугольника.
4. Применение смешанного произведения векторов к вычислению объемов тетраэдра, многогранника.
5. Применение движений плоскости к решению задач на построение, доказательство.
6. Применение преобразования подобия плоскости к решению задач на вычисление, построение.
7. Взаимное расположение двух, трех плоскостей.
8. Вычисление расстояния от точки до прямой, угла между прямыми, на взаимное расположение прямых в пространстве.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости, на вычисление угла между прямой и плоскостью.

10. Построение сечений многогранников (метод следов, метод соответствий).

Раздел «**Математический анализ**»

1. Полное исследование функции, построение графика
2. Экстремум функции двух переменных.
3. Первообразная и неопределенный интеграл. Вычисление неопределенных интегралов.
4. Геометрические приложения определенного интеграла.
5. Вычисление двойного интеграла.
6. Абсолютная и условная сходимости знакопеременных рядов.
7. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда.
8. Радиус и круг сходимости степенного ряда в комплексной области.
9. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
10. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков.

Раздел «**Общая физика**»

1. Механика

1. Кинематика материальной точки.
2. Динамика материальной точки и системы материальных точек.
3. Статика.
4. Законы сохранения.
5. Механика твердого тела.
6. Колебания и волны.
7. Всемирное тяготение.

2. Электродинамика

1. Электростатическое поле.
2. Энергия взаимодействия зарядов и энергия электростатического поля.
3. Постоянный электрический ток.
4. Постоянное магнитное поле в вакууме.
5. Магнитное поле в веществе.
6. Электромагнитная индукция.
7. Электромагнитные колебания и волны.

3. Оптика

1. Интерференция света.
2. Дифракция света.
3. Поляризация света.
4. Дисперсия и поглощение света.

4. Квантовая физика

1. Внешний фотоэффект.
2. Эффект Комптона.
3. Тепловое излучение.
4. Строение и свойства атомов.
5. Основы квантовой теории атомов и молекул.
6. Строение и свойства атомных ядер.
7. Ядерные реакции.
8. Радиоактивность.

5. Молекулярная физика термодинамика

1. Молекулярно – кинетическая теория вещества.
2. Явления переноса.
3. Основы термодинамики.
4. Реальные газы и жидкости.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания (критерии оценки результатов сдачи государственного экзамена)

Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Результаты освоения ОПОП (содержание компетенций и коды)	Показатели сформированности компетенций (пороговый уровень)	Критерии оценивания уровня сформированности компетенций
осознание социальной значимости своей будущей профессии, обладание высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности (ОПК-1)	знает математику и физику, и ее современное состояние, осознает социальную значимость своей профессии учителя математики и физики;	излагает основные теоретические понятия математики и физики и практические способы решения различных задач, способен доказать значимость своей профессии на конкретных современных примерах
владение основами профессиональной этики и речевой культуры (ОПК-5)	знает основные понятия математики и физики, формулировки определений, теорем; владеет методами доказательств теорем и вывода формул	грамотно излагает теоретические основы математики и физики, доказывает теоремы и выводит формулы
готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для определения и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11)	владеет теоретическими и практическими знаниями математики и физики	применяет исследовательские методы при решении исследовательских задач в области образования

Шкала оценивания

(критерии оценки результатов сдачи государственного экзамена)

Оценка по номинальной шкале	Критерии оценки результатов сдачи государственного экзамена
Отлично	Обучающийся показывает высокий уровень теоретических и практических знаний, видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком излагает материал. На вопросы членов комиссии отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу. Достигнутый уровень оценки результатов обучения по направлению подготовки является основой для формирования компетенций, соответствующих требованиям ФГОС ВО.
Хорошо	Выпускник показывает достаточный уровень профессиональных знаний и владений, свободно оперирует понятиями, методами решения практических заданий. Имеет представление о междисциплинарных связях, умеет решать практические задания, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, но при

	этом допускает некоторые незначительные неточности. Вопросы, задаваемые членами ГЭК, не вызывают существенных затруднений.
Удовлетворительно	Выпускник показывает знания в недостаточно полном объеме, при наличии ошибок и некоторых пробелов в знаниях. На поставленные членами ГЭК вопросы отвечает неуверенно, допускает серьезные ошибки в практической работе.
Неудовлетворительно	Допущенные ошибки и неточности при устном ответе показывают, что выпускник не овладел необходимой системой знаний по направлению подготовки, затрудняется при решении практических заданий. Неправильно отвечает на дополнительные вопросы, поставленные членами ГЭК, или затрудняется с ответом.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания результатов освоения основной профессиональной образовательной программы

1. Нормативно-методическое обеспечение государственной итоговой аттестации обучающихся, включая процедуру подачи и рассмотрения апелляции, осуществляется в соответствии с «Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры» (утв. приказом Министерства образования и науки РФ № 636 от 29.06.2015 с изм. и доп. от 09.02.2016) и «Порядком проведения государственной итоговой аттестации высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры в ФГБОУ ВО «СахГУ» (приказ № 534-пр от 19 октября 2016 г.).

2. В период подготовки к государственной итоговой аттестации и ее проведения необходимо использовать фонд оценочных средств:

- перечень компетенций, которыми должен овладеть обучающийся в результате освоения основной профессиональной образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания (критерии оценки результатов сдачи государственного экзамена);
- вопросы для подготовки к междисциплинарному экзамену по направлению и перечень тематических заданий, необходимые для оценки результатов освоения основной профессиональной образовательной программы.

3. К государственной итоговой аттестации допускается обучающийся, не имеющий академической задолженности и в полном объеме выполнивший учебный план или индивидуальный учебный план по соответствующей образовательной программе высшего образования.

4. Во время государственного экзамена используются:

- копии всех приказов, связанных с государственной итоговой аттестацией;
- сводная ведомость успеваемости учебной группы на весь период обучения;
- программа государственного экзамена;
- три комплекта бланков билетов междисциплинарного государственного экзамена по направлению (установленного образца) и приложения к ним, подготовленные на основе фонда оценочных средств;
- описание шкалы оценивания;
- протокол заседания государственной экзаменационной комиссии;
- бланки для устного ответа.

5. Для обучающихся из числа инвалидов государственная итоговая аттестация проводится организацией с учетом особенностей их психофизического развития, их индивидуальных возможностей и состояния здоровья (далее – индивидуальные особенности). При проведении государственной итоговой аттестации обеспечивается соблюдение общих и специфических (в зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся) требований.

6. Порядок подачи и рассмотрения апелляций

6.1. По результатам междисциплинарного государственного экзамена выпускник имеет право подать письменную апелляцию о нарушении, по его мнению, установленной процедуры проведения государственного аттестационного испытания и (или) о несогласии с результатами междисциплинарного государственного экзамена.

6.2. Апелляция подается лично выпускником в апелляционную комиссию не позднее следующего рабочего дня после объявления результатов междисциплинарного государственного экзамена.

6.3. Для рассмотрения апелляции секретарь апелляционной комиссии направляет в апелляционную комиссию протокол заседания государственной экзаменационной комиссии, заключение председателя государственной экзаменационной комиссии о соблюдении процедурных вопросов при проведении междисциплинарного государственного экзамена, а также письменные ответы выпускника.

6.4. Апелляция рассматривается не позднее двух рабочих дней со дня подачи апелляции на заседании апелляционной комиссии, на которое приглашаются председатель государственной экзаменационной комиссии и выпускник, подавший апелляцию.

Решение апелляционной комиссии доводится до сведения выпускника, подавшего апелляцию, в течение трех рабочих дней со дня заседания апелляционной комиссии. Факт ознакомления выпускника, подавшего апелляцию, с решением апелляционной комиссии удостоверяется подписью выпускника.

6.5. При рассмотрении апелляции о нарушении порядка проведения государственного аттестационного испытания апелляционная комиссия принимает одно из следующих решений:

об отклонении апелляции, если изложенные в ней сведения о нарушениях процедуры проведения междисциплинарного государственного экзамена не подтвердились и (или) не повлияли на результат государственного испытания;

об удовлетворении апелляции, если изложенные в ней сведения о допущенных нарушениях процедуры проведения междисциплинарного государственного экзамена подтвердились и повлияли на результат государственного испытания.

В этом случае результат проведения междисциплинарного государственного экзамена подлежит аннулированию, в связи с чем протокол о рассмотрении апелляции не позднее следующего рабочего дня передается в государственную экзаменационную комиссию для реализации решения апелляционной комиссии. Выпускнику предоставляется возможность пройти государственное аттестационное испытание в сроки, установленные университетом.

6.6. При рассмотрении апелляции о несогласии с результатами междисциплинарного государственного экзамена апелляционная комиссия выносит одно из следующих решений:

об отклонении апелляции и сохранения результата междисциплинарного государственного экзамена;

об удовлетворении апелляции и выставления иного результата междисциплинарного государственного аттестационного экзамена.

Решение апелляционной комиссии не позднее следующего рабочего дня передается в государственную экзаменационную комиссию. Решение апелляционной комиссии является основанием для аннулирования ранее выставленного результата экзамена и выставления нового.

6.7. Решение апелляционной комиссии является окончательным и пересмотру не подлежит.

6.8. Повторное проведение междисциплинарного государственного экзамена осуществляется в присутствии одного из членов апелляционной комиссии не позднее 15 июля.

6.9. Апелляция на повторное проведение междисциплинарного государственного экзамена не принимается.

Методические рекомендации по подготовке к государственному экзамену

Подготовка к междисциплинарному государственному экзамену по направлению осуществляется при изучении четырех дисциплин по выбору и факультатива в течение 9-го и 10-го семестров, на практических занятиях которых раскрывается содержание вопросов и подробно рассматривается методика решения практических заданий по математике и физике.

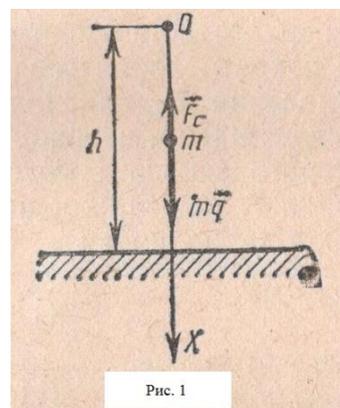
Примеры решения практических заданий по физике и методические рекомендации по самостоятельному их выполнению

ПРИМЕР 1.

Параютист массой $m = 100\text{кг}$ делает затяжной прыжок с начальной скоростью $v_0 = 0$. Найти закон изменения его скорости до раскрытия парашюта, если сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения парашютиста: $\vec{F}_c = -k\vec{v}$, где $k \approx 20\text{кг/с}$.

РЕШЕНИЕ.

Применим второй закон Ньютона. За тело отсчёта инерциальной системы можно принять Землю (рис. 1). Начало координат поместим в точку O , из которой начинается движение парашютиста. Ось Ox направим вертикально вниз. Так как высота h мала по сравнению с радиусом Земли, то ускорение свободного падения можно считать постоянным, то есть $g \approx 9,8\text{м/с}^2 = \text{const}$.



На парашютиста действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила сопротивления воздуха $\vec{F}_c = -k\vec{v}$. По второму закону Ньютона получаем дифференциальное уравнение для неизвестной функции $v(t)$:

$$m = \frac{dv}{dt} = mg - kv.$$

Разделяя переменные, находим:

$$-\frac{dv}{mg/k - v} = -\frac{k}{m} dt \quad \text{или} \quad \frac{d(mg/k - v)}{mg/k - v} = -\frac{k}{m} dt.$$

Отсюда после интегрирования получаем:

$$\ln(mg/k - v) = -\frac{k}{m}t + c \tag{1}$$

Произвольную постоянную c определяем из начальных условий ($v = v_0 = 0$ при $t = 0$): $c = \ln(mg/k)$. Подставляя это значение постоянной c в уравнение (1), получаем:

$$\ln(mg/k - v) = -\frac{k}{m}t + \ln(mg/k)$$

$$\ln(mg/k - v) - \ln(mg/k) = -\frac{k}{m}t$$

$$\ln\left(\frac{mg/k - v}{mg/k}\right) = \ln e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$\frac{mg/k - v}{mg/k} = \ell^{-\frac{k}{m}t}$$

$$1 - \frac{v}{mg/k} = \ell^{-\frac{k}{m}t}$$

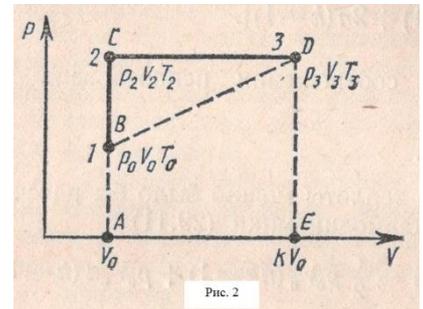
$$v = \frac{mg}{k} \left(1 - \ell^{-\frac{k}{m}t} \right).$$

ПРИМЕР 2.

Водород H_2 объёмом 1 м^3 , находившийся при нормальных условиях, сначала изохорно перевели в состояние с давлением, в n раз большим первоначального, а затем изобарно в состояние с объёмом, в k раз большим первоначального. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершённую им, и полученное количество теплоты.

РЕШЕНИЕ.

Физическая система состоит из некоторой массы m идеального газа. Начальное макросостояние системы (1 на рис. 2) известно (нормальное давление $P_0=10^5 \text{ Па}$, нормальная температура $T_0=273 \text{ К}$ и объём $V_0=1 \text{ м}^3$ (по условию)). Состояния и процессы, в которых участвовала система, изобразим графически в системе координат P - V (рис. 2). Найдём параметры второго 2 и третьего 3 макросостояний системы. Для этого используем уравнение Менделеева – Клапейрона и определения изопроцессов:



$$P_2 = nP_0, V_2 = V_0, T_2 = \frac{\mu P_2 V_2}{mR} = \frac{\mu n P_0 V_0}{mR} \quad (1)$$

$$P_3 = P_2 = nP_0, V_3 = kV_0, T_3 = \frac{\mu P_3 V_3}{mR} = \frac{\mu nk P_0 V_0}{mR} \quad (2)$$

Изменения внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_3 - T_0) = \frac{miR}{2\mu} \left(\frac{\mu nk P_0 V_0}{mR} - \frac{\mu P_0 V_0}{mR} \right) = \frac{i}{2} P_0 V_0 (nk - 1) \quad (3)$$

В изохорном процессе $dV=0$ и работа равна нулю. Работа в изобарном процессе:

$$A = P_2(V_3 - V_2) = nP_0(kV_0 - V_0) = P_0 V_0 n(k - 1) \quad (4)$$

Количество теплоты:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_0) + \frac{m}{\mu} C_P (T_3 - T_2) = \frac{P_0 V_0}{2} [i(nk - 1) + 2n(k - 1)] \quad (5)$$

Количество теплоты можно было бы рассчитать по первому началу термодинамики:

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2} P_0 V_0 (nk - 1) + P_0 V_0 n(k - 1) = \frac{P_0 V_0}{2} [i(nk - 1) + 2n(k - 1)].$$

Для числового расчёта необходимо выбрать разумные значения величин n и k . Из уравнений (2) видно, что значение определяет максимальное давление $P_3 = nP_0$, а произведение $n \cdot k$ – максимальную температуру $T_3 = nkT_0$. Значение n не может превышать $n_{\max} = 100$, ибо при давлениях, равных (и больших) $100 P_0$, газ уже не является идеальным. Произведение nk не может превышать значения $(nk)_{\max} = 10$, так как при температурах $T_3 \approx 10T_0 \approx 3 \cdot 10^3 \text{ К}$ (и больших), во-первых, могут расплавиться стенки

сосуда (необходимо их охладить) и, во-вторых, молекулярный водород станет атомарным, а при ещё больших температурах в сосуде окажется уже водородная плазма. Полагая, что $n = 5$ и $k = 2$, из формул (3), (4) и (5) получаем:

$$\Delta U \approx 2,2 \cdot 10^6 \text{ Дж}; A = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж}; Q \approx 2,7 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Как изменились бы искомые величины, если бы система из начального состояния перешла в конечное (квазистатически) по пунктирной прямой (рис. 2)?

Изменение внутренней энергии $\Delta U_{не}$ зависит от вида процесса и определяется начальным и конечным состоянием системы. Поэтому изменение внутренней энергии остаётся прежним и будет равно $\Delta U \approx 2,2 \cdot 10^6 \text{ Дж}$. Работа уменьшится (площадь трапеции $ABDE$ меньше площади прямоугольника $ACDE$). Следовательно, по первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$ система получит и меньшее количество теплоты.

ПРИМЕР 3. Два заряда $9q$ и $-q$ закреплены на расстоянии $\ell = 50 \text{ см}$ друг от друга. Третий заряд q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда q_1 , при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда равновесие будет устойчивым?

РЕШЕНИЕ.

Заряд q_1 будет находиться в равновесии в том случае, если векторная сумма сил, действующих на него, будет равна нулю. Это значит, что на заряд q_1 должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трёх участков I, II, III (рис. 3) может быть выполнено это условие. Для определённости будем считать, что заряд q_1 – положительный.

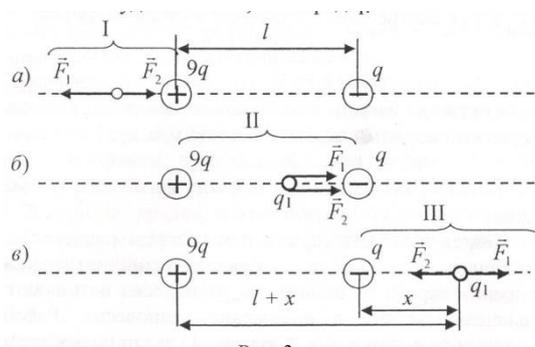


Рис. 3

На участке I на заряд q_1 действуют две противоположно направленные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Сила \vec{F}_1 , действующая со стороны заряда $9q$, в любой точке этого участка будет больше, чем сила \vec{F}_2 , действующая со стороны заряда $-q$, так как больший заряд $9q$ (по абсолютному значению) всегда находится ближе к заряду q_1 , чем меньший заряд $-q$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II обе силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 направлены в одну сторону – к заряду $(-q)$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке III силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 направлены в противоположные стороны, также как на участке I; заряд $(-q)$ всегда находится ближе к заряду q_1 , чем больший заряд $(9q)$. Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 будут одинаковыми по модулю, то есть:

$$F_1 = F_2 \tag{1}$$

Пусть расстояние от меньшего заряда до заряда q_1 равно x , тогда от большего заряда будет $\ell + x$. Выразив в равенстве (1) F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим:

$$\frac{k \cdot 9q \cdot q_1}{(\ell + x)^2} = \frac{k \cdot q \cdot q_1}{x^2}.$$

Сокращая на kqq_1 и извлекая из обеих частей равенства квадратный корень, найдём: $\ell + x = \pm 3x$, откуда $x_1 = +\ell/2$ и $x_2 = -\ell/4$. Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи.

Определим знак заряда, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда q_1 в двух случаях: 1) заряд положителен и 2) заряд отрицателен.

1) Если заряд q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы F_1 и F_2 возрастают, но F_1 возрастает медленнее (заряд $9q$ всегда находится дальше, чем $(-q)$). Следовательно, F_2 больше, чем F_1 , и на заряд q_1 будет действовать результирующая сила, направленная также влево. Под действием этой силы заряд q_1 удаляется от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда q_1 вправо. Сила F_2 убывает быстрее, чем F_1 . Векторная сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, то есть удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

2) Если заряд q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил F_1 и F_2 , но сила F_1 возрастает медленнее, чем F_2 , то есть $F_2 > F_1$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под действием этой силы заряд q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении q_1 вправо сила F_2 убывает быстрее, чем F_1 , то есть $F_1 > F_2$, результирующая сила будет направлена влево и заряд q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда q_1 несущественна.

Замечание. Отметим, что в электростатике устойчивое равновесие возможно только при определённых ограничениях. В нашем примере заряд q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды $(-Q)$ и $(9Q)$. Если эти ограничения снять, то устойчивого равновесия не будет. В системе зарядов, находящихся под действием одних только электростатических сил, устойчивое равновесие невозможно (теорема Гернишоу).

ПРИМЕР 4.

В спирт опущена на ничтожную глубину трубка, радиус внутреннего канала которой $r = 0,2$ мм. Каков вес вошедшего в неё спирта? Чему будет равно давление в трубке в точках, лежащих на половине высоты столбика спирта (рис. 4)? Коэффициент поверхностного натяжения спирта $\alpha = 22 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

РЕШЕНИЕ.

Спирт смачивает стекло и краевой угол равен нулю, поэтому мениск будет вогнутым и будет иметь форму полусферы, радиус которой равен радиусу канала трубки. В точках 1 и 2, расположенных вплотную к поверхности жидкости, но по разные от неё стороны, давления будут отличаться друг от друга на величину ΔP , определяемую формулой Лапласа:

$$\Delta P = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \text{ где } R_1 \text{ и } R_2 - \text{ главные радиусы кривизны.}$$

В данном случае $R_1 = R_2 = R$ канала. Таким образом, давление в точке 2:

$$P_2 = P_0 - \frac{2\alpha}{r}, \text{ где } P_0 - \text{ давление в точке 1, равное атмосферному (давлением паров спирта пренебрегаем).}$$

Давление в точке, лежащей под поверхностью на расстоянии x от неё, будет больше, чем в точке 2, на величину гидростатического давления столбика спирта высотой x :

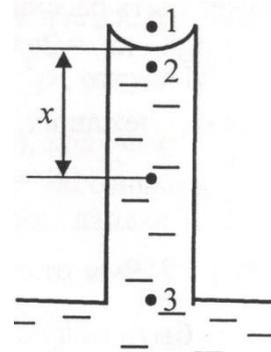


Рис. 4

$$P_x = P_0 - \frac{2\alpha}{r} + \rho g x.$$

В точке 3, лежащей на уровне свободной поверхности жидкости, которую можно считать плоской, давление должно равняться атмосферному (P_0), то есть:

$$P_0 - \frac{2\alpha}{r} + \rho g h = P_0 \quad (1)$$

где h – высота всего столбика спирта.

На основании формулы (1), находим $h = \frac{2\alpha}{r\rho g}$.

Искомый вес может быть рассчитан так:

$$P = \rho g h \cdot \pi r^2 = 2\alpha\pi r^2 \quad (2)$$

$$P = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{Н.}$$

Давление в точках, лежащих на половине высоты столбика спирта, ($x = \frac{h}{2}$), равно:

$$P_{h/2} = P_0 - \frac{\alpha}{r}. \quad P_{h/2} = 759 \text{мм рт.ст.}$$

Формула (2) может быть получена непосредственно из следующих соображений. Вдоль всей линии соприкосновения поверхности спирта со стеклом со стороны стекла на жидкость действует сила, направленная вертикально вверх и равная произведению величины коэффициента поверхностного натяжения на длину линии соприкосновения, то есть:

$$f = \alpha \cdot 2\pi r.$$

Эта сила уравновешивается весом P столбика спирта.

ПРИМЕР 5.

Очень длинная нить равномерно заряжена с линейной плотностью τ . Определить напряжённость поля в точке A против конца нити на расстоянии a от неё.

РЕШЕНИЕ.

Рассмотрим элемент $d\ell$ нити. Пусть он находится от точки A на расстоянии r . Заряд элемента $dq = \tau d\ell$. Напряжённость поля $d\vec{E}$, созданного этим зарядом в точке A , равна:

$$dE = \frac{k\tau d\ell}{r^2} \quad (1)$$

В качестве переменной величины здесь удобно выбрать угол φ , который составляет радиус-вектор \vec{r} с нормалью к нити. Как видно из рис.5,

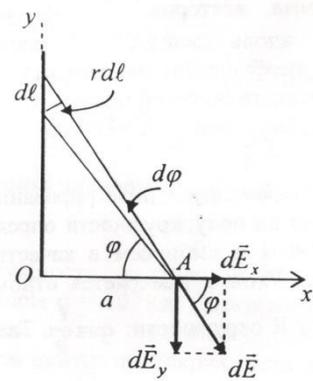


Рис. 5

$$r = \frac{a}{\cos \varphi}; \quad d\ell = \frac{r \cdot d\varphi}{\cos \varphi} = \frac{a \cdot d\varphi}{\cos^2 \varphi} \quad (2)$$

Подставив в формулу (1) значения r и $d\ell$ из (2), получим:

$$dE = \frac{k \cdot \tau d\varphi}{a}$$

Чтобы найти полную напряжённость в точке A , сложим напряжённости $d\vec{E}$ от всех элементов нити. При этом следует учесть, что все слагаемые векторы $d\vec{E}$ имеют

различное направление. В этой задаче нельзя воспользоваться соображениями симметрии, так как, хотя поле заряженной нити имеет оси симметрии, точка A не лежит ни на одной из этих осей. Поэтому выберем оси Ox и Oy , как показано на рис.5, и найдём проекции вектора $d\vec{E}$ на эти оси:

$$dE_x = dE \cdot \cos \varphi = \frac{k\tau \cos \varphi d\varphi}{a};$$

$$dE_y = dE \cdot \sin \varphi = \frac{k\tau \sin \varphi d\varphi}{a}.$$

Интегрируя эти проекции по всей длине нити и учитывая, что при этом угол φ изменяется от 0 до $\pi/2$, вычислим проекции искомого вектора напряжённости \vec{E} в точке A и его модуль:

$$E_x = \int_0^{\infty} dE_x = \frac{k\tau}{a} \int_0^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = \frac{k\tau}{a};$$

$$E_y = \int_0^{\infty} dE_y = \frac{k\tau}{a} \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = -\frac{k\tau}{a};$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{k \cdot \sqrt{2} \cdot \tau}{a}.$$

Обзор основной и дополнительной литературы

Основная литература:

1. Александров А.Д. Геометрия. Цифровая книга / А.Д.Александров, Н.Ю. Нецветаев. – СПб: БХВ - Петербург, 2010. – 672 с.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – СПб: Лань, 2015. – 384 с.
3. Горлач Б.А. Линейная алгебра / Б.А. Горлач. – СПб: Лань, 2012. – 480 с.
- 4.. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. – СПб: Лань, 2016.- 288 с.
5. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу / Г.И. Запорожец.- СПб: Лань, 2014. - 464 с.
6. Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В.А.Ильин, Г.Д.Ким. – М.: Проспект, 2014. – 393 с.
7. Карасев А. Теория функций комплексного анализа / А.Карасев. – М.: Физматлит, 2008. – 216 с.
8. Математический анализ / под общ. ред. А. Кытманова. – М.: Юрайт, 2014. – 607 с.
9. Нестеренко Ю.В. Теория чисел / Ю.В.Нестеренко. – М.: Академия, 2010.- 266 с.
10. Окунев Л.Я. Высшая алгебра / Л.Я. Окунев. – СПб: Лань, 2014. – 336 с.
- 11.Смолин Ю.Н. Курс высшей алгебры / Ю.Н.Смолин. – М.: Флинта: Наука,2007. - 189 с.
12. Феферман С.Числовые системы. Основания анализа и алгебры/С. Феферман. – М.: Книга по требованию,2012. – 450 с.
13. Шипачев В.С. Математический анализ. Теория и практика / В.С. Шипачев. – М.: ИНФРА-М, 2015. – 350 с.
14. Практикум по курсу физики: Молекулярная физика. Основы термодинамики/ Сост. Г.А. Сороко.- Южно-Сахалинск: СахГУ, 2011. - 151с.
- 15.Оселедчик Ю.С. Физика: модульный курс для технических вузов / Ю.С. Оселедчик, П.И. Самойленко, Т.Н. Точилина. - М.: Юрайт,2010. - 526 с.
16. Стаценко Л. Г. Моделирование полей в волноводах /Л.Г. Стаценко, .В.Злобин.-

Владивосток: ДВГТУ, 2011. - 81с.

17. Трофимова Т. И. Курс физики. Задачи и решения / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов.- М.: Академия, 2009 .-592 с.

Дополнительная литература:

1. Аргунов Б.И. Преобразования плоскости / Б.И.Аргунов.- М.: Просвещение, 1976. – 376 с.

2. Атанасян Л.С.Геометрия. В 2-х ч./ Л.С. Атанасян, Л.С.Базылев, В.Т.Базылев.- М.: Просвещение, 1986, 1987.

3. Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии / Л.С. Атанасян, В.А. Атанасян. - М.: Просвещение, 1973.- 482 с.

4. Баврин И.И. Аналитическая геометрия / И.И. Баврин. – М.: Высшая школа, 2005. – 472 с.

5.Бугров Я.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Я.С.Бугров, С.М.Никольский. - М.: Наука, 1980. – 396 с.

6. Виноградов И.М. Основы теории чисел /И.М.Виноградов. - М.: Физматлит, 2006. - 176 с.

7. Гушина О.А., Сравнения в кольце целых чисел/О.А. Гушина, Т.А. Неешпапа. – Южно-Сахалинск: Изд-во СахГУ, 2012. – 254 с.

8. Ильин В.А.Основы математического анализа/ В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - М., Наука, 1982. - Т. I, II.

9. Кострикин А.И. Введение в алгебру/ А.И.Кострикин. – М.: Наука, 2004. – 218 с.

10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры/А.Г.Курош. – СПб: Лань,2005.- 432 с.

11. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел/ Л.Я.Куликов.- М.: Просвещение, 1979. – 362 с.

12. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.М.Матвеев. – СПб: Специальная литература, 1996. -358 с.

13. Просветов Г. Дифференциальные уравнения. Задачи и решения/Г. Просветов. – М.: Альфа-Пресс, 2011. – 88 с.

14. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа.- М.: Наука, 1967. - Т. I, II.

15. Физика-1. Механика. Индивидуальные контрольные задания / Батайкина И.А., Батин В.В., Ивлев В.И. - Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2007. - 36с.

17. Трофимова Т. И.. Краткий курс физики / Т.И. Трофимова.- М.: Высшая школа, 2004.- 352 с.

18.Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг.- СПб: Лань,2009. - 349 с.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

www.e.lanbook.com

1. Смолин, Ю.Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2012. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/20243>.
2. Веселова, Л.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. — Электрон. дан. — Казань : КНИТУ, 2014. — 107 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/73214>.
3. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/289>.

4. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/246>.
5. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>.
6. Смолин, Ю.Н. Числовые системы [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2016. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/84194>.
7. Постников, М.М. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/318>.
8. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/430>.
9. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2016. — 303 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/84089>.
10. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/126>.
11. Бибииков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1542>.