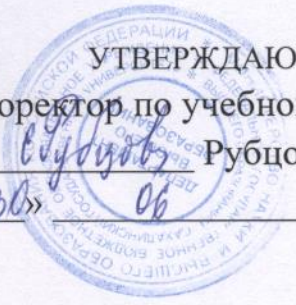


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

Рубцова С. Ю.
« 30 » 06 2019 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.Б.17 «Компьютерная геометрия»**

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки
«Системное программирование и компьютерные технологии»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения: очная

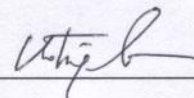
РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями и инвалидов

г. Южно-Сахалинск
2019

Рабочая программа дисциплины «Компьютерная геометрия» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Программу составил:

Травкин И. Ю., старший преподаватель кафедры математики



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики,
протокол № 10 от 25.06. 2019 г.

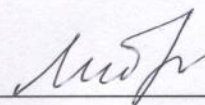
И. о. заведующего кафедрой



Г. М. Чуванова

Рецензент:

Тамонов Л.Г., директор
МБОУ СОШ № 22 г. Южно-Сахалинск



I. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: приобретение знаний и навыков, необходимых для понимания и применения методов компьютерной геометрии, а также продолжения изучения данной области.

Задачи дисциплины:

- 1) познакомиться с основными задачами геометрического моделирования и вычислительной геометрии;
- 2) усвоить принятые подходы к решению задач;
- 3) овладеть реализацией избранных алгоритмов компьютерной геометрии.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Компьютерная геометрия является обязательной дисциплиной блока дисциплин Б1 ОПОП направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль «Системное программирование и компьютерные технологии» (Б1.Б.17).

Пререквизиты дисциплины: «Математический анализ», «Алгебра и аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Языки и методы программирования».

Постреквизиты дисциплины: «Компьютерная графика», «Компьютерное моделирование», «Применение математики для решения экономических и технических задач».

3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ОПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике. ОПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.
ОПК-2	способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и	ОПК-2.1 Знать существующие современные образовательные и информационные технологии для приобретения новых научных и профессиональных знаний. ОПК -2.2 Уметь: решать использовать

	информационные технологии	современные образовательные и информационные технологии для приобретения новых научных и профессиональных знаний. ОПК-2.3 Иметь навыки использования современных образовательных и информационных технологий для приобретения новых научных и профессиональных знаний.
ОПК-3	способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3.1 Знает понятия о производственных и технологических процессах; основные принципы технологий программирования, алгоритмические языки для разработки системных и прикладных программ; взаимосвязь основных понятий, фактов, концепций, принципов, теорий естественных наук, связанных с прикладной математикой и информатикой. ОПК -3.2 Умеет применять на практике понятия, факты, концепции, принципы, теории естественных наук, связанных с прикладной математикой и информатикой, для решения прикладных задач. ОПК-3.3 Имеет навыки разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.
ОПК-4	Способен решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-4.1. Знать существующие информационно-коммуникационные технологии и требования информационной безопасности. ОПК -4.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности. ОПК-4.3. Иметь навыки разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1 Знать современный математический аппарат ПК-2.2 Уметь совершенствовать и применять современный математический аппарат ПК-2.3 Иметь навыки понимания, совершенствования и применения

		современного математического аппарата
ПК-5	способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках	ПК-5.1 Знать методы и технологии поиска информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети Интернет и в других источниках ПК-5.2 Уметь анализировать факты и ситуации с различных точек зрения для поиска информации о новейших научных и технологических достижениях; строить запросы, находить и анализировать информацию из различных источников; применять современные средства программирования для создания простейших поисковых машин; ПК-5.3 Владеть технологиями использования прикладного программного обеспечения и глобальной сети Интернет для поиска информации о новейших научных и технологических достижениях.
ПК-7	способностью к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения	ПК-7.1 Знать основные принципы разработки и применения алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения. ПК-7.2 Уметь использовать принципы разработки и применения алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения. ПК-7.3 Иметь навыки применения алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов	
	Всего по уч. плану	В т. ч. по семестрам
		5
Общая трудоемкость	72	72
Контактная работа:	40	40
Лабораторные (Лаб)	36	36
Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ТО)	4	4
Самостоятельная работа:	32	32
- выполнение отчетов о выполнении лабораторных работ;		

- самоподготовка (проработка и повторение теоретического материала);		
- подготовка к итоговой аттестации		

4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины / тема	семестр	Виды учебной работы (в часах)		Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			контактная	Самостоятельная работа	
			Лабораторные		
1	Знакомство с языком графического программирования Processing	5	2	2	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
2	Аффинные преобразования плоскости и пространства	5	4	2	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
3	Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов	5	4	4	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
4	Сплаины Эрмита и Безье	5	4	4	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
5	Кубический сплайн, построение с помощью пути Безье	5	6	4	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
6	Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости	5	6	8	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
7	Тесселяция Вороного	5	10	8	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
	Зачет (итоговая аттестация)				Собеседование по вопросам

4.3. Содержание разделов дисциплины

1. Знакомство с языком графического программирования

Processing. Введение в предмет компьютерной геометрии и обзор основных задач. Знакомство с языком и средой программирования Processing.

Структура программы на языке Processing, библиотека основных функций и обработка событий. Элементарные построения с использованием графических примитивов и встроенных функций преобразований плоскости.

2. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Основные преобразования системы координат на основе матричных операций. Однородные координаты и матрицы перехода для преобразований на плоскости и в пространстве. Реализация алгоритма преобразования системы координат (плоскости) с использованием стека матриц перехода. Математическая модель камеры в трехмерном пространстве. Реализация преобразований в трехмерном пространстве.

3. Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов. Перспективные искажения с точки зрения проективной геометрии: центральная проекция пространства на плоскость и математическая модель камеры, связь точек проецируемого пространства и плоскости проекции в однородных координатах. Получение матрицы перехода к требуемому базису. Реализация алгоритмов вычисления матрицы перехода и построения изображений с помощью преобразований координат.

4. Сплайны Эрмита и Безье. Задача интерполяции кривой, простейшие примеры. Сплайн Эрмита, математическая модель и реализация. Понятие кривой Безье (Bezier). Рекурсивное определение, свойства, базисные функции, геометрическая интерпретация. Алгоритм де Кастельжо. Реализация алгоритма построения кривых Безье. Построение гладких путей Безье.

5. Кубический сплайн, построение с помощью пути Безье. Математическое описание и построение гладких кривых с помощью кубического сплайна. Вывод формул для коэффициентов частных кривых, заданных явно и в параметрической форме. Трехдиагональная система линейных уравнений и ее решение методом прогонки (с оценкой сложности алгоритма). Построение кубического сплайна с помощью кривых Безье: расчет координат контрольных точек, реализация алгоритма.

6. Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости. Понятие выпуклой оболочки подмножества плоскости и связанные с ней задачи теории и практики. Выпуклые полигоны и эквивалентное определение выпуклой оболочки конечного множества. Наивный алгоритм построения, анализ вычислительной сложности и корректности. Алгоритмы Джарвиса и Грэхема, анализ вычислительной сложности и корректности. Реализация алгоритмов Джарвиса, Грэхема и модифицированного алгоритма Грэхема. Обзор прочих алгоритмов построения выпуклой оболочки.

7. Тесселяция Вороного. Задачи, приводящие к тесселяции плоскости. Алгоритм Форчуна: математическая идея, используемые структуры данных, вычислительная сложность. Реализация алгоритма Форчуна. Реализация поиска на основе тесселяции и экспериментальная оценка зависимости

времени поиска от объема входных данных при простом переборе и на основе тесселяции. Двойственная задача «оптимальной» триангуляции дискретного множества точек плоскости.

Формы контроля: выполнение отчетов о выполнении лабораторных работ.

4.4. Темы и планы лабораторных занятий

1. Знакомство с языком графического программирования Processing (Лаб.1, 2 ч.).
2. Аффинные преобразования плоскости и пространства (Лаб. 2, 4 ч.).
3. Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов (Лаб. 3, 4 ч.).
4. Сплаины Эрмита и Безье (Лаб. 4-5, 4 ч.).
5. Кубический сплайн, построение с помощью путей Безье (Лаб. 6-8, 6 ч.).
6. Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости (Лаб. 9-11, 6 ч.).
7. Тесселяция Вороного (Лаб. 12-14, 10 ч.).

Пример лабораторного занятия. Лабораторная работа № 3.

Устранение линейной перспективы на фотографиях плоских объектов.

Выполните задания и подготовьте отчет, соблюдая следующие требования. Титульная страница должна содержать: ФИО студента, номер группы, номер и название лабораторной работы. Оформление каждого задания должно содержать: номер задания, полный код скетча и изображение (полученный на экране результат). Не используйте в отчете шрифт меньше 12pt. Старайтесь оформлять код как можно аккуратнее: грамотно используйте отступы, выберите шрифт Courier или Consolas. Не помещайте в отчет скриншоты всего экрана (!), «вырезайте» область непосредственного вывода.

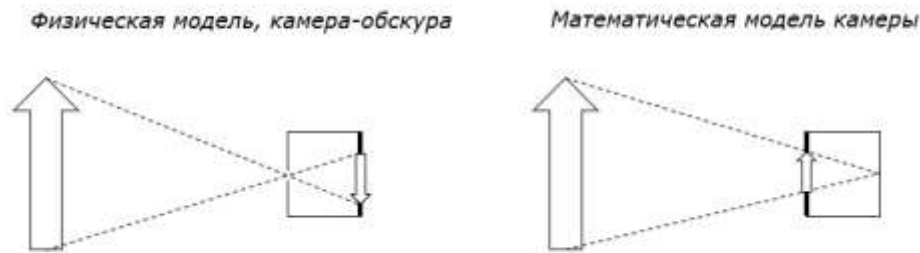
Указания к работе

В предыдущей работе мы использовали преобразования плоскости на основе однородных координат, т. е. добавляя к двум координатам плоскости дополнительную третью, всегда равную единице. Этот приём позволяет решать более интересные задачи, например, задачу устранения перспективы на фотографиях плоских объектов, снятых под углом.

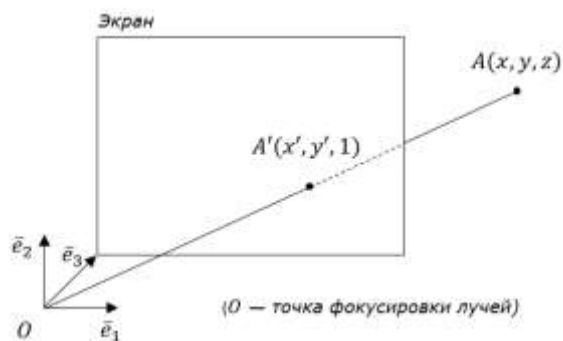


Выходя в третье измерение с помощью дополнительной координаты, мы получаем математическую модель камеры, позволяющей строить проекцию точек пространства на

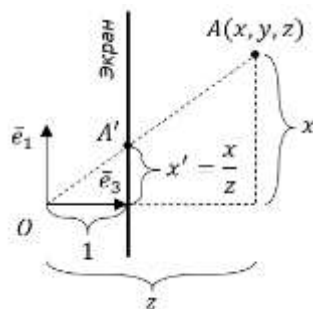
плоскость экрана, т. е. получать плоские изображения пространственных объектов с помощью линейной перспективы. При этом переход к другому базису путём умножения на соответствующую матрицу перехода упрощено можно понимать, как смену ракурса.



Отличие математической модели камеры от физической (камеры-обскуры) заключается в расположении экрана: в физической модели он расположен за точкой фокусировки лучей, а в математической модели — перед точкой фокусировки лучей. Помещая точку фокусировки за экраном, мы упрощаем дальнейшие расчёты без ущерба для конечного построения.



Векторы $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$ и $\bar{e}_3$ представляют собой систему координат камеры (базис). В этой системе *все точки, лежащие в плоскости экрана, имеют третью координату равной единице*. Так точка, пространственное положение которой (относительно базиса $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$) определяется тремя координатами (x, y, z) , на экране проецируется в точку с координатами $(x', y', 1)$. Связь между координатами точки и ее проекции выражается просто: $x' = x/z$, $y' = y/z$.



Точка $A(x, y, z)$ переходит в точку $A'\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}, 1\right)$.

Теперь сформулируем задачу, которой посвящена данная лабораторная работа.
Дана фотография плоского изображения, сделанная под углом к его нормали. Требуется устранить возникшее искажение путем перехода к такому базису, в котором плоскость экрана совмещена с плоскостью исходного изображения.

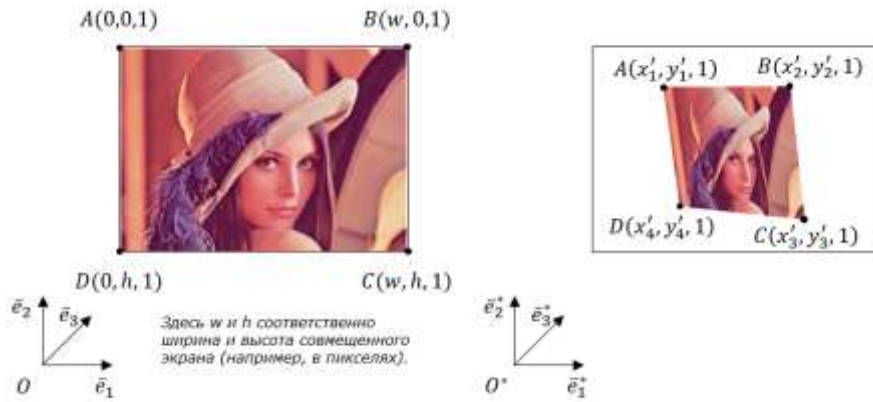


Пусть $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ — это искомый базис, переход к которому требуется осуществить, а $\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*$ — базис, в котором даны координаты пикселей на искаженной фотографии. Точка экрана, совмещенного с изображением, имеет в первом базисе координаты $(x, y, 1)$, а во втором базисе та же точка будет иметь координаты (x^*, y^*, z^*) . При этом связь между координатами в различных базисах устанавливается с помощью матрицы перехода:

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Найдя матрицу M , мы сможем восстановить любую точку совмещенного с изображением экрана, взяв соответствующую ей точку на искажённой фотографии: точке (x, y) экрана соответствует точка (x^*, y^*, z^*) в базисе $\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*$, т. е. точка $(x^*/z^*, y^*/z^*)$ на фотографии.

Матрица $M = M_{3 \times 3}$ состоит из 9 чисел, для нахождения которых необходимо решить систему линейных уравнений. Возьмем четыре опорные точки, т. е. такие точки, для которых известны координаты в обоих базисах (вершины прямоугольной области изображения).



Для каждой из опорных точек имеем:

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} x^* = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}, \\ y^* = m_{21}x + m_{22}y + m_{23}, \\ z^* = m_{31}x + m_{32}y + m_{33}. \end{cases}$$

Учтя, что $x' = x^*/z^*$ и $y' = y^*/z^*$ (т.е. $x^* = x'z^*$ и $y^* = y'z^*$), и выполнив замену с подстановкой, получим:

$$\begin{cases} x'(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}, \\ y'(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}) = m_{21}x + m_{22}y + m_{23}, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} m_{11}x + m_{12}y + m_{13} - m_{31}xx' - m_{32}yx' - m_{33}x' = 0, \\ m_{21}x + m_{22}y + m_{23} - m_{31}xy' - m_{32}yy' - m_{33}y' = 0, \end{cases}$$

где искомыми неизвестными являются m_{ij} , а остальные значения даны. Подставив координаты точек A, B, C и D (см. рисунок выше), получим следующую систему:

$$\begin{cases} m_{13} - m_{33}x'_1 = 0, \\ m_{23} - m_{33}y'_1 = 0, \\ m_{11}w + m_{13} - m_{31}wx'_2 - m_{33}x'_2 = 0, \\ m_{21}w + m_{23} - m_{31}wy'_2 - m_{33}y'_2 = 0, \\ m_{11}w + m_{12}h + m_{13} - m_{31}wx'_3 - m_{32}hx'_3 - m_{33}x'_3 = 0, \\ m_{21}w + m_{22}h + m_{23} - m_{31}wy'_3 - m_{32}hy'_3 - m_{33}y'_3 = 0, \\ m_{12}h + m_{13} - m_{32}hx'_4 - m_{33}x'_4 = 0, \\ m_{22}h + m_{23} - m_{32}hy'_4 - m_{33}y'_4 = 0. \end{cases}$$

Здесь можно заметить, что система из 8 линейных однородных уравнений с 9 неизвестными будет неопределенной, причем любые два ее решения (возможная матрица M) отличаются на постоянный множитель. Чтобы найти единственное решение, мы добавим еще одно уравнение: $m_{11} = 1$.

С учётом этого уравнения получим окончательную систему для нахождения неизвестных m_{ij} (в матричной записи):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -y'_1 \\ w & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -wx'_2 & 0 & -x'_2 \\ 0 & 0 & 0 & w & 0 & 1 & -wy'_2 & 0 & -y'_2 \\ w & h & 1 & 0 & 0 & 0 & -wx'_3 & -hx'_3 & -x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & w & h & 1 & -wy'_3 & -hy'_3 & -y'_3 \\ 0 & h & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -hx'_4 & -x'_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h & 1 & 0 & -hy'_4 & -y'_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

В отчете приведите лишь конечный код (после выполнения всех заданий) и три скриншота, иллюстрирующие результат работы финального скетча.

Задание 1. Внимательно изучите приведенный ниже код, который мы будем использовать в качестве шаблона для разработки.

```

PImage img;
PVector[] cpoints;
int selectedPoint;
boolean enableMapping;
float[][] matrix;

void setup() {
    size(500, 500);
    initControlPoints();
    img = loadImage("picture.jpg");
    enableMapping = false;
}

void draw() {
    if(!enableMapping) {
        image(img, 0, 0);
        drawControlPoints();
    } else {
        drawMappedPicture();
    }
}

```

```

void initControlPoints() {
    PVector[] newpoints = {
        new PVector(0, 0),
        new PVector(width, 0),
        new PVector(0, height),
        new PVector(width, height)
    };
    cpoints = newpoints;
}

void drawControlPoints() {
    stroke(255, 0, 0);
    strokeWeight(20);
    for(int i = 0; i < cpoints.length; i++) {
        point(cpoints[i].x, cpoints[i].y);
    }
}

// Построение преобразованного изображения

void drawMappedPicture() {
    noLoop();
    findMatrix();
    background(255);
    strokeWeight(1);
    for(int x = 0; x < width; x++) {
        for(int y = 0; y < height; y++) {
            color c = img.get(mx(x, y), my(x, y));
            stroke(c);
            point(x, y);
        }
    }
}

int mx(int x, int y) {
    // ВАШ КОД ТУТ
    return x;
}

int my(int x, int y) {
    // ВАШ КОД ТУТ
    return y;
}

void findMatrix() {
    // ВАШ КОД ТУТ
    float[][] newMatrix = {{1, 0, 0}, {0, 1, 0}, {0, 0, 1}};
    matrix = newMatrix;
}

// Обработка событий

void mousePressed() {

```

```

    if(enableMapping) return;
    selectedPoint = -1;
    for(int i = 0; i < cpoints.length; i++) {
        if(dist(cpoints[i].x, cpoints[i].y, mouseX, mouseY) <= 10)
            selectedPoint = i;
    }
}

void mouseDragged() {
    if(enableMapping) return;
    if(selectedPoint != -1) {
        cpoints[selectedPoint].x = mouseX;
        cpoints[selectedPoint].y = mouseY;
    }
}

void keyPressed() {
    if(key == 'm') enableMapping = !enableMapping;
    loop();
}

```

Задание 2. Измените код функций `mx()` и `my()` так, чтобы они реализовывали требуемую функциональность: преобразование координат точек совмещенного экрана (x, y) в соответствующие им координаты на искаженной фотографии (x', y') .

Задание 3. Измените код функции `findMatrix()` так, чтобы она выполняла нахождение матрицы M путем решения системы уравнений, рассмотренной в указаниях к работе.

Отчет о выполнении лабораторной работы принимается только после ее «защиты», состоящей из устного ответа на несколько вопросов, гарантирующих понимание как теоретической части (выкладки в указаниях к выполнению работ), так и практической реализации (признак самостоятельного выполнения).

5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Пересечение отрезков
2. Триангуляция многоугольников
3. Локализация точки
4. Триангуляция Делоне
5. Планирование движения робота
6. Геометрические структуры данных

6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лабораторная работа), так и интерактивные методы обучения.

Интерактивные формы обучения: технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, дискуссия.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Кол-во часов	Образовательная технология
1	Знакомство с языком графического программирования Processing	Лабораторная работа (1) Самостоятельная работа	2	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
2	Аффинные преобразования плоскости и пространства	Лабораторные работы (1) Самостоятельная работа	2	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
3	Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов	Лабораторные работы (2) Самостоятельная работа	2	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
4	Сплайны Эрмита и Безье	Лабораторные работы (2) Самостоятельная работа	2	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
5	Кубический сплайн, построение с помощью путей Безье	Лабораторные работы (3) Самостоятельная работа	3	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
6	Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости	Лабораторные работы (3) Самостоятельная работа	3	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
7	Тесселяция Вороного	Лабораторные работы (3) Самостоятельная работа	2	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации по дисциплине

Примерный вариант промежуточный теста

1. Осуществляется следующая последовательность преобразований координатной сетки: параллельный перенос на вектор $(15; 20)$; растяжение вдвое по обеим осям; поворот на 90° по часовой стрелке. Укажите матрицу перехода, соответствующую данному последовательности преобразований (в однородных координатах).

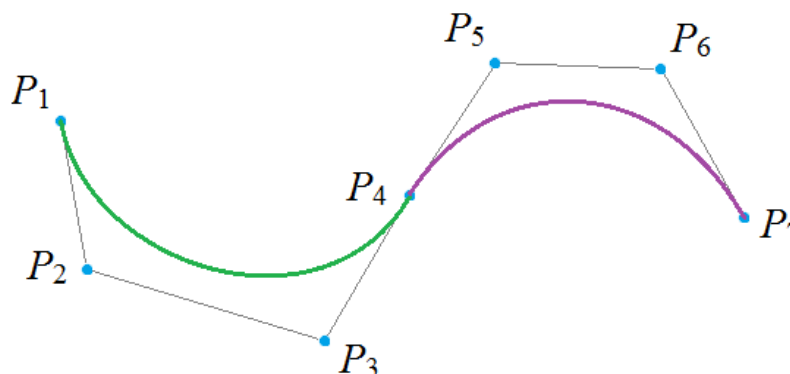
2. На плоскости даны 7 точек, строится кубический сплайн (в параметрической форме). Какой будет размерность у расширенной матрицы системы для нахождения вторых производных $\bar{s}_i''$?

3. Строится кубический сплайн Эрмита по следующим данным: $P_1(10; 15)$, $P_2(40; 15)$, $\bar{v}_1(20; 15)$, $\bar{v}_2(-20; 15)$. Вычислите координаты точки кривой при значении параметра $t = 0,5$.

4. Укажите выражение полиномиального коэффициента, стоящего при P_3 в развернутой формуле кривой Безье 5-го порядка.

5. Выберите условие, гарантирующее гладкий «стык» показанных ниже кривых Безье:

- а) $\overline{P_3P_4} = \overline{P_4P_5}$;
- б) $\overline{P_3P_4} = -\overline{P_4P_5}$;
- в) $\overline{P_3P_4} = k\overline{P_4P_5}$;
- г) $\overline{P_3P_4} \neq \overline{P_4P_5}$.



**Вопросы для собеседования при защите
отчетов о выполнении лабораторных работ**

Вопросы к лаб. 1. Знакомство с языком графического программирования:

Структура шаблона программы на языке Processing.
Обработка событий мыши и клавиатуры.
Основные функции графической библиотеки.
Основные структуры данных стандартной библиотеки Processing.
Преобразования плоскости и пространства в Processing.

Вопросы к лаб. 2. Аффинные преобразования плоскости и пространства:

Получение матриц перехода для основных преобразований плоскости и пространства.
Вычисление координат точки в новом базисе.
Композиция преобразований, реализация.
Стек матриц перехода.
Реализация преобразований с использованием дополнительного изображения.

Вопросы к лаб. 3-4. Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов:

Постановка задачи и математическая модель камеры.
Система уравнений для элементов матрицы перехода к требуемому базису.
Геометрическая интерпретация дополнительного условия системы уравнений ($m_{11} = 1$).
Преобразование координат точек изображения.

Вопросы к лаб. 4-5. Сплайны Эрмита и Безье (Лаб. 4-5, 4 ч.):

Определение кубических кривых Эрмита и Безье, замена кривой Эрмита кривой Безье.
Рекурсивное определение и интерпретация кривой Безье n-го порядка.
Геометрические свойства кривых Эрмита и Безье.
Простые алгоритмы построения кривых Эрмита и Безье.
Адаптивные (рекурсивные) алгоритмы построения кривых Безье.

Вопросы к лаб. 6-8. Кубический сплайн, построение с помощью путей Безье:

Идея кубической интерполяции, система условий для определения коэффициентов полиномов.

Вывод формул коэффициентов полиномов.
Решение системы уравнений для вторых производных методом прогонки.
Вычисление координат опорных точек для кривых Безье.
Анализ вычислительной сложности алгоритмов.

Вопросы к лаб. 9-11. Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости:

Эквивалентные определения выпуклой оболочки системы точек на плоскости.
Используемые геометрические предикаты.
Наивный алгоритм построения выпуклой оболочки и его сложность.
Другие неэффективные алгоритмы.
Алгоритм Джарвиса, его сложность и производные от него алгоритмы.

Вопросы к лаб. 12-14. Тесселяция Вороного:

Понятие и применение тесселяции Вороного.
Математическая идея алгоритма Форчуна.
Используемые в алгоритме структуры данных.
Организация поиска на основе тесселяции.
Получение триангуляции Делоне на основе тесселяции Вороного.

Вопросы к зачету

1. Аффинные преобразования в однородных координатах.
2. Преобразования системы координат (плоскости) с использованием стека матриц перехода.
3. Математическая модель камеры в трехмерном пространстве.
4. Сплайн Эрмита, математическая модель и алгоритм.
5. Сплайн Эрмита, базисные функции.
6. Кривая Безье, основные понятия.
7. Кривая Безье n -го порядка, рекурсивное определение.
8. Свойства кривых Безье.
9. Кривая Безье, базисные функции, связь со сплайном Эрмита.
10. Алгоритмы построения кривых Безье.
11. Построение гладких путей Безье.
12. Кубический сплайн в явной форме.
13. Кубический сплайн в параметрической форме.
14. Решение трехдиагональной системы методом прогонки, вычислительная сложность алгоритма.

15. Основные задачи вычислительной геометрии.
16. Определение положения точки относительно направленного ребра, проверка на коллинеарность, проверка на нахождение внутри выпуклого многоугольника.
17. Понятие выпуклой оболочки, эквивалентные определения.
18. Наивные алгоритмы построения выпуклой оболочки: перебор граничных вершин и ребер.
19. Оценка вычислительной сложности наивных алгоритмов построения выпуклой оболочки.
20. Алгоритм Джарвиса, общая идея и реализация.
21. Алгоритм Джарвиса, анализ вычислительной сложности.
22. Алгоритма Грэма, общая идея и реализация.
23. Алгоритма Грэма, анализ вычислительной сложности.
24. Алгоритм Форчуна. Математическая идея и вычислительная сложность.
25. Алгоритм Форчуна. Геометрические структуры данных.

Критерии оценки:

высокий балл на зачете (20-30 баллов) выставляется при условии наличия отчетов по всем лабораторным работам, если обучающийся дает полный ответ по выбранному наугад вопросу, а также развернутый и грамотный ответ на вопросы преподавателя, при этом допускаются незначительные недочеты, если обучающийся способен исправить их самостоятельно;

средний балл на зачете (10-20 баллов) выставляется при условии отсутствия не более одного отчета о выполнении лабораторных работ, и если обучающийся допускает ошибки в ответе по выбранному наугад вопросу (не может исправить их самостоятельно);

низкий балл на зачете (<10 баллов) выставляется при отсутствии более одного отчета о выполнении лабораторных работ или наличии явных недочетов и ошибок при ответе по выбранному наугад вопросу, которые не может исправить самостоятельно, либо не дал ни одного ответа на вопросы преподавателя.

Каждая дисциплина учебного плана оценивается по 100-балльной системе. Перевод баллов в оценки «зачтено», «не зачтено» осуществляется следующим образом:

52-100 баллов	зачтено
---------------	---------

0-51 балл	не зачтено
-----------	------------

8. Система оценивания планируемых результатов обучения

Балльная структура оценки

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение занятий	10	10
2	Активное участие в интерактивных формах	7	10
3	Выполнение и защита отчетов о выполнении лабораторных работ	25	30
4	Зачет	10	30
5	Всего	52	100

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература

1. Компьютерная геометрия [Электронный ресурс] : практикум / А.О. Иванов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — 489 с. — 978-5-9556-0117-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62814.html>
2. Привалов А.А. Элементы программирования при решении математических задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Привалов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2014. — 92 с. — 978-5-4263-0186-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70030.html>
3. Дружинин А.И. Алгоритмы компьютерной графики. Часть 3: учебное пособие / Дружинин А.И., Дружинина Т.А. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2009. — 48 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/44895>. — ЭБС «IPRbooks»

9.2. Дополнительная литература

1. Дегтярев В. М. Компьютерная геометрия и графика / В. М. Дегтярев. — М.: Издательский центр «Академия», 2010. — 192 с.

2. Берг М. Вычислительная геометрия. Алгоритмы и приложения / М. Берг, О. Чеонг, М. Кревельд, М. Овермарс. — М.: «ДМК Пресс», 2016. — 438 с.
3. Компьютерная геометрия / Н. Н. Голованов, Д. П. Ильютко, Г. В. Носовский, А. Т. Фоменко — М.: Издательский центр «Академия», 2006. — 512 с.
4. Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Е.А. Никулин. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 560 с.: ил.
5. Препарата Ф. Вычислительная геометрия: Введение / Ф. Препарата, М. Шеймос. — М.: Мир, 1989. — 478 с.

9.3. Программное обеспечение

1. Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351)
2. Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880)
3. Интегрированная среда разработки на языке Processing (бесплатное ПО со свободной лицензией)

9.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:

1. Математическая база знаний Wolfram MathWorld, раздел «Geometry > Computational Geometry» (<https://mathworld.wolfram.com>)
2. База знаний «AlgoList – алгоритмы, методы, исходники», раздел «Вычислительная геометрия» (<http://algotlist.manual.ru/maths/geom/>)
3. Интернет-университет информационных технологий, раздел с курсами по математическим и прикладным дисциплинам (www.intuit.ru)
4. «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03.2018 года
5. Официальный Web-сайт СахГУ. URL: <http://sakhgu.ru>
6. Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования. URL: <http://i-exam.ru/>
7. Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY, URL: <http://elibrary.ru>
8. Сайт университетской библиотеки ONLINE, URL: <http://www.biblioclub.ru/>
9. Сайт электронно-библиотечной системы IPRbooks, URL: <http://www.iprbookshop.ru>

10. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки.

2. Доступ к Интернет-ресурсам.

3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием вовремя самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ _____ от _____

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочей программе дисциплины «Компьютерная геометрия»
по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль
«Системное программирование и компьютерные технологии»

на 20__/20__ учебный год

1. В _____ вносятся следующие изменения:

(элемент рабочей программы)

1.1.;

1.2.;

...

1.9.

2. В _____ вносятся следующие изменения:

(элемент рабочей программы)

2.1.;

2.2.;

...

2.9.

3. В _____ вносятся следующие изменения:

(элемент рабочей программы)

3.1.;

3.2.;

...

3.9.

Составитель
дата

подпись

расшифровка подписи

Зав. кафедрой

подпись

расшифровка подписи