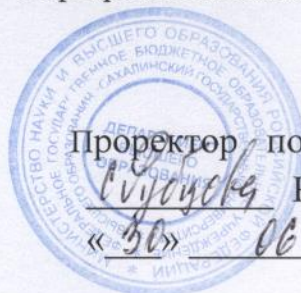


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра математики



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

Рубцова С.Ю.

2019 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.Б.10 Алгебра и аналитическая геометрия**

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки
Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями и инвалидов

г. Южно-Сахалинск
2019

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Программу составил:

Г.М. Чуванова, доцент кафедры математики _____ *Чув*

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 10 от 25.06. 2019 г.

И.о. заведующий кафедрой _____ *Чув* _____ Г.М. Чуванова

Рецензент:

Тамонов Л.Г. , директор
МБОУ СОШ № 22 г. Южно-Сахалинск _____ *Л.Г. Тамонов*

1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины:

- формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по алгебре и аналитической геометрии

Задачи дисциплины:

- 1) овладение техникой вычисления различных величин;
- 2) овладение техникой построения кривых, поверхностей и тел.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные факты, свойства комплексных чисел;
- основные факты из теории матриц;
- основные понятия теории определителей;
- основные факты из теории многочленов;
- основные факты из теории векторных пространств и операторов;
- основные методы исследования систем линейных и алгебраических уравнений;
- основные определения и факты из теории метрических и векторных нормированных пространств;
- способы нахождения корней многочленов;
- операции с векторами в векторных пространствах;
- основные методы решения системы линейных алгебраических уравнений;
- понятия собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах;
- способы приведения квадратичных форм к каноническому виду;
- способы задания прямой на плоскости и в пространстве;
- способы задания плоскости;
- основные способы задания поверхностей.

Уметь:

- выполнять операции над комплексными числами;
- выполнять операции над матрицами;
- вычислять определители произвольного порядка;
- выполнять основные операции над многочленами;
- исследовать системы линейных и алгебраических уравнений;
- различными способами задавать поверхности;
- находить корни многочленов;
- уметь производить операции с векторами в векторных пространствах;
- решать различными способами системы линейных алгебраических уравнений;
- находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах;
- приводить квадратичные формы к каноническому виду;
- исследовать множества точек пространства;
- исследовать поверхности по их уравнениям.

Владеть навыками:

- решения основных задач теории комплексных чисел;
- решения основных задач теории многочленов;

- решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии;
- исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений;
- исследования поверхностей в трехмерном пространстве.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Алгебра и аналитическая геометрия является дисциплиной базовой части блока дисциплин Б1 ОПОП по направлению подготовки бакалавров 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (Б1.Б.10).

Пререквизиты дисциплины: знания и умения по школьному курсу алгебры, геометрии.

Постреквизиты дисциплины: «компьютерная алгебра», «математический анализ», «физика».

3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теории, связанные с прикладной математикой и информатикой	<p><i>Знание</i> свойств комплексных чисел; основных понятий теории матриц, теории определителей; теории многочленов; теории векторных пространств и операторов, основных методов исследования систем линейных и алгебраических уравнений; основных понятий теории метрических и векторных нормированных пространств; способов нахождения корней многочленов; понятий собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах; способов приведения квадратичных форм к каноническому виду, способов задания прямой на плоскости и в пространстве; способов задания плоскости; основных способов задания поверхностей.</p> <p><i>Умение</i> выполнять операции над комплексными числами, матрицами многочленами; исследовать системы линейных и алгебраических уравнений, различными способами задавать поверхности, выполнять операции с векторами в векторных пространствах, находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, исследовать множества точек пространства, исследовать поверхности по их уравнениям.</p> <p><i>Владение</i> навыками решения основных задач теории комплексных чисел; решения основных задач теории многочленов; решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии; исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений; исследования поверхностей в трехмерном пространстве.</p>
ОПК-2	способность приобретать	<i>Знание</i> фундаментальных понятий теории

	<p>новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии</p>	<p>чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными.</p>
ОПК-4	<p>способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-технологических технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p>
ПК-1	<p>способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным проблемам</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p>
ПК-2	<p>способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p>	<p><i>Знание</i> свойств комплексных чисел; основных понятий теории матриц, теории определителей; теории многочленов; теории векторных пространств и операторов, основных методов исследования систем линейных и алгебраических уравнений; основных понятий теории метрических и векторных нормированных пространств; способов нахождения корней</p>

		<p>многочленов; понятий собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах; способов приведения квадратичных форм к каноническому виду, способов задания прямой на плоскости и в пространстве; способов задания плоскости; основных способов задания поверхностей.</p> <p><i>Умение</i> выполнять операции над комплексными числами, матрицами многочленами; исследовать системы линейных и алгебраических уравнений, различными способами задавать поверхности, выполнять операции с векторами в векторных пространствах, находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, исследовать множества точек пространства, исследовать поверхности по их уравнениям.</p> <p><i>Владение</i> навыками решения основных задач теории комплексных чисел; решения основных задач теории многочленов; решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии; исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений; исследования поверхностей в трехмерном пространстве.</p>
ПК-5	<p>способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p>
ПК-11	<p>способность к организации педагогической деятельности в конкретной предметной деятельности</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач</p>

		<p>профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p>
ПК-12	<p>способность к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом предметной области в образовательных организациях</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p>
ПК-13	<p>способность применять существующие и разрабатывать новые методы и средства обучения</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p>

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц, 396 часов.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов			
	Всего по уч. плану	В т.ч. по семестрам		
		1	2	3
Общая трудоемкость	396	144	108	144
Контактная работа:	202	64	60	78
Лекции (Лек)	92	20	36	36
практические занятия (ПЗ)	92	38	18	36
Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ТО)	15	5	5	5
Контактная работа в период промежуточной атте-	3	1	1	1

станции (Конт ПА)				
Промежуточная аттестация (экзамен)	114	44	35	35
Самостоятельная работа: - написание реферата; - выполнение индивидуальных заданий; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к промежуточной аттестации;	80	36	13	31
Виды промежуточного контроля (экзамен, зачет)		экзамен	экзамен	экзамен

4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины /темы	семестр	Виды учебной работы (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			контактная		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия		
1	Комплексные числа и действия над ними	1	4	10	8	Практическое задание
2	Матрицы	1	6	10	10	Практическое задание, контрольная работа
3	Определители	1	4	8	8	Практическое задание, коллоквиум
4	Системы линейных уравнений	1	6	10	10	Практическое задание, контрольная работа
	Экзамен					Экзамен по билетам
5	Векторная алгебра	2	8	2	4	Практическое задание
6	Прямая и плоскость	2	10	6	2	Практическое задание
7	Линейные пространства	2	8	4	4	Практическое задание
8	Многочлены	2	10	6	3	Практическое задание, контрольная работа
	Экзамен					Экзамен по билетам
9	Линейные операторы	3	8	8	7	Практическое задание
10	Операторы в евклидовом пространстве	3	10	10	8	Практическое задание
11	Квадратичные формы	3	8	8	8	Практическое задание
12	Кривые и поверхности 2-го порядка	3	10	10	8	Практическое задание
	Экзамен					Итоговый экзамен

4.3. Содержание разделов дисциплины.

Лекции.

Тема 1. *Комплексные числа и действия над ними.*

Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическое представление комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплекс-

ных чисел. Натуральная степень комплексного числа. Извлечение корней из комплексных чисел. Решение квадратных и двучленных уравнений во множестве комплексных чисел.

Тема 2. Матрицы.

Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.

Тема 3. Определители.

Определители второго и третьего порядка. Определители n -го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Теорема Лапласа о разложении определителя. Определитель произведения матриц. Применение определителя при вычислении обратной матрицы.

Тема 4. Системы линейных уравнений.

Линейные уравнения и системы линейных уравнений. Разрешенные системы линейных уравнений. Преобразования систем линейных уравнений. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Решение системы n линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по формулам Крамера. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема 5. Векторная алгебра.

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Коллинеарность и компланарность векторов. Базисы. Системы координат. Декартова система координат. Полярная система координат. Цилиндрические и сферические координаты. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Условие коллинеарности и компланарности векторов. Угол между векторами. Координатное выражение векторного и смешанного произведения. N -мерные векторы. Линейная комбинация векторов. Отрезок, деление отрезка в заданном соотношении. Линейная зависимость и независимость векторов и свойства этих понятий. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность пространства. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.

Тема 6. Прямая и плоскость.

Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Общее уравнение плоскости. Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Расстояние между непересекающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Тема 7. Линейные пространства.

Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Изоморфизм линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Пересечение, сумма и прямая сумма пространства.

Тема 8. Многочлены.

Многочлены от одной переменной. Сложение, умножение многочленов. Деление многочлена на многочлен. Корни многочлена. Теорема Безу. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное многочленов. Неприводимые многочлены. Многочлены 3-й и 4-й степени. Результат многочленов. Симметрические многочлены. Формулы Виета.

Тема 9. *Линейные операторы.*

Линейные операторы и действия с ними. Степень оператора. Единичный оператор. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Эквивалентные и подобные операторы.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве.

Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. Собственное значение матрицы. Собственные векторы матрицы и их свойства. Теорема Фробениуса-Беррона для неразложимых матриц. Инвариантные подпространства. Операторный многочлен. Треугольная форма. Корневые подпространства и их структура. Построение жордановой формы оператора.

Тема 10. *Операторы в евклидовом пространстве.*

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Длина вектора. Неравенство Коши - Буняковского. Ортогональность. Процесс ортогонализации Шмидта. Ортогональные и ортонормированные базисы. Проекция вектора на подпространство. Ортогональные дополнения. Ортогональные суммы подпространств. Сопряженный оператор и сопряженная матрица. Теорема Шура. Нормальные, унитарные, эрмитовы и косоэрмитовы операторы и матрицы в унитарном пространстве. Нормальные, ортогональные, симметричные, кососимметричные операторы и матрицы в евклидовом пространстве. Неотрицательно определенные и положительные определенные операторы.

Тема 11. *Квадратичные формы*

Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Сигнатура. Законоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Понятие о тензорах. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Тема 12. *Кривые и поверхности 2-го порядка*

Эллипс, парабола, гиперболоа, их свойства, приведение к каноническому виду уравнения кривой 2-го порядка. Уравнения поверхности. Сфера, эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, цилиндрическая поверхность. Приведение поверхности к каноническому виду.

4.4. Темы и планы практических занятий

Занятия 1-5 *.Комплексные числа.*

- 1) Решение задач на выполнение алгебраических операций над комплексными числами.
- 2) Перевод записи комплексных чисел из алгебраической в тригонометрическую, из тригонометрической в алгебраическую.
- 3) Возведение комплексных чисел в натуральную степень.
- 4) Извлечение корней n -й степени из комплексного числа.
- 5) Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.
- 6) Решение задач во множестве комплексных чисел.
- 7) Решение двучленных и квадратных уравнений во множестве комплексных чисел.

Занятия 6-8. *Матрицы.*

- 1) Матрицы и действия с ними (сложение, умножение на число, умножение матриц, транспонирование, приведение к ступенчатому виду, приведение к диагональному виду).
- 2) Ранг матрицы.

Занятия 9-12. *Определители.*

- 1) Вычисление определителей второго и третьего порядка по определению и с использованием свойств.
- 2) Разложение определителя по элементам строки, элементам столбца.
- 3) Вычисление миноров, алгебраических дополнений.
- 4) Вычисление определителей порядка выше третьего.
- 5) Решение уравнений с определителями.

Занятия 13-17. *Системы линейных уравнений.*

- 1) Исследование разрешимости и совместности систем линейных уравнений.
- 2) Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса, Жордана-Гаусса, по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы.

Занятие 18. *Итоговая контрольная работа за I семестр.*

Решение задач по темам занятий 1-17.

Занятия 19-23. *Векторная алгебра.*

- 1) Векторы. Линейные операции над векторами.
- 2) Проекция вектора на ось, прямую, вектор.
- 3) Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение, применение в геометрических задачах.
- 4) Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства.
- 5) Решение задач векторным способом.

Занятия 24-25. *Плоскость.*

- 1) Уравнения плоскости в пространстве.
- 2) Общее уравнение плоскости.
- 3) Различные способы задания плоскости.
- 4) Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями.
- 5) Расстояние от точки до плоскости.
- 6) Решение задач с плоскостями.

Занятия 26-28. *Прямая в пространстве и на плоскости.*

- 1) Прямая в пространстве, каноническое уравнение, параметрическое, прямая как пересечение двух плоскостей.
- 2) Переход от одного уравнения к другому.
- 3) Угол между прямыми.
- 4) Взаимное расположение прямых.
- 5) Взаимное расположение прямой и плоскости.
- 6) Угол между прямой и плоскостью.

Занятия 29-32. *Линейные пространства.*

- 1) Действительные и комплексные линейные пространства.
- 2) Линейная зависимость и линейная независимость.
- 3) Ранг системы векторов. Базис.
- 4) Координаты вектора. Преобразование координат.
- 5) Матрица системы векторов. Матрица перехода от базиса к базису.
- 6) Норма вектора.
- 7) Угол между векторами.
- 8) Ортонормированный базис. Ортогональный и ортонормированный базис.
- 9) Процесс ортогонализации.

10) Фундаментальные системы решений системы линейных однородных уравнений.

Занятия 33-36. *Многочлены.*

1) Задачи на сложение, вычитание, умножение многочленов.

2) Деление многочлена на многочлен с остатком.

3) Вычисление НОД, НОК многочленов.

4) Разложение многочленов на неприводимые множители.

5) Вычисление корней многочлена. Применение схемы Горнера при делении на двучлен $(x-a)$.

6) Вычисление значений производных многочлена, разложение многочлена в ряд Тейлора.

7) Решение уравнений 3-й и 4-й степени.

8) Выражение симметрических многочленов через основные симметрические.

9) Решение задач на применение формул Виета.

Занятие 37. *Итоговая контрольная работа за II семестр.*

Решение задач по темам 19-36.

Занятия 38-43. *Линейные операторы.*

1) Матрица линейного оператора. Связь между координатами вектора и его образа.

2) Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

3) Область значений. Ядро.

4) Сумма операторов. Произведение оператора на число. Произведение операторов.

5) Степень оператора. Единичный оператор.

6) Матрица линейного оператора. Матрица перехода.

7) Собственные значения и собственные векторы.

8) Характеристический многочлен.

Занятия 44-46. *Квадратичные формы.*

1) Квадратичные формы.

2) Матрица квадратичной формы.

3) Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

4) Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Занятия 47-54. *Кривые и поверхности 2-го порядка.*

1) Эллипс, парабола, гипербола, их свойства, приведение к каноническому виду уравнения кривой 2-го порядка.

2) Сфера, эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, цилиндрические поверхности.

3) Приведение поверхности к каноническому виду.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. НАХОЖДЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ

Найти обратную матрицу для следующих матриц:

$$1) A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}; \quad 3) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad 4) A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}; \quad 5) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 6) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad 8) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 9) A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & -3 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 10) A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

1. Выяснить, какие из точек $A(4, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(1, 2, 3)$, $D(6, 1, 0)$ принадлежат плоскости $x - 2y + 3z - 4 = 0$.
2. В плоскости $3x - 2y + 4z - 3 = 0$ найти три различные точки.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, -2, 3)$ и $B(4, 5, -6)$ параллельно оси OX .
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OZ и точку $C(1, -1, 2)$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AB , если $A(1, 3, -2)$, $B(7, 4, -4)$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, -5, 1)$ и параллельной плоскости, определяемой уравнением $x - 2y + 4z = 0$.
7. Выяснить взаимное расположение пар плоскостей:
 - 1) $3x - 2y + 7z = 0$ и $-6x + 4y - 14z - 3 = 0$; 2) $-x + 10y - 2z + 6 = 0$ и $3x - 30y + 6z - 18 = 0$; 3) $4x + 2y + 4z - 3 = 0$ и $2x + 4y - 4z + 3 = 0$; 4) $3x + 5y + z - 5 = 0$ и $8x + 7y + 4z - 1 = 0$; 5) $2x + y + 2z + 4 = 0$ и $4x + 2y + 4z + 8 = 0$; 6) $3x + 2y - z + 2 = 0$ и $6x + 4y - 2z + 1 = 0$.
 Для каждой пары параллельных плоскостей найти расстояние между ними.
8. Записать параметрические и канонические уравнения прямой, проходящей через точки $A(1, 3, -2)$ и $B(7, 4, -4)$.
9. Даны вершины треугольника $A(1, -2, -7)$, $B(4, -1, -8)$, $C(3, 4, -5)$. Составить канонические и параметрические уравнения его сторон и медиан.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

- 1) Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $z_1 : z_2$, если
 - а) $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 - 2i$; б) $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = 2 - i$; в) $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - 2i$; г) $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 4 + 2i$.
 Построить изображение чисел z_1 , z_2 , определить их модули и аргументы.
- 2) Вычислить:
 - а) $\frac{3-i}{2+i} + \frac{4+i}{1-2i}$; б) $\frac{-1+7i}{1+2i} - \frac{3-2i}{3+i}$; в) $(1+2i)^2$; г) $(1-i)^3$;
 - д) i^n , $n = 1, 2, 3, 4, 5$, сделать вывод; е) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20}$; ж) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{35}$; з) $\frac{(1-i)^9}{(1+i)^{10}}$.

5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Первообразный корень n -ой степени из 1.
2. Алгебра матриц. Обратимые матрицы. Нахождение матрицы, обратной матрицы.
3. Правило Крамера (вывод формул).
4. Базисы векторного пространства. Связь координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
5. Скалярное произведение векторов. Неравенство Коши-Буняковского.
6. Разложение многочлена по степеням $x - a$. Формулы Маклорена и Тейлора.
7. Решений уравнений 3-ей степени по формулам Кардано. Метод Феррари.
8. Алгебраические и трансцендентные числа. Простые алгебраические расширения. Строение простого алгебраического расширения.
9. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
10. Решение систем с помощью результата.
11. Способы приведения квадратичной формы к каноническому виду.
12. Рефераты по теме «Поверхности».

Вопросы для самоконтроля:

1. Поле комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
2. Вычисление определителей любого порядка.
3. Алгебра матриц. Действия над матрицами.

4. Методы решения систем линейных уравнений.
5. Нахождение собственных векторов линейного оператора. Собственные значения.
6. Схема Горнера. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
7. Способы задания прямой на плоскости, в пространстве.
8. Способы задания плоскости.
9. Взаимное расположение прямых на плоскости, в пространстве.
10. Взаимное расположение плоскостей.
11. Взаимное расположение прямых и плоскости.
12. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).
13. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.
14. Векторное, смешанное произведения векторов. Практическое применение.

6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и интерактивные методы обучения.

Интерактивные формы обучения: технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, тренинг.

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем	Занятие: ЛК, ПЗ	Кол-во часов	Интерактивная форма проведения учебных занятий
1.	Комплексные числа	ПЗ	8	Технология проблемного обучения, тренинг
2.	Векторная алгебра	ПЗ	8	Технология проблемного обучения, работа в малых группах
3.	Кривые и поверхности второго порядка	ПЗ	8	Работа в малых группах
4.	Кривые и поверхности второго порядка	ПЗ	8	Технология учебного исследования
	Итого часов		32	

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине

Индивидуальное задание по алгебре и аналитической геометрии

I. Выполнить действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме:

$$1. \frac{(3+2i) \cdot i^{126} - (1-3i) \cdot (2+3i)}{-4+2i}$$

$$2. \frac{(7+2i) \cdot i^{123} + (4+i) \cdot (5-i)}{3+2i}$$

$$4. \frac{(4-3i)^2 - (3-i) \cdot (2+5i)}{(-3+i) \cdot (-i)^{20}}$$

$$6. \frac{(8+4i) \cdot 2i - 4 \cdot (3+i) \cdot i^{162}}{3-i}$$

$$8. \frac{(3+4i) \cdot (-i)^{125} + (2-i)^2}{1+3i}$$

$$1. \frac{(-3+2i) \cdot (1-i) + i^{205} \cdot (4+5i)}{3+2i}$$

$$3. \frac{(1-i) \cdot (3+5i) + i^{167} \cdot (3+i)}{7-3i}$$

$$5. \frac{(2+7i) \cdot (-1+i) + i^{208} \cdot (-5+2i)}{i \cdot (1+i)}$$

$$7. \frac{(11+3i) \cdot i^{207} - (2+3i)}{-1-i}$$

$$9. \frac{(1+2i)^3 + (4-i) \cdot (1+i)}{(-1+3i) \cdot i^{62}}$$

10. $\frac{(2+i)^3 + (4+i) \cdot (3+2i)}{(-3+i) \cdot i^{124}}$
11. $\frac{(3-i)^3 - (1+i) \cdot (2-i)}{(1+3i) \cdot i^{54}}$
12. $\frac{(13-i) \cdot i^{166} + (1-i) \cdot (1+i)}{-1+3i}$
13. $\frac{(2+i) \cdot i^{185} + (4+2i)^3}{5-i}$
14. $\frac{(4+5i) \cdot (-3+i) - i^{128} \cdot (2+7i)}{-1+2i}$
15. $\frac{(1+2i) \cdot i^{156} + (3+2i)^3}{2+i}$
16. $\frac{(6+3i) \cdot i^{165} + (1-i) \cdot (1+i)}{4+3i}$
17. $\frac{(10+i) \cdot i^{148} + (9+i) \cdot (1+3i)}{3-4i}$
18. $\frac{(5-3i) \cdot (2+3i) - i^{169} \cdot (7-11i)}{-1-2i}$
19. $\frac{(3-4i) \cdot (4+3i) - i^{170} \cdot (4+4i)}{3-i}$
20. $\frac{(11-i) \cdot (2-3i) + i^{203} \cdot (4-i)}{-3+i}$
21. $\frac{(4-3i) \cdot (2+i) + i^{177} \cdot (7+5i)}{-2+2i}$
22. $\frac{(14+7i) \cdot (3-i) + i^{145} \cdot (2+3i)}{-7+7i}$
23. $\frac{(8-i) \cdot (2-3i) + i^{168} \cdot (1+4i)}{3-3i}$
24. $\frac{(-7+8i) \cdot i^{209} - (1+i) \cdot (-3+3i)}{-2i}$
25. $\frac{(6+3i) \cdot (-i)^{149} + (6+2i) \cdot (3-i)}{4-i}$
26. $\frac{(3+5i) \cdot (-2+i) - i^{119} \cdot (6-i)}{1+5i}$
27. $\frac{(6+i) \cdot (-i)^{107} + (7+2i) \cdot (1-2i)}{3i}$
28. $\frac{(8-i) \cdot (3+5i) + i^{93} \cdot (-2-3i)}{2-i}$
29. $\frac{(7-2i) \cdot (-i)^{144} + (-3+4i) \cdot (2-3i)}{1+3i}$

II. Записать в тригонометрической форме и возвести в степень n комплексное число:

1. $z = 2i \cdot (1+i\sqrt{3}), n = 5$
1. $z = i \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right), n = 6$
2. $z = (1+i) \cdot (\sqrt{3}-i), n = 7$
3. $z = \frac{-9-i3\sqrt{3}}{i^9}, n = 6$
4. $z = i \cdot (\sqrt{2}-i\sqrt{2}), n = 7$
5. $z = \frac{-1+i}{i^5}, n = 8$
6. $z = i^3 \cdot (-\sqrt{3}-i\sqrt{3}), n = 5$
7. $z = (-i) \cdot (1-i\sqrt{3}), n = 8$
8. $z = -i \cdot (7-7i), n = 4$
9. $z = \frac{1}{i} - i\sqrt{3}, n = 6$
10. $z = 3i \cdot (-\sqrt{3}+i), n = 4$
11. $z = 8i \cdot (1+i\sqrt{3}), n = 3$
12. $z = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}{i}, n = 5$
13. $z = \frac{\sqrt{3}-i}{2i}, n = 6$
14. $z = 4i \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right), n = 4$
15. $z = -4i \cdot (-\sqrt{3}-i), n = 3$
16. $z = i^3 \cdot (-\sqrt{3}-i\sqrt{3}), n = 4$
17. $z = i^3 \cdot \left(-\frac{4}{i} - 4 \right), n = 5$
18. $z = 5i \cdot \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right), n = 5$
19. $z = i^7 \cdot \left(\frac{2}{3} + i\frac{2}{\sqrt{3}} \right), n = 7$
20. $z = i^{10} \cdot \left(-\frac{1}{3} + i\frac{1}{3} \right), n = 6$
21. $z = 2\sqrt{3} - 2i, n = 4$

$$22. z = i\sqrt{3} - \frac{1}{i}, n = 5$$

$$24. z = 6i^3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + i \frac{\sqrt{3}}{3} \right), n = 4$$

$$26. z = (-5 + i5\sqrt{3}), n = 4$$

$$28. z = (-1 - i) \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{2}{5}i \right), n = 4$$

$$23. z = \frac{1}{2i} - i \frac{\sqrt{3}}{2}, n = 6$$

$$25. z = \frac{2}{3}i^5 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}i \right), n = 7$$

$$27. z = i \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - i \frac{\sqrt{3}}{3} \right), n = 6$$

$$29. z = -\frac{2}{3i} - i \frac{\sqrt{3}}{2}, n = 5$$

III. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию:

$$1. |z+1| \leq 1$$

$$3. \operatorname{Re}(z+5i) \geq 2$$

$$5. -1 \leq \operatorname{Im}(zi) \leq 1$$

$$7. |z+2i| \geq 4$$

$$9. 0 < \operatorname{Im}(zi) < 5$$

$$11. |z| > |8-6i|$$

$$13. 0 < \operatorname{Im}(zi) \leq 1$$

$$15. \operatorname{Im}(z \cdot (2-i)) = 2$$

$$17. |z| > |2-2i|$$

$$19. \operatorname{Re}(z \cdot (1+i)) = 5$$

$$21. \arg(2z) = \frac{\pi}{3}$$

$$23. |z+(2-i)| > 3$$

$$25. -2 \leq \operatorname{Im}(z+2) \leq 2$$

$$27. \operatorname{Im}(z \cdot (2+i)) \geq 6$$

$$29. \operatorname{Re}(2z \cdot i) \geq 4$$

$$2. \arg(-z) = \frac{2\pi}{3}$$

$$4. |z| > |3-4i|$$

$$6. \frac{\pi}{6} < \arg(5z) < \pi$$

$$8. \arg(zi) = \frac{\pi}{2}$$

$$10. \frac{\pi}{8} < \arg z \leq \frac{4\pi}{3}$$

$$12. |z-3i| \leq 2$$

$$14. \operatorname{Re}(z+2-5i) = 5$$

$$16. \arg(-z) = \frac{4\pi}{3}$$

$$18. |z-(2+3i)| < 1$$

$$20. |z-2i| = |4-2i|$$

$$22. \operatorname{Im}(z \cdot (1+i)) < 2$$

$$24. |z-(3+4i)| = |-8+6i|$$

$$26. |\bar{z}+4i| > 5$$

$$28. |z-3i| > |z-i|$$

$$30. 0 \leq \arg(z \cdot (1+i)) \leq \pi$$

IV. Даны две матрицы A и B . Найти $a) A+B$; $b) A-3B$; $c) A \cdot B$:

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -10 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 8 & -7 & -6 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$14. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$20. A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$22. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$23. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$24. A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$27. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$29. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$30. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

V. Решить систему линейных уравнений

- 1) Методом Крамера;
- 2) Методом Гаусса;

3) Матричным методом.

$$1. \begin{cases} x + y - z = 9 \\ -x + y + 3z = 17 \\ 2x - 3y + 3z = 32 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x - 5y + 3z = 46 \\ x + 2y + z = 8 \\ x - 7y - 2z = 5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ -4x + 3y + 6z = 14 \\ -5x + 8y + z = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -3 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x - y + 3z = 9 \\ 3x - 5y + z = -3 \\ 4x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - y + 2z = -7 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -x + 2y + z = -4 \\ 4x - 2y + 2z = 4 \\ -3x - 2y - 6z = -4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -x + 3y + 2z = 3 \\ 2x - 5y + 4z = 3 \\ 3x - 10y + 14z = -18 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x - y - z = 5 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ x - 4y + 6z = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 10 \\ -3x_1 + 8x_2 - 10x_3 = -25 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 4x + y + 4z = -2 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 5z = -9 \\ 4x - 3y + z = -7 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ x - y = 5 \\ -x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x - y - 2z = -3 \\ 2x - y - z = 1 \\ -x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 3x + y + z = -2 \\ x + y + z = 0 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x - 5y + 3z = -7 \\ x - y + 2z = 2 \\ -x + 2y + z = 7 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x + 4y + 5z = 2 \\ x + y + z = 4 \\ 3x - y + z = -1 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 6x + 3y - 4z = 14 \\ x + 8y - 5z = -2 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 3x - y + z = 9 \\ x - 5y + 3z = -3 \\ 2x - 2y + 4z = -6 \end{cases}$$

VI. Для определителя Δ

1) найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{i3}, a_{2k} ;

2) вычислить определитель Δ : а) разложив его по элементам i -ой строки;

б) разложив его по элементам k -го столбца;

в) получив предварительно нули в i -ой строке.

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$5. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$7. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$9. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$11. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -3 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$6. \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$8. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$10. \Delta = \begin{vmatrix} -8 & 3 & 2 & -1 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$12. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$13. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & -3 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$15. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$17. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$19. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$21. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$23. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$25. \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 4 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$27. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$29. \Delta = \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$14. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$16. \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$18. \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$20. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 8 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$22. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$24. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$26. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$28. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$30. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=2 \end{matrix}$$

Контрольная работа № 1 по «Векторно-координатному методу»

1. Доказать, что векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} образуют базис, и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе.

1.1. $\vec{a}(5, 4, 1)$, $\vec{b}(-3, 5, 2)$, $\vec{c}(2, -1, 3)$, $\vec{d}(7, 23, 4)$.

- 1.2. $\vec{a}(2, -1, 4)$, $\vec{b}(-3, 0, -2)$, $\vec{c}(4, 5, -3)$, $\vec{d}(0, 11, -14)$.
- 1.3. $\vec{a}(-1, 1, 2)$, $\vec{b}(2, -3, -5)$, $\vec{c}(-6, 3, -1)$, $\vec{d}(28, -19, -7)$.
- 1.4. $\vec{a}(1, 3, 4)$, $\vec{b}(-2, 5, 0)$, $\vec{c}(3, -2, -4)$, $\vec{d}(13, -5, -4)$.
- 1.5. $\vec{a}(1, -1, 1)$, $\vec{b}(-5, -3, 1)$, $\vec{c}(2, -1, 0)$, $\vec{d}(-15, -10, 5)$.
- 1.6. $\vec{a}(3, 1, 2)$, $\vec{b}(-7, -2, -4)$, $\vec{c}(-4, 0, 3)$, $\vec{d}(16, 6, 15)$.
- 1.7. $\vec{a}(-3, 0, 1)$, $\vec{b}(2, 7, -3)$, $\vec{c}(-4, 3, 5)$, $\vec{d}(-16, 33, 13)$.
- 1.8. $\vec{a}(5, 1, 2)$, $\vec{b}(-2, 1, -3)$, $\vec{c}(4, -3, 5)$, $\vec{d}(15, -15, 24)$.
- 1.9. $\vec{a}(0, 2, -3)$, $\vec{b}(4, -3, -2)$, $\vec{c}(-5, -4, 0)$, $\vec{d}(-19, -5, -4)$.
- 1.10. $\vec{a}(3, -1, 2)$, $\vec{b}(-2, 3, 1)$, $\vec{c}(4, -5, -3)$, $\vec{d}(-3, 2, -3)$.
- 1.11. $\vec{a}(5, 3, 1)$, $\vec{b}(-1, 2, -3)$, $\vec{c}(3, -4, 2)$, $\vec{d}(-9, 34, -20)$.
- 1.12. $\vec{a}(3, 1, -3)$, $\vec{b}(-2, 4, 1)$, $\vec{c}(1, -2, 5)$, $\vec{d}(1, 12, -20)$.
- 1.13. $\vec{a}(6, 1, -3)$, $\vec{b}(-3, 2, 1)$, $\vec{c}(-1, -3, 4)$, $\vec{d}(15, 6, -17)$.
- 1.14. $\vec{a}(4, 2, 3)$, $\vec{b}(-3, 1, -8)$, $\vec{c}(2, -4, 5)$, $\vec{d}(-12, 14, -31)$.
- 1.15. $\vec{a}(-2, 1, 3)$, $\vec{b}(3, -6, 2)$, $\vec{c}(-5, -3, -1)$, $\vec{d}(31, -6, 22)$.
- 1.16. $\vec{a}(1, 3, 6)$, $\vec{b}(-3, 4, -5)$, $\vec{c}(1, -7, 2)$, $\vec{d}(-2, 17, 5)$.
- 1.17. $\vec{a}(7, 2, 1)$, $\vec{b}(5, 1, -2)$, $\vec{c}(-3, 4, 5)$, $\vec{d}(26, 11, 1)$.
- 1.18. $\vec{a}(3, 5, 4)$, $\vec{b}(-2, 7, -5)$, $\vec{c}(6, -2, 1)$, $\vec{d}(6, -9, 22)$.
- 1.19. $\vec{a}(5, 3, 2)$, $\vec{b}(2, -5, 1)$, $\vec{c}(-7, 4, -3)$, $\vec{d}(30, 1, 15)$.
- 1.20. $\vec{a}(11, 1, 2)$, $\vec{b}(-3, 3, 4)$, $\vec{c}(-4, -2, 7)$, $\vec{d}(-5, 11, -15)$.

2. Даны векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Найти: а) смешанное произведение векторов; б) модуль векторного произведения векторов; в) скалярное произведение векторов; г) проекцию первого вектора в направлении второго вектора; д) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; е) проверить, будут ли компланарны три вектора.

- 2.1. $\vec{a}(2, -3, 1)$, $\vec{b}(0, 1, 4)$, $\vec{c}(5, 2, -3)$;
 - а) $\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$, б) $\vec{a}, -\vec{c}$, в) $\vec{b}, -4\vec{c}$,
 - г) $3\vec{a}$ в направлении \vec{b} , д) \vec{a}, \vec{c} , е) $2\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$.
- 2.2. $\vec{a}(3, 4, 1)$, $\vec{b}(1, -2, 7)$, $\vec{c}(3, -6, 21)$;
 - а) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, б) $2\vec{b}, \vec{c}$, в) \vec{a}, \vec{c} ,
 - г) $2\vec{a}$ в направлении \vec{b} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $2\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$.
- 2.3. $\vec{a}(1, -2, -1)$, $\vec{b}(7, 3, 0)$, $\vec{c}(3, 5, -7)$;
 - а) $2\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, б) $2\vec{a}, -\vec{b}$, в) $\vec{c}, 2\vec{a}$,
 - г) \vec{a} в направлении \vec{c} , д) \vec{a}, \vec{c} , е) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- 2.4. $\vec{a}(-3, 2, 0)$, $\vec{b}(2, -6, 4)$, $\vec{c}(-1, 3, -2)$;
 - а) $\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$, б) $2\vec{b}, \vec{c}$, в) $\vec{a}, -3\vec{c}$,
 - г) $-\vec{a}$ в направлении \vec{c} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $\vec{a}, \vec{b}, 3\vec{c}$.
- 2.5. $\vec{a}(-4, 2, -1)$, $\vec{b}(3, 5, -2)$, $\vec{c}(0, 1, 2)$;
 - а) $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$, б) \vec{b}, \vec{a} , в) $\vec{a}, -4\vec{c}$,
 - г) \vec{a} в направлении \vec{c} , д) \vec{a}, \vec{c} , е) $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$.

- 2.6. $\vec{a}(3, -2, 1)$, $\vec{b}(0, 2, -3)$, $\vec{c}(-3, 2, -1)$;
 а) $\vec{a}, -\vec{b}, 2\vec{c}$, б) $\vec{a}, 2\vec{c}$, в) $-\vec{a}, 4\vec{b}$,
 г) \vec{b} в направлении \vec{c} , д) \vec{a}, \vec{c} , е) $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$.
- 2.7. $\vec{a}(4, -1, 3)$, $\vec{b}(2, 3, -1)$, $\vec{c}(1, 2, -1)$;
 а) $\vec{a}, -\vec{b}, -\vec{c}$, б) $\vec{a}, -\vec{c}$, в) $2\vec{b}, \vec{c}$,
 г) \vec{b} в направлении \vec{c} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$.
- 2.8. $\vec{a}(4, 2, -1)$, $\vec{b}(2, 0, 1)$, $\vec{c}\left(-2, -1, \frac{1}{2}\right)$;
 а) $\vec{a}, 3\vec{b}, 2\vec{c}$, б) $\vec{a}, -\vec{b}$, в) $\vec{b}, -4\vec{c}$,
 г) \vec{b} в направлении \vec{a} , д) \vec{a}, \vec{c} , е) $2\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- 2.9. $\vec{a}(-1, 0, 2)$, $\vec{b}(-3, 1, 1)$, $\vec{c}(-1, -2, 0)$;
 а) $3\vec{a}, -\vec{b}, 2\vec{c}$, б) $\vec{a}, -2\vec{c}$, в) $2\vec{b}, 3\vec{a}$,
 г) \vec{b} в направлении \vec{a} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $\vec{a}, 2\vec{b}, -\vec{c}$.
- 2.10. $\vec{a}\left(1, -\frac{2}{3}, 1\right)$, $\vec{b}(-3, 2, -3)$, $\vec{c}(1, 0, -3)$;
 а) $3\vec{a}, \vec{b}, -2\vec{c}$, б) $\vec{b}, -\vec{c}$, в) $3\vec{a}, \vec{c}$,
 г) \vec{b} в направлении \vec{c} , д) $3\vec{a}, -\vec{b}$, е) $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$.
- 2.11. $\vec{a}(5, -3, 4)$, $\vec{b}(1, -2, -1)$, $\vec{c}(3, 5, 0)$;
 а) $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$, б) $2\vec{b}, \vec{c}$, в) $2\vec{a}, \vec{c}$,
 г) \vec{a} в направлении \vec{b} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $-\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- 2.12. $\vec{a}(-2, 1, -1)$, $\vec{b}(4, 6, -2)$, $\vec{c}(6, 9, -3)$;
 а) $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$, б) \vec{b}, \vec{c} , в) $3\vec{a}, -\vec{b}$,
 г) \vec{a} в направлении \vec{b} , д) $2\vec{b}, \vec{c}$, е) $-\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- 2.13. $\vec{a}(-1, 2, -1)$, $\vec{b}(-1, 0, 1)$, $\vec{c}(2, 3, -2)$;
 а) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, б) $\vec{a}, 2\vec{b}$, в) $\vec{a}, 2\vec{b}$,
 г) \vec{a} в направлении \vec{b} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$.
- 2.14. $\vec{a}(-4, -6, 2)$, $\vec{b}(2, 3, -1)$, $\vec{c}(-1, 0, -3)$;
 а) $\vec{a}, \vec{b}, 3\vec{c}$, б) $\vec{b}, 2\vec{c}$, в) \vec{a}, \vec{b} ,
 г) \vec{b} в направлении \vec{c} , д) $2\vec{a}, \vec{b}$, е) $\vec{a}, 2\vec{b}, -\vec{c}$.
- 2.15. $\vec{a}(-2, 1, -1)$, $\vec{b}(0, -3, 1)$, $\vec{c}(1, 1, -2)$;
 а) $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$, б) $2\vec{a}, \vec{c}$, в) $\vec{a}, 3\vec{b}$,
 г) \vec{a} в направлении \vec{c} , д) \vec{a}, \vec{c} , е) $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$.
- 2.16. $\vec{a}(-3, 1, 0)$, $\vec{b}(2, 3, -2)$, $\vec{c}\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$;
 а) $3\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$, б) \vec{a}, \vec{b} , в) $\vec{a}, -3\vec{b}$,
 г) \vec{a} в направлении \vec{b} , д) $\vec{b}, 4\vec{c}$, е) $\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$.
- 2.17. $\vec{a}(2, -1, -1)$, $\vec{b}(-3, 2, 0)$, $\vec{c}(1, 2, -1)$;

а) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, б) \vec{a}, \vec{b} , в) $\vec{a}, 2\vec{b}$,

г) \vec{a} в направлении \vec{c} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$.

2.18. $\vec{a}(3, -6, 3)$, $\vec{b}(3, -1, 0)$, $\vec{c}(-1, 2, -1)$;

а) $\vec{a}, -\vec{b}, 2\vec{c}$, б) \vec{b}, \vec{c} , в) $\vec{b}, 2\vec{c}$,

г) \vec{b} в направлении \vec{c} , д) $\vec{a}, 2\vec{c}$, е) $\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$.

2.19. $\vec{a}(-2, 0, -3)$, $\vec{b}(1, 1, -2)$, $\vec{c}(-2, 0, -1)$;

а) $\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$, б) \vec{b}, \vec{c} , в) $3\vec{a}, -2\vec{b}$,

г) \vec{a} в направлении \vec{b} , д) \vec{b}, \vec{c} , е) $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$.

2.20. $\vec{a}(1, 0, -2)$, $\vec{b}(1, -2, 4)$, $\vec{c}\left(-\frac{1}{2}, 1, -2\right)$;

а) $2\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$, б) \vec{a}, \vec{b} , в) $2\vec{a}, 4\vec{b}$,

г) \vec{a} в направлении \vec{b} , д) $\vec{b}, 4\vec{c}$, е) $3\vec{a}, \vec{b}, 4\vec{c}$.

3. Треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ задана координатами своих вершин A, B, C, A_1 . Найти: а) объем призмы; б) площади граней ABC , AA_1C_1C ; в) высоту, проведенную из вершины A_1 на плоскость основания; г) угол между ребрами B_1C_1 , AA_1 ; д) угол между плоскостями граней ABC , AA_1C_1C ; е) угол между ребром AA_1 и плоскостью грани ABC .

3.1. $A(2, -1, 1)$, $B(-1, 3, 2)$, $C(3, 0, -3)$, $A_1(-1, 4, 2)$.

3.2. $A(-2, 1, 0)$, $B(4, 1, 2)$, $C(1, 3, 3)$, $A_1(-4, 1, 2)$.

3.3. $A(0, -1, 2)$, $B(1, -1, 3)$, $C(2, -2, 6)$, $A_1(-3, 1, 0)$.

3.4. $A(1, -1, 3)$, $B(2, 0, 1)$, $C(-1, 3, 2)$, $A_1(1, 4, 5)$.

3.5. $A(-1, 0, -1)$, $B(0, 2, -3)$, $C(-2, 2, 1)$, $A_1(1, -1, 0)$.

3.6. $A(1, 0, -2)$, $B(2, 1, 1)$, $C(1, 1, -4)$, $A_1(2, 0, 1)$.

3.7. $A(-1, -3, 1)$, $B(1, -2, 2)$, $C(1, -1, 1)$, $A_1(1, 0, -1)$.

Параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ задан координатами своих вершин A, B, C, A_1 . Найти: а) объем параллелепипеда; б) площади граней $ABCD$, $AA_1 B_1 B$; в) длину высоты, проведенной из вершины A_1 на плоскость основания; г) угол между диагоналями AC_1 , DB_1 ; д) угол между плоскостями граней $ABCD$, $AA_1 B_1 B$; е) угол между диагональю AC_1 и плоскостью $ABCD$.

3.8. $A(1, -3, 1)$, $B(1, 2, 2)$, $C(1, 1, -1)$, $A_1(-1, 0, -1)$.

3.9. $A(-1, -3, 1)$, $B(1, -1, 2)$, $C(2, 1, -1)$, $A_1(1, 0, -1)$.

3.10. $A(2, -1, 1)$, $B(6, 2, 1)$, $C(4, 0, 3)$, $A_1(-1, -3, 6)$.

3.11. $A(1, -1, 2)$, $B(2, 1, 5)$, $C(-4, -1, 6)$, $A_1(0, 0, 3)$.

3.12. $A(1, -1, 0)$, $B(2, 3, 1)$, $C(-1, 2, 3)$, $A_1(2, -1, 3)$.

3.13. $A(2, -1, 1)$, $B(-1, 3, 2)$, $C(3, 0, -3)$, $A_1(-1, 4, 2)$.

Тетраэдр задан координатами своих вершин A, B, C, D . Найти: а) объем тетраэдра; б) площади граней ABC , DBC ; в) длину высоты, проведенной из вершины D ; г) угол между ребрами AB , CD ; д) угол между плоскостями граней ABC , DBC ; е) угол между ребром BD и плоскостью основания ABC .

3.14. $A(-1, -3, 1)$, $B(1, -2, 2)$, $C(1, -1, -1)$, $D(1, 0, -1)$.

3.15. $A(0, 0, 1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(2, -3, 4)$, $D(1, -3, 1)$.

- 3.16. $A(1, 5, -2)$, $B(4, 1, 1)$, $C(-3, 0, 1)$, $D(2, -1, 3)$.
 3.17. $A(2, -3, 1)$, $B(-1, 1, 1)$, $C(-1, -1, 6)$, $D(2, -3, 3)$.
 3.18. $A(-2, 1, 0)$, $B(-1, 2, 1)$, $C(0, 2, 3)$, $D(-1, 0, 1)$.
 3.19. $A(-1, 2, 4)$, $B(1, 3, 2)$, $C(1, 1, -1)$, $D(2, 0, 3)$.
 3.20. $A(2, -1, -1)$, $B(5, -1, 2)$, $C(3, 0, -3)$, $D(6, 0, -3)$.

Контрольная работа № 2 Расположение прямой и плоскости в пространстве.

Задача 1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$. Составить уравнения:

- а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) плоскости, проходящей через точку A_4 параллельно плоскости $A_1A_2A_3$; в) прямой A_1A_2 ; г) прямой A_4M , перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$; д) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ; е) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .

Вычислить: ж) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$; з) косинус угла между координатной плоскостью и плоскостью $A_1A_2A_3$.

- 1.1. $A_1(3, 1, 4)$, $A_2(-1, 6, 1)$, $A_3(-1, 1, 6)$, $A_4(0, 4, -1)$, (OXY) .
 1.2. $A_1(3, -1, 2)$, $A_2(-1, 0, 1)$, $A_3(1, 7, 3)$, $A_4(8, 5, 8)$, (OXZ) .
 1.3. $A_1(3, 5, 4)$, $A_2(5, 8, 3)$, $A_3(1, 2, -2)$, $A_4(-1, 0, 2)$, (OYZ) .
 1.4. $A_1(2, 4, 3)$, $A_2(1, 1, 5)$, $A_3(4, 9, 3)$, $A_4(3, 6, 7)$, (OXY) .
 1.5. $A_1(3, 2, 2)$, $A_2(-3, 5, 1)$, $A_3(1, -1, 3)$, $A_4(6, 3, 2)$, (OXZ) .
 1.6. $A_1(0, 7, 1)$, $A_2(2, -1, 5)$, $A_3(1, 6, 3)$, $A_4(3, -5, 1)$, (OYZ) .
 1.7. $A_1(5, 5, 4)$, $A_2(1, -1, 4)$, $A_3(3, 5, 1)$, $A_4(5, 2, -1)$, (OXY) .
 1.8. $A_1(6, 1, 1)$, $A_2(2, 3, 3)$, $A_3(4, 2, 0)$, $A_4(1, 2, 6)$, (OXZ) .
 1.9. $A_1(7, 5, 3)$, $A_2(9, 4, 4)$, $A_3(4, 5, 7)$, $A_4(7, 9, 6)$, (OYZ) .
 1.10. $A_1(6, 8, 2)$, $A_2(5, 4, 7)$, $A_3(2, 4, 7)$, $A_4(7, 3, 7)$, (OXY) .
 1.11. $A_1(4, 2, 5)$, $A_2(0, 7, 1)$, $A_3(0, 2, 7)$, $A_4(-1, 5, 0)$, (OXZ) .
 1.12. $A_1(2, 2, 5)$, $A_2(3, 5, 1)$, $A_3(1, 4, 2)$, $A_4(-1, 5, 0)$, (OYZ) .
 1.13. $A_1(4, 6, 5)$, $A_2(2, 3, 1)$, $A_3(1, 5, 5)$, $A_4(3, 2, 4)$, (OXY) .
 1.14. $A_1(3, 5, 4)$, $A_2(4, 3, 2)$, $A_3(5, 7, 1)$, $A_4(4, 7, 8)$, (OXZ) .
 1.15. $A_1(10, 9, 6)$, $A_2(2, 8, 2)$, $A_3(9, 8, 9)$, $A_4(7, 10, 3)$, (OYZ) .
 1.16. $A_1(1, 8, 2)$, $A_2(5, 2, 6)$, $A_3(5, 7, 4)$, $A_4(4, 5, 4)$, (OXY) .
 1.17. $A_1(6, 6, 5)$, $A_2(4, 9, 5)$, $A_3(4, 6, 9)$, $A_4(6, 9, 3)$, (OXZ) .
 1.18. $A_1(7, 2, 2)$, $A_2(-5, 7, -7)$, $A_3(5, -3, 4)$, $A_4(2, 3, 7)$, (OYZ) .
 1.19. $A_1(8, -6, 4)$, $A_2(10, 5, -5)$, $A_3(5, 6, -8)$, $A_4(8, 10, 7)$, (OXY) .
 1.20. $A_1(1, -1, 3)$, $A_2(6, 5, 8)$, $A_3(3, 5, 8)$, $A_4(8, 4, 1)$, (OXZ) .

Задача 2. Найти точку, симметричную точке $M(x, y, z)$ относительно плоскости π : $Ax + By + Cz + D = 0$.

- 2.1. $M(-2, 1, 3)$; $\pi: 5x - z = 0$.
 2.2. $M(3, -1, 4)$; $\pi: 2x - 3y + z + 1 = 0$.

2.3. $M(1, 0, 5)$; $\pi: 4x + 4y - 14z + 9 = 0$.

2.4. $M(3, -2, 4)$; $\pi: 8x + 2y + 4z - 15 = 0$.

2.5. $M(1, 2, -2)$; $\pi: x - y - 2z - 1 = 0$.

2.6. $M(1, -2, 3)$; $\pi: x + y + z - 3 = 0$.

2.7. $M(2, 1, -4)$; $\pi: x - 7z - 5 = 0$.

2.8. $M(-4, 2, 5)$; $\pi: 5x - 5y - 2z + 13 = 0$.

2.9. $M(2, -6, 1)$; $\pi: 5x - 7y + 6z - 3 = 0$.

2.10. $M(-4, -3, 5)$; $\pi: 3x + 2y - 3z + 11 = 0$.

Найти точку, симметричную точке $M(x, y, z)$ относительно прямой ℓ .

2.11. $A(4, 3, 10)$; $\ell: x = 1 + 2t$; $y = 2 + 4t$; $z = 3 + 5t$; $t \in \mathbb{R}$.

2.12. $A(1, 2, -3)$; $\ell: x = 1 + t$; $y = -2 + 2t$; $z = 2 + 3t$; $t \in \mathbb{R}$.

2.13. $A(1, 2, 0)$; $\ell: x = -5 + 2t$; $y = 1 + 3t$; $z = t$; $t \in \mathbb{R}$.

2.14. $A(2, 1, 3)$; $\ell: x = 1 - t$; $y = 3t$; $z = 0$; $t \in \mathbb{R}$.

2.15. $A(1, 2, -3)$; $\ell: \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

2.16. $A(2, 1, -4)$; $\ell: x = 1 - t$; $y = 1$; $z = 3 + 7t$; $t \in \mathbb{R}$.

2.17. $A(-1, 2, 3)$; $\ell: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

2.18. $A(-2, 2, 9)$; $\ell: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$.

2.19. $A(-3, -2, -3)$; $\ell: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

2.20. $A(2, 1, 1)$; $\ell: \frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{-3}$.

Задача 3. Показать, что прямые d_1 и d_2 пересекаются. Найти точку их пересечения, угол между ними. Найти расстояние от точки $A(-1, 2, 1)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

3.1. $d_1: \begin{cases} x - y + 5z - 3 = 0 \\ 2x + y + 4 = 0 \end{cases};$ $d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -4 - 2t, \\ z = \frac{8}{5} \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$

3.2. $d_1: \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - 3t; \\ z = 1 + t \end{cases};$ $d_2: \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}.$

3.3. $d_1: \begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ 2y - 3z + 7 = 0 \end{cases};$ $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}.$

3.4. $d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t, \\ z = 4 + 5t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R};$ $d_2: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 5x - 2z + 8 = 0 \end{cases}.$

$$3.5. d_1: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-8}{6}; \quad d_2: \begin{cases} 2x+y-4z+2=0 \\ 4x-y-5z+4=0 \end{cases}$$

$$3.6. d_1: \begin{cases} x+2y-z-12=0 \\ x-2y+13=0 \end{cases}; \quad d_2: \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}.$$

Показать, что прямая d пересекает плоскость π . Найти их точку пересечения, угол между прямой и плоскостью, расстояние от начальной точки M прямой до плоскости π . Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую d перпендикулярно плоскости π .

$$3.7. d: \frac{x-7}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{4}; \pi: 3x-y+2z-9=0; M(7,1,5).$$

$$3.8. d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{1}; \pi: 2x-4y+3z+2=0; M(2,-5,-1).$$

$$3.9. d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}; \pi: x+2y-2z-5=0; M(-3,1,0).$$

$$3.10. d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}; \pi: x-3y-5z+3=0; M(1,-2,1).$$

$$3.11. d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -3 - t \end{cases}, t \in R; \pi: x - y - 5z + 8 = 0; M(-2, 1, -3).$$

$$3.12. d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 6t \end{cases}, t \in R; \pi: 2x + 3y + z - 1 = 0; M(1, -1, 0).$$

Определить взаимное расположение прямой d и плоскости π . Найти расстояние между ними. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую d перпендикулярно плоскости π .

$$3.13. d: \frac{x}{6} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-1}{-9}; \quad \pi: x+3y-2z-1=0.$$

$$3.14. d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}, t \in R; \quad \pi: x+2y-2z-1=0.$$

$$3.15. d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, t \in R; \quad \pi: x+2y-5=0.$$

Определить взаимное расположение прямых. Найти расстояние между ними. Составить уравнение плоскости, проходящей через эти прямые.

$$3.16. d_1: \begin{cases} 2x-y+5=0 \\ y+z-4=0 \end{cases}; \quad d_2: \frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-4}.$$

$$3.17. d_1: \begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 7 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in R; \quad d_2: \begin{cases} x + 2y - z - 33 = 0 \\ y + 2z - 29 = 0 \end{cases}.$$

$$3.18. d_1: \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}; \quad d_2: \begin{cases} x + 2y + 2z - 8 = 0 \\ x + 6z - 6 = 0 \end{cases}.$$

$$3.19. d_1: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -7 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}; \quad d_2: \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$$

$$3.20. d_1: \begin{cases} x - 3y + z - 4 = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}; \quad d_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z-1}{14}.$$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если работа выполнена полностью и безошибочно;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если в работе могут быть отдельные вычислительные и негрубые ошибки;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решено правильно более половины заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если решено правильно менее половины заданий.

Темы рефератов.

Реферат должен быть представлен текстовыми и таблично - графическими материалами. К защите реферата студент должен приготовить краткое сообщение (не более 10 минут), в котором должен изложить основные результаты.

1. Операторы в евклидовом пространстве.
2. Квадратичные формы
3. Линейные пространства.
4. Линейные операторы.
5. Квадратичные формы.
6. Кривые и поверхности 2-го порядка.
7. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
8. Вычисление значений производных многочлена, разложение многочлена в ряд Тейлора.
9. Решение уравнений 3-й и 4-й степени.
10. Выражение симметрических многочленов через основные симметрические многочлены.
11. Решение задач на применение формул Виета.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется за полное раскрытие темы доклада, при условии правильного ответа на вопросы преподавателей. Студент правильно определяет понятия, свободно ориентируется в теоретическом материале.
- оценка «хорошо» выставляется, если есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент не очень свободно ориентируется в теоретическом материале.
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если тема раскрыта не полностью, есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент неточно определяет понятия.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если содержание курсовой работы не соответствует теме, есть значительные ошибки при ответе на вопросы преподавателей. Студент неправильно определяет основные понятия.

Формой аттестации по дисциплине в 1,2 семестрах согласно учебному плану является зачет. В третьем семестре проводится итоговый экзамен. На экзамен выносятся темы, изученные в рамках первого, второго и третьего семестра. Каждому студенту необходимо дать ответ на 2 теоретических вопроса и решить задачу. На подготовку ответа отводится 1 час.

Примерные вопросы к экзаменту 1:

1. Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.
2. Комплексно сопряженные числа. Свойства комплексно сопряженных чисел.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над числами в тригонометрической форме.
4. Возведение в натуральную степень комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
5. Решение двучленных и квадратных уравнений во множестве комплексных чисел.
6. Комплексная плоскость. Изображение комплексных чисел. Изображение на комплексной плоскости корней двучленных уравнений.
7. Матрицы. Основные определения. Умножение матриц. Многочлены от матриц. Транспонирование матрицы.
8. Определители и их свойства.
9. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
10. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы.
11. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
12. Сохранение ранга. Базисный минор. Теорема о базисном миноре.
13. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы.
14. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.
15. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений.
16. Система однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Теоремы об общем решении однородной системы линейных уравнений и неоднородной системы.
17. Метод Гаусса.

Примерные вопросы к экзамену 2:

1. Векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами, заданными координатами.
2. Скалярное произведение векторов, заданных координатами в прямоугольной системе координат. Основные свойства. Следствие относительно угла между векторами. Условие перпендикулярности и коллинеарности векторов.
3. Определение векторного произведения. Формула для вычисления векторного произведения. Свойства векторного произведения.
4. Определение смешанного произведения. Формула для вычисления смешанного произведения. Свойства смешанного произведения.
5. Общие уравнения плоскости в пространстве и прямой на плоскости.
6. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
7. Общие уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через 2 точки.
8. Взаимное расположение 2-х прямых. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
9. Плоскость, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору, проходящей через 3 заданные точки.
10. Взаимное расположение плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности. Формула расстояния от точки до плоскости.
11. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности. Кратчайшее расстояние между 2-мя прямыми. Формула расстояния от точки до прямой в пространстве.
12. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности.
13. Определение линейного пространства и подпространства.

14. Линейная зависимость и линейная независимость. Основная теорема о линейной зависимости. Ранг системы векторов.
15. Базис. Размерность. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Координаты вектора. Теорема единственности разложения по базису. Преобразование координат.
16. Координаты вектора. Матрица системы векторов. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора.

Примерные вопросы к экзамену 3:

1. Многочлены от одной переменной. Основные понятия и определения.
2. Действия над многочленами. Теорема о делении многочлена на многочлен.
3. Делимость многочлена на двучлен $(x-a)$. Теорема Безу. Схема Горнера.
4. Корни многочлена. Рациональные корни многочлена.
5. Многочлен с действительными коэффициентами. Неприводимость многочлена над различными числовыми множествами $(\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})$.
6. Решение уравнений 3-й степени.
7. Решение уравнений 4-й степени.
8. Дискриминант, результат многочлена.
9. Решение систем двух уравнений с двумя неизвестными с помощью результата.
10. Симметрические многочлены. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
11. Формулы Виета.
12. Вывод канонического уравнения эллипса. Построение эллипса по его уравнению.
13. Вывод формул, связывающих расстояние произвольной точки эллипса до фокуса, координату x и эксцентриситет, а также расстояние до директрисы и эксцентриситет.
14. Вывод канонического уравнения гиперболы. Асимптоты гиперболы. Построение гиперболы по ее уравнению.
15. Вывод формул, связывающих расстояние произвольной точки гиперболы до фокуса, координату x и эксцентриситет, а также расстояние до директрисы и эксцентриситет.
16. Определение параболы. Вывод канонического уравнения параболы. Построение параболы по ее уравнению.
17. Эллипсоид, гиперболоид, параболоид. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Поверхности вращения.
18. Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора.
19. Связь между координатами вектора и его образа. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
20. Область значений оператора. Ядро оператора.
21. Сумма операторов. Произведение оператора на число. Произведение операторов. Степень оператора. Единичный оператор.
22. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного преобразования.
23. Переход к другому базису. Матрица перехода. Теорема о матрице перехода к новому базису.
24. Эквивалентные и подобные операторы.
25. Собственные значения и собственные вектора. Характеристический многочлен. Теорема о независимости характеристического многочлена от базиса. Теорема о линейной независимости собственных векторов.
26. Линейные операторы. Самосопряженные операторы, собственные числа и векторы линейных операторов. Приведение симметричной матрицы к диагональному виду.

Критерии оценок следующие (за ответ на вопрос выставляется максимальный балл)

- $(1,0 \cdot N)$ баллов – студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности;

- (0,9*N) баллов - студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснить их в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;
- (0,8*N) баллов - студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснить их в логической последовательности, но допускает некоторые ошибки общего характера;
- (0,7*N) баллов - студент глубоко понимает пройденный материал, но не может теоретически обосновать некоторые выводы;
- (0,6*N) баллов - студент отвечает в основном правильно, но чувствуется механическое заучивание материала;
- (0,5*N) баллов - в ответе студента имеются существенные недостатки, материал охвачен «половинчато», в рассуждениях материала допускаются ошибки;
- (0,4*N) баллов - ответ правилен лишь частично, в рассуждениях материала допускаются серьезные ошибки;
- (0,3*N), (0,2*N) баллов - студент имеет общее представление о теме, но не умеет логически обосновать свои мысли;
- (0,1*N) баллов - студент имеет лишь частичное представление о теме;
- 0 баллов – нет ответа.

Каждая дисциплина учебного плана оценивается по 100-балльной системе. Перевод баллов в оценки пятибалльной системы осуществляется следующим образом:

85-100 баллов	<i>отлично</i>
70-84 балла	<i>хорошо</i>
52-69 баллов	<i>удовлетворительно</i>
0-51 балл	<i>неудовлетворительно</i>

8. Система оценивания планируемых результатов обучения

Балльная структура оценки

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение практических занятий	4 (0,25)	4 (0,25)
2	Активная работа на занятии	6	4 (0,25)
3	Контрольная работа	10	10
5	Индивидуальные задания	14	32
6	Экзамен	20	40
7	Всего	50	100

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Березина, Н. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. А. Березина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Научная книга, 2019. — 125 с. — 978-5-9758-1741-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80988.html>
2. Бобылева, Т. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Т. Н. Бобылева, Л. В. Кирьянова, Т. Н. Титова. — Электрон. тек-

- стовые данные. — М. : МИСИ-МГСУ, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018. — 144 с. — 978-5-7264-1909-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80626.html>
3. Емельянова, Т. В. Линейная алгебра. Решение типовых задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. В. Емельянова, А. М. Кольчатова. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 184 с. — 978-5-4486-0331-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>
 4. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 с. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>
 5. Романников, А. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Н. Романников, С. Е. Теплов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, 2011. — 272 с. — 978-5-374-00546-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10889.html>

б) дополнительная литература:

1. Горлач Б.А. Линейная алгебра / Б.А. Горлач. – СПб: Лань, 2012. – 480 с.
2. Гущина О.А. Избранные вопросы алгебры и геометрии/ О.А. Гущина, Т.А. Неешпапа, Л.Г. Чикишева – Южно-Сахалинск: СахГУ, 2011 – 140с.
3. Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Г. Д. Ким. – М.: Проспект, 2015 – 393с.
4. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии (типовые расчеты). – СПб: Лань, 2013. – 288 с.
5. Александров А.Д. Геометрия / А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев. - М.: Наука, 1990. – 672 с.
6. Атанасян А.С. Сборник задач по геометрии / А.С. Атанасян, В.А. Атанасян. - Ч. I. - М.: Просвещение, 1986. - 253 с.
7. Атанасян А.С. Геометрия/ А.С. Атанасян, В.Т. Базылев - Ч. I.- М.: Просвещение, 1986.- 336 с.
8. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб.для вузов / Д.В. Беклемишев - М.: Физматлит, 2001. - 376с.
9. Бортаковский А.М. Линейная алгебра в примерах и задачах /А.М. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: Высшая школа, 2005. - 597с.
10. Бугров Я.С. Высшая математика. В 3т.: Учеб.для вузов. Т.1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Бугров Я.С., Никольский С.М. - 5-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2003. - 288с.
11. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов/ Э.Б. Винберг -М.: Просвещение, 1980. -175 с.
12. Глухов М. М. Алгебра и аналитическая геометрия / М. М. Глухов – М.: Гелиос АРВ, 2005 – 392с.
13. Канатников А.Н. Аналитическая геометрия / А.Н. Канатников, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 388с.
14. Киркинский А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / А.С. Киркинский. - М.: Академ. Проспект, 2006 – 256 с.
15. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Линейная алгебра/ А. И. Кострикин. - М.: Физматлит, 2001. - 368 с.
16. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре/ И. В. Проскуряков. - М.: Физматлит, 2001. – 384 с.
17. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/493>.

18. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 312 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2109>.
19. Кадомцев, С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 168 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2187>.
20. Левин, В.А. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии на базе пакета "Matematica" [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Левин, В.В. Калинин, Е.В. Рыбалка. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2007. — 192 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2250>.
21. Цубербиллер, О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/430>.
22. Шафаревич, И.Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.Р. Шафаревич, А.О. Ремизов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2306>.

9.4. Программное обеспечение

– Программный комплекс «Электронные журналы», используемый для учета и анализа успеваемости обучающихся

- Microsoft VisualFoxPro Professional 9/0 Win32 Single Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 49512935);
- Microsoft Win Home Basic 7 Russian Academic OPEN (бессрочная), (лицензия 61031351),
- Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351),
- Microsoft Internet Security&Accel Server Standart Ed 2006 English Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 41684549),
- Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880),
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срок пользования с 2019-05-13 по 2021-04-13
- ABBYYFineReader 11 Professional Edition, (бессрочная), (лицензия AF11-2S1P01-102/AD),
- Microsoft Volume Licensing Service, (бессрочная), (лицензия 62824441),

9.5. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:

- «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года;
- Официальный Web-сайт СахГУ <http://sakhgu.ru/>; сахгу.рф
- Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования <http://i-exam.ru/>
- Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY <http://elibrary.ru>
- Сайт университетской библиотеки ONLINE <http://www.biblioclub.ru/>
- Сайт электронно-библиотечной системы IPRbookshop <http://www.iprbookshop.ru>
- Сайт информационной справочной системы Polpred.com [http:// polpred.com/](http://polpred.com/)
- Match.ru
- Allmath.ru/highermath.htm
- Function-x.ru

10 Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;

- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки;
2. Доступ к Интернет-ресурсам;
3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием во время самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины.

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры
№ _____ от _____

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

в рабочей программе дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия»
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

на 20__/20__ учебный год

1. В _____ вносятся следующие изменения:
(элемент рабочей программы)

- 1.1.;
- 1.2.;
- ...
- 1.9.

2. В _____ вносятся следующие изменения:
(элемент рабочей программы)

- 2.1.;
- 2.2.;
- ...
- 2.9.

3. В _____ вносятся следующие изменения:
(элемент рабочей программы)

- 3.1.;
- 3.2.;
- ...
- 3.9.

Составитель
дата

подпись

расшифровка подписи

Зав. кафедрой

подпись

расшифровка подписи