

Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)

Б1.Б.11 Алгебра и аналитическая геометрия

Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины:

- формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по алгебре и аналитической геометрии

Задачи дисциплины:

- 1) овладение техникой вычисления различных величин;
- 2) овладение техникой построения кривых, поверхностей и тел.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные факты, свойства комплексных чисел;
- основные факты из теории матриц;
- основные понятия теории определителей;
- основные факты из теории многочленов;
- основные факты из теории векторных пространств и операторов;
- основные методы исследования систем линейных и алгебраических уравнений;
- основные определения и факты из теории метрических и векторных нормированных пространств;
- способы нахождения корней многочленов;
- операции с векторами в векторных пространствах;
- основные методы решения системы линейных алгебраических уравнений;
- понятия собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах;
- способы приведения квадратичных форм к каноническому виду;
- способы задания прямой на плоскости и в пространстве;
- способы задания плоскости;
- основные способы задания поверхностей.

Уметь:

- выполнять операции над комплексными числами;
- выполнять операции над матрицами;
- вычислять определители произвольного порядка;
- выполнять основные операции над многочленами;
- исследовать системы линейных и алгебраических уравнений;
- различными способами задавать поверхности;
- находить корни многочленов;
- уметь производить операции с векторами в векторных пространствах;
- решать различными способами системы линейных алгебраических уравнений;
- находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах;
- приводить квадратичные формы к каноническому виду;
- исследовать множества точек пространства;
- исследовать поверхности по их уравнениям.

Владеть навыками:

- решения основных задач теории комплексных чисел;
- решения основных задач теории многочленов;
- решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии;
- исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений;
- исследования поверхностей в трехмерном пространстве.

Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

| Код компетенции | Содержание компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции |
|------------------------|--|---|
| ОПК-1 | способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теории, связанные с прикладной математикой и информатикой | <p><i>Знание</i> свойств комплексных чисел; основных понятий теории матриц, теории определителей; теории многочленов; теории векторных пространств и операторов, основных методов исследования систем линейных и алгебраических уравнений; основных понятий теории метрических и векторных нормированных пространств; способов нахождения корней многочленов; понятий собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах; способов приведения квадратичных форм к каноническому виду, способов задания прямой на плоскости и в пространстве; способов задания плоскости; основных способов задания поверхностей.</p> <p><i>Умение</i> выполнять операции над комплексными числами, матрицами многочленами; исследовать системы линейных и алгебраических уравнений, различными способами задавать поверхности, выполнять операции с векторами в векторных пространствах, находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, исследовать множества точек пространства, исследовать поверхности по их уравнениям.</p> <p><i>Владение</i> навыками решения основных задач теории комплексных чисел; решения основных задач теории многочленов; решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии; исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений; исследования поверхностей в трехмерном пространстве.</p> |
| ОПК-2 | способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии | <p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; исполь-</p> |

| | | |
|-------|--|---|
| | | <p>зовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными.</p> |
| ОПК-4 | <p>способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-технологических технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p> | <p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p> |
| ПК-1 | <p>способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным проблемам</p> | <p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p> |
| ПК-2 | <p>способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> | <p><i>Знание</i> свойств комплексных чисел; основных понятий теории матриц, теории определителей; теории многочленов; теории векторных пространств и операторов, основных методов исследования систем линейных и алгебраических уравнений; основных понятий теории метрических и векторных нормированных пространств; способов нахождения корней многочленов; понятий собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах; способов приведения квадратичных форм к каноническому виду, способов задания прямой на плоскости и в пространстве; способов зада-</p> |

| | | |
|-------|---|---|
| | | <p>ния плоскости; основных способов задания поверхностей.</p> <p><i>Умение</i> выполнять операции над комплексными числами, матрицами многочленами; исследовать системы линейных и алгебраических уравнений, различными способами задавать поверхности, выполнять операции с векторами в векторных пространствах, находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, исследовать множества точек пространства, исследовать поверхности по их уравнениям.</p> <p><i>Владение</i> навыками решения основных задач теории комплексных чисел; решения основных задач теории многочленов; решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии; исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений; исследования поверхностей в трехмерном пространстве.</p> |
| ПК-5 | <p>способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников</p> | <p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p> |
| ПК-11 | <p>способность к организации педагогической деятельности в конкретной предметной деятельности</p> | <p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями</p> |
| ПК-12 | <p>способность к планирова-</p> | <p><i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чи-</p> |

| | | |
|-------|--|--|
| | нию и осуществлению педагогической деятельности с учетом предметной области в образовательных организациях | сел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации. <i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности. <i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями |
| ПК-13 | способность применять существующие и разрабатывать новые методы и средства обучения | <i>Знание</i> фундаментальных понятий теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации. <i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения теории чисел, алгебры и аналитической геометрии; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности. <i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями |

Содержание разделов дисциплины.

Тема 1. *Комплексные числа и действия над ними.*

Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическое представление комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел. Натуральная степень комплексного числа. Извлечение корней из комплексных чисел. Решение квадратных и двучленных уравнений во множестве комплексных чисел.

Тема 2. *Матрицы.*

Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.

Тема 3. *Определители.*

Определители второго и третьего порядка. Определители n -го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Теорема Лапласа о разложении определителя. Определитель произведения матриц. Применение определителя при вычислении обратной матрицы.

Тема 4. *Системы линейных уравнений.*

Линейные уравнения и системы линейных уравнений. Разрешенные системы линейных уравнений. Преобразования систем линейных уравнений. Совместность систем линейных алгебраических уравнений Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Решение системы

n линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по формулам Крамера. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема 5. Векторная алгебра.

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Коллинеарность и компланарность векторов. Базисы. Системы координат. Декартова система координат. Полярная система координат. Цилиндрические и сферические координаты. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Условие коллинеарности и компланарности векторов. Угол между векторами. Координатное выражение векторного и смешанного произведения. N -мерные векторы. Линейная комбинация векторов. Отрезок, деление отрезка в заданном соотношении. Линейная зависимость и независимость векторов и свойства этих понятий. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность пространства. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.

Тема 6. Прямая и плоскость.

Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Общее уравнение плоскости. Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Расстояние между непересекающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Тема 7. Линейные пространства.

Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Изоморфизм линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Пересечение, сумма и прямая сумма пространства.

Тема 8. Многочлены.

Многочлены от одной переменной. Сложение, умножение многочленов. Деление многочлена на многочлен. Корни многочлена. Теорема Безу. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное многочленов. Неприводимые многочлены. Многочлены 3-й и 4-й степени. Результант многочленов. Симметрические многочлены. Формулы Виета.

Тема 9. Линейные операторы.

Линейные операторы и действия с ними. Степень оператора. Единичный оператор. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Эквивалентные и подобные операторы.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве.

Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. Собственное значение матрицы. Собственные векторы матрицы и их свойства. Теорема Фробениуса-

Беррона для неразложимых матриц. Инвариантные подпространства. Операторный многочлен. Треугольная форма. Корневые подпространства и их структура. Построение жордановой формы оператора.

Тема 10. *Операторы в евклидовом пространстве.*

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Длина вектора. Неравенство Коши - Буняковского. Ортогональность. Процесс ортогонализации Шмидта. Ортогональные и ортонормированные базисы. Проекция вектора на подпространство. Ортогональные дополнения. Ортогональные суммы подпространств. Сопряженный оператор и сопряженная матрица. Теорема Шура. Нормальные, унитарные, эрмитовы и косоэрмитовы операторы и матрицы в унитарном пространстве. Нормальные, ортогональные, симметричные, кососимметричные операторы и матрицы в евклидовом пространстве. Неотрицательно определенные и положительные определенные операторы.

Тема 11. *Квадратичные формы*

Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Сигнатура. Законоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Понятие о тензорах. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Тема 12. *Кривые и поверхности 2-го порядка*

Эллипс, парабола, гипербола, их свойства, приведение к каноническому виду уравнения кривой 2-го порядка. Уравнения поверхности. Сфера, эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, цилиндрическая поверхность. Приведение поверхности к каноническому виду.