

Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)

Б1.Б.10 Математический анализ

Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: изучение математического анализа как аппарата изучения различных явлений природы и общества путем построения математических моделей.

Задачи дисциплины:

- 1) овладение техникой дифференцирования;
- 2) овладение техникой интегрирования.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

определение функции, предела, непрерывности, дифференцируемости функции, производной и частных производных, определенного интеграла, сходимости числовых и функциональных рядов.

Уметь:

строить графики функции, вычислять пределы, производные, интегралы, вычислять площади плоских фигур и поверхностей, объемов тел и длин дуг, находить радиус и круг сходимости в действительной и комплексной области.

Владеть:

навыками решения различных задач.

Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теории, связанные с прикладной математикой и информатикой	<i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа (определения функции, предела, непрерывности, дифференцируемости функции, производной и частных производных, определенного интеграла, сходимости числовых и функциональных рядов). <i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности. <i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями для демонстрации знаний.
ОПК-2	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	<i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации. <i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать

		<p>современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
ОПК-4	<p>способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-технологических технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
ПК-1	<p>способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным проблемам</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
ПК-2	<p>способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа (определения функции, предела, непрерывности, дифференцируемости функции, производной и частных производных, определенного интеграла, сходимости числовых и функциональных рядов).</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания.</p>
ПК-5	<p>способность осуществлять целенаправленный поиск</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов,</p>

	<p>информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников</p>	<p>способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
ПК-11	<p>способность к организации педагогической деятельности в конкретной предметной деятельности</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
ПК-12	<p>способность к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом предметной области в образовательных организациях</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
ПК-13	<p>способность применять существующие и разрабатывать новые методы и средства обучения</p>	<p><i>Знание</i> фундаментальных понятий математического анализа; основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации.</p> <p><i>Умение</i> корректно выражать, и аргументировано обосновывать положения математического анализа; использовать современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских и</p>

		<p>производственно-технологических задач профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владение</i> навыками грамотного изложения теоретического материала; профессиональным языком предметной области знания; современными компьютерными технологиями.</p>
--	--	--

Содержание разделов дисциплины

Введение в математический анализ

1. Действительные числа.

Множество действительных чисел. Изображение действительных чисел на числовой прямой. Модуль действительного числа. Ограниченные и неограниченные множества. Промежутки в \mathbb{R} .

2. Функции.

Функции и их общие свойства. Композиция функций. Обратимая и обратная функция. График функции. Арифметические действия над функциями и графиками. Числовые последовательности. Подпоследовательности.

3. Предел.

Понятие предела последовательности и предела функции. Единственность предела. Свойства функций, имеющих конечный предел. Предел суммы произведения, частного. Предельный переход в неравенствах. Предел композиции, обратной функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно большие функции. Первый замечательный предел и следствия из него.

Свойства последовательности (монотонность, ограниченность). Принцип вложенных отрезков. Предел монотонной последовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Число « ϵ » и связанные с ним пределы.

4. Непрерывность функции.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы произведения, частного. Непрерывность композиции, обратной функции. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

5. Элементарные функции.

Степенная функция с натуральным целым, рациональным показателем. Показательная функция, ее свойства. Логарифмическая функция, ее свойства. Степенная функция с действительным показателем. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных.

1. Производная и дифференциал.

Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость суммы, произведения, частного. Производная композиции, обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные основных элементарных функций.

Функции, заданные параметрическими уравнениями, и их дифференцирование.

2. Основные формулы дифференциального исчисления и их приложения.

Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило, Лопиталья. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции в точке и на промежутке. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклые функции, точки перегиба. Асимптоты. Применение дифференциального исчисления к построению графиков.

3. Функции нескольких переменных.

Отображение $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Область определения, график, линии и поверхности уровня.

4. Дифференцируемость функции нескольких переменных.

Дифференцируемость и дифференциал. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала. Дифференцирование композиции. Инвариантность формулы первого дифференциала. Производная по направлению, градиент. Теорема о существовании и дифференцировании неявных функций.

5. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных частных производных. Формула Тейлора для функции двух переменных.

6. Экстремум функции нескольких переменных.

Определение максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы.

Интегральное исчисление функции одной переменной.

1. Неопределенный интеграл.

Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования.

2. Определенный интеграл.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние интегральные суммы. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной.

3. Геометрические приложения определенного интеграла.

Квадрируемые фигуры. Вычисление площадей квадрируемых фигур. Кубируемые тела. Объем тел с заданным поперечным сечением. Принцип Кавальери. Объем тела вращения. Спряжляемые кривые. Вычисление дуги плоской кривой.

4. Приложения определенного интеграла в физике .

Вычисление статистических моментов, координат центра тяжести, моментов инерции плоской кривой и плоской фигуры.

5. Несобственные интегралы

Понятие несобственного интеграла. Несобственные интегралы от положительных функций. Абсолютная сходимость.

Интегральное исчисление функции нескольких переменных. Ряды.

1. Двойные и тройные интегралы.

Понятие двойного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла. Замена переменного в двойном интеграле. Кубируемые тела и их объемы. Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

2. Некоторые применения кратных интегралов.

Вычисление объемов, площадей поверхностей. Физические приложения кратных интегралов.

3. Криволинейные интегралы.

Задача о работе плоского силового поля. Криволинейный интеграл и его основные свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина. Условие независимости интеграла от пути интегрирования

4. Числовые ряды.

Основные понятия. Действия над сходящимися рядами. Остаток ряда. Геометрический и гармонический ряд. Сходимость рядов с положительными членами. Теоремы сравнения. Признаки сходимости. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана.

5.Функциональные последовательности и ряды.

Функциональная последовательность и ряд. Область сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак сходимости (равномерной). Признак Вейерштрасса. Теоремы о равномерно сходящихся последовательностях и рядах непрерывных функций.

6.Степенные ряды.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

7.Разложение функции в ряд.

Задача разложения функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора функции $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$. Биномиальный ряд и частные случаи. Приближенное вычисление значений функции и определенных интегралов с помощью рядов.

8.Степенные ряды в комплексной области.

Сходящиеся последовательности и ряды комплексных чисел. Абсолютная сходимость. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости. Показательная функция комплексной переменной. Формулы Эйлера. Показательная запись комплексного числа. Связь между тригонометрическими и гиперболическими функциями комплексной переменной.