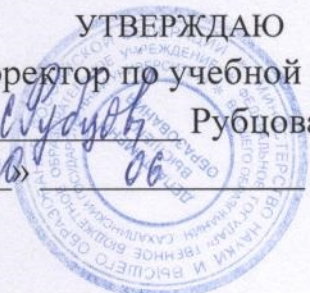


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Кафедра математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

Рубцова С. Ю.
« 30 » 06 2019 г.



**Рабочая программа дисциплины
Б1.Б.20 «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки
«Системное программирование и компьютерные технологии»

Квалификация выпускника
Бакалавр

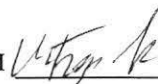
Форма обучения: заочная

РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями и инвалидов

г. Южно-Сахалинск
2019

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Программу составил:

Травкин И. Ю., старший преподаватель кафедры математики 

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 9 от «24» мая 2017 г.

Рабочая программа дисциплины актуализирована и утверждена на заседании кафедры математики,
протокол № 10 от 25.06. 2019 г.

Заведующий кафедрой  Н.А. Самсикова

Рецензент:

Тамонов Л.Г., директор
МБОУ СОШ № 22 г. Южно-Сахалинск



1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: корректное использование математического аппарата и прикладных методов теории вероятностей и математической статистики в последующей профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- 1) усвоить математический аппарат теории вероятностей;
- 2) овладеть основными методами решения задач из курса теории вероятностей и математической статистики;
- 3) овладеть основными методами статистической обработки результатов массовых наблюдений.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Теория вероятностей и математическая статистика является обязательной дисциплиной базовой части блока Б1 ОПОП направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль «Системное программирование и компьютерные технологии» (Б1.Б.20).

Пререквизиты дисциплины: «Математический анализ», «Алгебра и аналитическая геометрия», «Физика»

Постреквизиты дисциплины: «Применение математики для решения экономических и технических задач».

3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОК-3	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	ОК-3.1 Знать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности. ОК-3.2 Уметь использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности. ОК-3.3 Иметь навыки использования основ экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности
ОПК-2	способностью приобретать новые научные	ОПК-2.1

	и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	Знать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии ОПК -2.2 Уметь использовать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии ОПК-2.3 Владеть способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ОПК-4	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-4.1 Знать способы решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры ОПК-4.2 Уметь решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности ОПК-4.3 Владеть способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением

		информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1 Знать, как собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям ПК-1.2 Уметь собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям ПК-1.3 Иметь навыки сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1 Знать основные понятия, теории современного математического аппарата. ПК -2.2 Уметь использовать основные понятия, теории современного математического аппарата. ПК-2.3 Иметь навыки применения современного математического аппарата.
ПК-3	способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей	ПК - 3.1 Обладает способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при

	профессиональной деятельности	необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности ПК - 3.2 Умеет критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности. ПК - 3.3 Имеет практические навыки в критическом переосмыслении накопленного опыта, изменении при необходимости вида и характера своей профессиональной деятельности
ПК-5	способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках	ПК-5.1 Знать способы целенаправленного поиска информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" ПК-5.2 Уметь осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" ПК-5.3 Владеть способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее -

		сеть "Интернет") и в других источниках
--	--	--

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов		
	Всего по уч. плану	В т. ч. по семестрам	
		7	8
Общая трудоемкость	180	108	72
Контактная работа:	26	11	15
Лекции (Лек)	10	4	6
Практические занятия (ПЗ)	14	6	8
Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ТО)	-	-	-
Контактная работа в период промежуточной аттестации (Конт ПА)	2	1	1
Промежуточная аттестация (зачет)	6	3	3
Самостоятельная работа: - выполнение индивидуальных заданий; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - написание реферата; - подготовка к аттестации.	148	94	54
Виды промежуточного контроля (зачет, зачет)		зачет	зачет

4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины / тема	семестр	Виды учебной работы (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			контактная		Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия		
1	Аксиоматика и основные формулы теории вероятностей	7	1	1	19	Практическое самостоятельное задание

2	Одномерные случайные величины	7	1	2	35	Практическое самостоятельное задание
3	Двумерные случайные величины	7	1	2	30	Практическое самостоятельное задание
4	Предельные теоремы	7	1	1	10	Практическое самостоятельное задание
	Зачет (промежуточная аттестация)					Зачет по билетам
5	Статистические оценки	8	2	3	15	Практическое самостоятельное задание
6	Проверка статистических гипотез	8	2	3	25	Практическое самостоятельное задание
7	Элементы корреляционного и регрессионного анализа	8	2	2	14	Практическое самостоятельное задание
	Зачет (итоговая аттестация)					Зачет по билетам

4.3. Содержание разделов дисциплины

4 курс, 7 семестр

1. Аксиоматика и основные формулы теории вероятностей.

Теоретико-множественная трактовка случайного события, аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство случайного эксперимента. Свойства вероятностей. Дискретное вероятностное пространство и классическое определение. Геометрический подход к определению вероятности. Формулы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез и формулы Байеса. Независимые испытания и формула Бернулли. Аксиоматические формулы в схеме Бернулли.

2. Одномерные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Основные дискретные законы: биномиальный, Пуассона, геометрический, гипергеометрический. Начальные и центральные теоретические моменты, математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Функции распределения и ее свойства. Функция плотности распределения, ее свойства и вероятностный смысл. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Нахождение функции распределения по

известной плотности распределения. Основные законы: равномерный, экспоненциальный и нормальный.

3. Двумерные случайные величины. Закон совместного распределения вероятностей, функция совместного распределения и ее свойства. Плотность совместного распределения, ее свойства и вероятностный смысл. Вероятность попадания в область. Нормальный закон на плоскости. Функция распределения и плотность вероятности составляющих двумерной случайной величины. Условные законы распределения составляющих для системы дискретных и для системы непрерывных величин. Условные законы распределения и условное математическое ожидание. Зависимость случайных величин. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Прямые линии среднеквадратической регрессии. Линейная корреляция.

4. Предельные теоремы. Неравенства Маркова и Чебышева. Неравенство Колмогорова, закон больших чисел. Центральная предельная теорема. Следствия и приложения.

4 курс, 8 семестр

5. Статистические оценки. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности, репрезентативность, эмпирическая функция распределения, теорема Гливенко-Кантелли. Основные выборочные характеристики. Статистическая устойчивость основных выборочных характеристик. Асимптотически нормальный характер основных выборочных характеристик. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Точные доверительные интервалы. Оценки для математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения. Асимптотические доверительные интервалы.

6. Проверка статистических гипотез. Задача проверки статистических гипотез. Основные определения. Ошибки первого и второго рода, уровень значимости и мощность критерия. Критерий отношения правдоподобия. Проверка гипотез для одной выборки в предположении о нормальном распределении (при известном σ и при неизвестном σ). Проверка гипотез для двух независимых выборок в предположении о нормальном распределении. Проверка гипотез для двух зависимых выборок (парные наблюдения). Критерий согласия χ^2 -Пирсона и Фишера. Критерий согласия Колмогорова.

7. Элементы корреляционного и регрессионного анализа. Основные положения регрессионного анализа. Парная регрессионная модель.

Интервальная оценка функции регрессии, проверка значимости уравнения регрессии. Нелинейная регрессия. Множественный регрессионный анализ. Выборочная оценка корреляционной матрицы. Доверительные интервалы для коэффициентов и функции регрессии. Оценка взаимосвязи переменных и проверка уравнения регрессии.

Формы контроля: выполнение индивидуальных практических заданий.

4.4. Темы и планы практических занятий

4 курс, 7 семестр

1. Основные формулы теории вероятностей и дискретные случайные величины (2 ч.)
2. Основные законы распределения случайных величин (2 ч.)
3. Связь между случайными величинами, предельные теоремы (2 ч.)

4 курс, 8 семестр

1. Статистическая оценка параметров распределения (2 ч.)
2. Доверительные интервалы и задача проверки статистических гипотез (2 ч.)
3. Основные параметрические критерии для одной и нескольких выборок (2 ч.)
4. Парная и множественная регрессия (2 ч.)

Пример занятия. Занятие 1. Основные формулы теории вероятностей и дискретные случайные величины

1. Докажите следующие свойства вероятности: а) $P(\emptyset) = 0$; б) $\forall A \in S \Rightarrow P(A) \in [0; 1]$; в) $\forall A_1, A_2, \dots, A_n \in S: A_i \cap A_j = \emptyset (i \neq j) \wedge \bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega \Rightarrow \sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$; г) $\forall A, B \in S: A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$.

2. Сколько надо бросить игральных костей, чтобы с вероятностью, меньшей 0,3, можно было ожидать, что ни на одной из выпавших граней не появится шесть очков?

3. Из n экзаменационных билетов студент A подготовил только m ($m < n$). В каком случае вероятность вытащить на экзамене «хороший» для него билет выше: когда он берет наудачу билет первым, или вторым, ..., или -м ($k < n$) по счету из сдающих экзамен?

4. Зависимость завтрашней погоды от погоды сегодняшней выражена следующей таблицей (модельная зависимость). Будем считать, что погода, которая может быть завтра, зависит от сегодняшней погоды и не зависит от погоды, которая была вчера и во все предшествующие дни. Определить:

- а) вероятность дождя послезавтра, если сегодня солнечно;
 б) вероятность того, что вчера был дождь, если позавчера было солнечно, а сегодня облачно.

		Завтра		
		Солнечно	Облачно	Дождь
Сегодня	Солнечно	0,5	0,3	0,2
	Облачно	0,4	0,3	0,3
	Дождь	0,2	0,5	0,3

5. Некоторый эксперимент независимо повторяют 3 раза, ожидая осуществление события A , имеющего постоянную вероятность p . Определите вероятность того, что A наступит ровно 1 раз, 2 раза, 3 раза, ни одного раза. Чему равна сумма этих вероятностей?

6. Пусть в отдельное испытание в задаче 5 может завершиться осуществлением одного из трех событий A, B, C (полная группа несовместных событий, имеющих вероятности p_1, p_2 и p_3 соответственно). Определите вероятность того, что серия из четырех испытаний завершится осуществлением события A — 2 раза, событий B и C — по одному разу.

7. В экзаменационном билете три задачи. Вероятность правильного решения студентом первой задачи равна 0,8, второй – 0,7 и третьей – 0,3. Построить закон распределения для числа правильно решенных задач и найти его математическое ожидание.

8. В офисе проводится собеседование с четырьмя кандидатами на некоторую должность (по очереди). Если подходящий человек найден (принято решение о приеме его на работу), то с оставшимися кандидатами собеседование не проводится. Вероятность того, что кандидат подходит, равна 0,2. Найти распределение числа кандидатов, с которыми беседовали, его математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

9. Устройство состоит из большого числа независимо работающих элементов с одинаковой (очень малой) вероятностью отказа каждого элемента за время t . Найти среднее число отказавших за указанное время элементов, если вероятность того, что за это время что-либо откажет (хотя бы один элемент), равна 0,95.

5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Занимательные вероятностные парадоксы.
2. Предельные теоремы и их доказательство.
3. Многомерные случайные величины.
4. Случайные процессы.
5. Вероятностные модели в задачах практики.

6. Вероятность в теории информации.
7. Логистическая регрессия.
8. Многофакторный дисперсионный анализ.
9. Метод главных компонент в статистике.
10. Факторный анализ.

6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и интерактивные методы обучения.

Интерактивные формы обучения: технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, дискуссия.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательная технология
1	Аксиоматика и основные формулы теории вероятностей	Лекционное занятие (0,5) Практическое занятие (0,5) Самостоятельная работа	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование
2	Одномерные случайные величины	Лекционное занятие (0,5) Практическое занятие (1) Самостоятельная работа	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование
3	Двумерные случайные величины	Лекционное занятие (0,5) Практическое занятие (1) Самостоятельная работа	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование
4	Предельные теоремы	Лекционное занятие (0,5) Практическое занятие (0,5) Самостоятельная работа	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование
5	Статистические оценки	Лекционное занятие (1) Практическое занятие (1,5) Самостоятельная работа	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование
6	Проверка статистических гипотез	Лекционное занятие (1) Практическое занятие (1,5)	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых

		Самостоятельная работа	группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование
7	Элементы корреляционного и регрессионного анализа	Лекционное занятие (1) Практическое занятие (1) Самостоятельная работа	Интерактивное практическое занятие, фронтальная работа, дискуссия, работа в малых группах, индивидуальная работа с обучающимися, консультирование

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине

Индивидуальные практические задания

4 курс, 7 семестр

Задание 1. Основные формулы теории вероятностей и дискретные случайные величины

1. В коробке 5 синих, 4 красных и 3 зеленых карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность того, что: а) все они одного цвета; б) все они разных цветов; в) среди них 2 синих и 1 зеленый карандаш.

2. Двое осуществляют связь по каналу с сильными помехами, используя двоичный код. Первый передает код в виде трех сигналов (трехзначное двоичное число). Второй, получив сигнал, отвечает тем же кодом, который только что принял. Определить вероятность прямой и обратной передачи без ошибок, а также вероятность получения первым в точности того же кода, который он передавал второму, если искажение отдельных сигналов происходит независимо и с вероятностью 0,43.

3. Сколько надо бросить игральных костей, чтобы с вероятностью, меньшей 0,3, можно было ожидать, что ни на одной из выпавших граней не появится шесть очков?

4. Вероятность того, что в партии из 8 изделий имеется хотя бы одно бракованное, составляет 57%. Найти вероятность того, что в партии не более одного бракованного изделия.

5. Вероятность того, что случайно взятая деталь окажется второго сорта, равна $\frac{3}{8}$. Сколько нужно взять деталей, чтобы с вероятностью, равной 0,995, можно было ожидать, что доля деталей второго сорта отклонится от вероятности менее, чем на 0,01?

6. Известны все возможные значения дискретной случайной величины X : $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$. Найти вероятности, соответствующие возможным значениям величины X , если известно, что $M(X) = 0,9$ и $M(X^2) = 1,3$.

7. Прибор комплектуется из двух деталей. Вероятность брака для первой детали – 0,1, а для второй – 0,05. Выбрано 4 прибора. Прибор считается бракованным, если в нем есть хотя бы одна бракованная деталь. Построить закон распределения для числа бракованных приборов среди выбранных 4 приборов.

8. Устройство состоит из большого числа независимо работающих элементов с одинаковой (очень малой) вероятностью отказа каждого элемента за время t . Найти среднее число отказавших за указанное время элементов, если вероятность того, что за это время что-либо откажет (хотя бы один элемент), равна 0,95.

Задание 2. Основные законы распределения случайных величин

1. Брошены 10 игральных костей. Найти дисперсию суммы числа очков, которые могут появиться на всех костях.

2. Студент отвечает на тест, состоящий из 50 вопросов: в каждом требуется указать единственный правильный ответ из трех предложенных. Студент решил отвечать наугад. Каким будет среднее число правильных ответов при такой стратегии? В каком интервале скорее всего (с вероятностью не ниже 99%) окажется число правильных ответов?

3. В лотерее «5 из 50» денежные призы получают участники, угадавшие не менее 3 номеров среди 5 случайно отобранных из 50 (величина выигрыша зависит от числа правильно угаданных номеров). Построить закон распределения случайной величины X — числа угаданных номеров. Найти математическое ожидание и дисперсию X . Какова вероятность выигрыша (денежного приза)?

4. Вероятность поражения цели равна 0,05. Производится стрельба до первого попадания. Необходимо: а) составить закон распределения числа сделанных выстрелов; б) найти математическое ожидание и дисперсию данной величины; в) определить вероятность того, что для поражения цели потребуется не менее 5 выстрелов

5. Пассажир приходит в случайный момент на остановку, где может сесть на автобус или троллейбус (смотря что придет раньше). Автобус ходит с интервалами в 15 минут, троллейбус – 10 минут (независимо один от другого, оба времени распределены по равномерному закону). Найти функцию распределения времени ожидания и его среднее значение.

6. Цена некоторой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года 20% рабочих дней она была ниже 88 у. е., а 75% — выше 90 у. е. Найти: а) математическое ожидание и стандартное отклонение цены ценной бумаги; б) вероятность того, что в день покупки цена будет

заклучена в пределах от 83 до 96 у. е.; в) с надежностью 95% определить максимальное отклонение цены ценной бумаги от среднего значения (прогнозного) по абсолютной величине.

Задание 3. Связь между случайными величинами, предельные теоремы

1. Двумерная случайная величина (X, Y) распределена по закону $f(x, y) = \frac{A}{1+x^2+x^2y^2+y^2}$. Найдите: а) коэффициент A ; б) вероятность попадания в квадрат с центром в начале координат и сторонами, параллельными осям координат и имеющими длину 2; в) выражения для плотностей составляющих (являются ли составляющие зависимыми случайными величинами?).

2. Совместный закон распределения пары (X, Y) задан таблицей.

$X \backslash Y$	0	1	2
-1	1/9	1/6	1/3
1	1/9	1/18	2/9

Найти закон распределения вероятностей случайной величины $X + Y$ и вычислить $\mu_{(2y+x)(y+x)}$. Исследовать вопрос о зависимости случайных величин X и Y .

3. Совместная плотность двумерной случайной величины (X, Y) имеет вид:

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x^2 + xy + y^2) & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найдите: а) постоянную C ; б) плотности одномерных составляющих; в) условные плотности составляющих; г) характеристики $M(X)$, $M(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$; д) r_{xy} .

4. Средний размер вклада в отделении банка равен 6000 руб. Оценить вероятность, что случайно взятый вклад не превысит 10 000 руб.

5. По статистическим данным в среднем 87% новорожденных доживают до 50 лет. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что из 1000 новорожденных доля доживших до 50 лет будет отличаться от вероятности этого события не более чем на 0,04 (по абсолютной величине).

6. В целях контроля из партии в 100 ящиков взяли по одной детали из каждого ящика и измерили длину. Требуется оценить вероятность того, что вычисленная по данным выборки средняя длина детали отличается от средней длины детали во всей партии не более чем на 0,3 мм, если известно, что среднее квадратическое отклонение не превышает 0,8 мм.

Индивидуальные практические задания

Задание 1. Статистическая оценка параметров распределения

1. Считая, что генеральная совокупность распределена непрерывно и равномерно на интервале $(0; 12)$, запишите плотности распределения $f_{x_{\min}}(x)$ и $f_{x_{\max}}(x)$ крайних членов вариационного ряда для выборки объемом $n = 5$.

2. Докажите, что в случае нормального распределения $N(a, \sigma^2)$ выборочная дисперсия (неисправленная) имеет дисперсию $D(\sigma_B^2) = \frac{2\sigma^4(n-1)}{n^2}$.

3. Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m$ — случайные выборки объема n и m из нормально распределенной генеральной совокупности $N(a, \sigma^2)$ с исправленными выборочными дисперсиями s_x^2 и s_y^2 . Докажите, что выборочная характеристика

$$s_{x,y}^2 = \frac{1}{n+m-2} \left((n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2 \right)$$

является несмещенной оценкой теоретической дисперсии σ^2 .

4. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383 см. Определить несмещенную дисперсию ошибок измерения, если: а) номинальная длина протяжки неизвестна; б) номинальная длина протяжки известна и равна 375 см.

5. Найдите методом моментов оценку параметра θ ($\theta > 0$) для геометрического распределения с вероятностью «успеха» $p = \frac{1}{1+\theta}$ и докажите несмещенность найденной оценки.

6. Найдите методом максимального правдоподобия оценку параметра θ ($\theta > 0$) для геометрического распределения с вероятностью «успеха» $p = \frac{1}{1+\theta}$ и докажите несмещенность найденной оценки.

7. Найдите методом моментов оценки параметров θ и μ ($\theta, \mu > 0$) для сдвинутого показательного распределения $f(x; \theta, \mu) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-\mu}{\theta}}, x > \mu$.

Задание 2. Доверительные интервалы и проверка статистических гипотез

1. Постройте асимптотический доверительный интервал для вероятности успеха p в n испытаниях Бернулии, учитывая, что относительная частота $w \xrightarrow{\epsilon} N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ при $n \rightarrow \infty$.

2. Для отрасли, включающей 1200 фирм, составлена случайная выборка из 19 фирм. По выборке оказалось, что в фирме в среднем работают $\bar{x} = 77,5$ человек при среднем квадратическом отклонении $s = 25$ человек. Пользуясь 95%-м доверительным интервалом, оцените среднее число работающих в фирме по всей отрасли и общее число работающих в отрасли.

(Предполагается, что число работников в фирме имеет нормальное распределение.)

3. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания a по выборочному среднему равна $\delta = 0,3$, если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормальной генеральной совокупности.

4. По выборке объема $n = 9$, извлеченной из нормальной генеральной совокупности с известным $\sigma = 4$, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверяется основная гипотеза $H_0: a = a_0 = 15$. Требуется: а) найти мощность критерия для проверки $H_1: a = a_1 = 17$; б) найти объем выборки n_1 , при котором мощность критерия равна 0,8.

5. В таблице представлены сгруппированные данные о расходе сырья на одно изделие для двух различных технологий изготовления.

Показатель	Старая технология			Новая технология			
Расход	304	307	308	303	304	306	308
Число изделий	1	4	4	2	6	4	1

В предположении, что расход сырья как при старой, так и при новой технологии имеет нормальное распределение, выяснить, влияет ли изменение технологии на средний расход сырья на одно изделие. Принять $\alpha = 0,1$.

6. Из 100 выстрелов по цели каждым из двух орудий зарегистрировано соответственно $m_1 = 12$ и $m_2 = 8$ промахов. На уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу $H_0: p_1 = p_2$ о равенстве вероятностей промаха орудий при конкурирующей гипотезе: $H_1: p_1 \neq p_2$.

7. Проведено исследование посещаемости популярного Интернет-сайта. В таблице ниже приведены данные о распределении числа посетителей по часам (наблюдение велось в течение длительного времени).

Число посетителей	Часы	Число посетителей	Часы
0	57	7	139
1	203	8	45
2	383	9	27
3	525	10	10
4	532	11	4
5	408	12	1
6	273	14	1

На уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что посещаемость сайта можно описать распределением Пуассона.

8. За 6 рабочих дней спрос на некоторый товар составлял: 104, 80, 96, 120, 113, 82 кг. На уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить гипотезу о том, что спрос распределен равномерно в интервале (75; 125).

Задание 3. Регрессия и дисперсионный анализ

1. Найдите выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным следующей таблицы:

Y	X					n_y
	20	25	30	35	40	
16	4	6				10
26		8	10			18
36			32	3	9	44
46			4	12	6	22
56				1	5	6
n_x	4	14	46	16	20	$n = 100$

2. Найдите выборочное уравнение квадратичной регрессии по данным следующей таблицы:

Y	X			n_y
	0	4	5	
1	50	5	1	56
35		44		44
50		5	45	50
n_x	50	54	46	$n = 150$

3. Произведено 14 испытаний на различных уровнях фактора, результаты испытаний приведены в таблице.

№ п/п	Уровни фактора				
	1	2	3	4	5
1	7,3	5,4	6,4	7,9	7,1
2	7,6	7,1	8,1	9,5	
3	8,3	7,4		9,6	
4	8,3				
5	8,4				
$\bar{x}_j$	7,98	6,63	7,25	9,0	7,1

Считая выборки извлеченными из нормальных совокупностей с равными дисперсиями, проверьте гипотезу о равенстве групповых средних (на уровне значимости 0,05).

Темы рефератов и докладов

(5-6 семестр, 7-8 семестр для заочной формы обучения)

1. Парадокс дней рождения (визуализация, вероятностный анализ и интерпретация).

2. Парадокс Монти-Холла (визуализация, вероятностный анализ и интерпретация).
3. Парадокс нетранзитивных костей (визуализация, вероятностный анализ и интерпретация).
4. Пример наивного байесовского классификатора (на примере классификации документов или фильтрации СПАМА с подробными вычислениями и комментариями).
5. Игра без среднего выигрыша, Санкт-Петербургский парадокс (визуализация, вероятностный анализ и интерпретация).
6. Ошибки первого и второго рода при статистической обработке данных (с примерами ситуаций, на модельных данных).
7. Проблема оценки ошибки второго рода и планирование эксперимента (пример вычисления требуемого объема выборки).
8. Типичные ошибки в статистических исследованиях (с примерами модельных данных, неправильной и правильной интерпретации данных и результатов).
9. Парадокс Симпсона и его роль в понимании и интерпретации результатов статистики.
10. Историческая справка об ученом на выбор с обязательной привязкой к доказательству важных теорем вероятности или открытию известных законов распределения.

Критерии оценки:

высокий балл (10-15 баллов) выставляется за полное раскрытие темы, при условии хорошо подготовленного выступления с презентацией, грамотного и четкого ответа на вопросы преподавателя и слушателей;

средний балл (5-10 баллов) выставляется при наличии нераскрытых вопросов, отсутствие презентации, неточности при ответе на вопросы преподавателя и слушателей;

низкий балл (<5 баллов) выставляется при наличии явных недочетов в раскрытии основных вопросов темы, отсутствие ответа на вопросы преподавателя и слушателей.

Вопросы к зачету (промежуточная аттестация)

4 курс, 7 семестр

1. Случайные события и классическое определение вероятности.
2. Частотная интерпретация вероятности, статистическое определение.
3. Геометрическая вероятность.
4. Алгебра событий и аксиоматическое определение вероятности.

5. Конечное вероятностное пространство.
6. Теорема сложения и умножения вероятностей для различных типов событий.
7. Формула полной вероятности и формулы Байеса.
8. Независимые испытания. Формула Бернулли.
9. Независимые испытания. Теорема Пуассона.
10. Независимые испытания: локальная и интегральная теоремы Лапласа.
11. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
12. Закон распределения и характеристики дискретной случайной величины.
13. Биномиальное распределение. Математическое ожидание и дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях.
14. Функции распределения и функция плотности непрерывной случайной величины.
15. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
16. Нормальное распределение.
17. Функция одного случайного аргумента. Нахождение закона распределения и характеристик.
18. Двумерная случайная величина, основные понятия.
19. Двумерное распределение. Вероятности попадания в полуполосу и прямоугольник.
20. Плотность совместного распределения, ее свойства и вероятностный смысл. Вероятность попадания в произвольную область.
21. Плотность вероятности составляющих двумерной случайной величины.
22. Условные законы распределения составляющих для системы дискретных и для системы непрерывных величин. Условное математическое ожидание.
23. Корреляционный момент.
24. Коэффициент корреляции.
25. Коррелированность и зависимость случайных величин.
26. Линейная регрессия.
27. Неравенства Маркова и Чебышева.
28. Закон больших чисел.
29. Центральная предельная теорема.
30. Общее представление о случайном процессе. Марковское свойство и марковский процесс.

- 31.Цепи Маркова с конечным числом состояний и дискретным временем.
- 32.Цепи Маркова с непрерывным временем.
- 33.Случайный процесс Бернули.
- 34.Случайный процесс Пуассона.
- 35.Случайная функция. Общие понятия.
- 36.Математическое ожидание случайной функции и его свойства.
- 37.Дисперсия случайной функции и ее свойства.
- 38.Математическая идея метода статистических испытаний.
- 39.Методы разыгрывания случайных величин.

Вопросы к зачету (итоговая аттестация)

4 курс, 8 семестр

1. Генеральная и выборочная совокупности, репрезентативность выборки.
2. Эмпирическая функция распределения, теорема Гливенко-Кантелли.
3. Выборочные характеристики и точечные оценки.
4. Статистическая устойчивость основных выборочных характеристик.
5. Асимптотически нормальный характер основных выборочных характеристик.
6. Эффективность оценок. Неравенство Рао-Фреше-Крамера.
7. Оценки математического ожидания по неравноточным наблюдениям.
8. Бета- и гамма- функции.
9. Распределение χ^2 .
- 10.Распределение Стьюдента.
- 11.Распределение Фишера.
- 12.Гамма-распределение.
- 13.Бетта-распределение.
- 14.Теорема Фишера.
- 15.Построение оценок. Метод моментов.
- 16.Построение оценок. Метод максимального правдоподобия.
- 17.Построение оценок. Метод наименьших квадратов.
- 18.Точные доверительные интервалы.
- 19.Асимптотические доверительные интервалы.
- 20.Проверка статистических гипотез. Основные определения.
- 21.Ошибки первого и второго рода, уровень значимости и мощность критерия.
- 22.Критерий отношения правдоподобия.
- 23.Проверка гипотез для одной выборки в предположении о нормальном распределении (при известном σ и при неизвестном σ).

24. Проверка гипотез для двух независимых выборок в предположении о нормальном распределении.
25. Проверка гипотез для двух зависимых выборок (парные наблюдения).
26. Критерий согласия χ^2 Пирсона и Фишера.
27. Критерий согласия Колмогорова.
28. Критерий U-Манна-Уитни, сравнение независимых выборок.
29. Критерий Вилкоксона, проверка гипотезы об однородности двух выборок.
30. Проверка гипотез о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.
31. Понятие о дисперсионном анализе, задача сравнения нескольких средних.
32. Общая, факторная и остаточная дисперсии.
33. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.
34. Парная регрессионная модель.
35. Интервальная оценка функции регрессии, проверка значимости уравнения регрессии.
36. Нелинейная регрессия.
37. Множественный регрессионный анализ.
38. Выборочная оценка корреляционной матрицы.
39. Доверительные интервалы для коэффициентов и функции регрессии.
40. Оценка взаимосвязи переменных и проверка уравнения регрессии.

Критерии оценки:

высокий балл на зачете (20-30 баллов) выставляется за полный ответ по вопросам билета, а также развернутый и грамотный ответ на вопросы преподавателя, при этом допускаются незначительные недочеты, если обучающийся способен исправить их самостоятельно;

средний балл на зачете (10-20 баллов) выставляется при наличии недочетов в ответе по вопросам билета, если учащийся не может исправить все недочеты самостоятельно;

низкий балл на зачете (<10 баллов) выставляется при наличии явных недочетов и ошибок при ответе по вопросам билета (например, путает понятия или не может правильно сформулировать условие теоремы), которые не может исправить самостоятельно, либо не дал ни одного ответа на вопросы преподавателя.

Каждая дисциплина учебного плана оценивается по 100-балльной системе. Перевод баллов в оценки «зачтено», «не зачтено» осуществляется следующим образом:

52-100 баллов	<i>зачтено</i>
0-51 балл	<i>не зачтено</i>

8. Система оценивания планируемых результатов обучения

Балльная структура оценки

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение занятий	2	5
2	Активная работа на практических занятиях	0	10
3	Индивидуальные практические задания	40	40
4	Реферат	0	15
5	Зачет	10	30
6	Всего	52	100

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература

1. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. — 573 с.
2. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для вузов / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина ; под ред. В. А. Колемаев. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — 5-238-00560-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71075.html>
3. Чудесенко В. Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 192 с.

9.2. Дополнительная литература

1. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Введение в математическую статистику: Учебник. М.: Издательство ЛКИ, 2010. 600 с.

2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. — 12-е изд., перераб. — М.: Высшее образование, 2007. — 479 с.: ил.
3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие. — 11-е изд., перераб. — М.: Высшее образование, 2006. — 404 с.
4. Тарасов, В. Н. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 283 с. — 5-7410-0415-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71890.html>
5. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. П. Рябушко. — Электрон. текстовые данные. — Минск : Вышэйшая школа, 2013. — 336 с. — 978-985-06-2231-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/21743.html>
6. Гусак, А. А. Теория вероятностей. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. — Электрон. текстовые данные. — Минск : ТетраСистемс, 2013. — 287 с. — 978-985-536-385-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28244.html>
7. Фадеева Л. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Л. Н. Фадеева, А. В. Лебедев; под. ред. Л. Н. Фадеевой. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Эксмо, 2010. — 496 с.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учеб. пособие для студ. втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. — 464 с.
9. Баврин И. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / И. И. Баврин. — М.: Высш. шк., 2005. — 160 с.: ил.
10. Орлов А. И. Статистические методы [Электронный ресурс] // Сайт проф. А. И. Орлова «Высокие статистические технологии». URL: <http://orlovs.pp.ru/stat.php>

9.3. Программное обеспечение

1. Microsoft Office Excel
2. Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351)

3. Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880)
4. Статистический пакет PSPP (бесплатное ПО со свободной лицензией)
5. Статистический пакет iNZight (бесплатное ПО со свободной лицензией)

9.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:

1. Математическая база знаний StatSoft (<http://statistica.ru/theory/>)
2. Математическая база знаний Wolfram MathWorld, раздел «Probability and Statistics» (<https://mathworld.wolfram.com>)
3. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам, разделы «Математика/Теория вероятностей» и «Математика/Математическая статистика» (<http://window.edu.ru/catalog/>)
4. Интернет-университет информационных технологий, раздел с курсами по математическим и прикладным дисциплинам (www.intuit.ru)
5. «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03.2018 года
6. Официальный Web-сайт СакГУ. URL: <http://sakhgu.ru>
7. Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования. URL: <http://i-exam.ru/>
8. Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY, URL: <http://elibrary.ru>
9. Сайт университетской библиотеки ONLINE, URL: <http://www.biblioclub.ru/>
10. Сайт электронно-библиотечной системы IPRbooks, URL: <http://www.iprbookshop.ru>

10. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;

- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;

- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;

- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;

- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;

- в форме электронного документа;

- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;

- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки.
2. Доступ к Интернет-ресурсам.
3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием вовремя самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры:

№ 10 от 25 июня 2019 г.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

В рабочую программу дисциплины Б1.Б.20 «Теория вероятностей и математическая статистика» на 2019-2020 учебный год вносятся следующие изменения:

1. В разделах 9.1 – «Основная литература» и 9.2 – «Дополнительная литература» актуализированы списки литературы.
2. В раздел 9.4 – «Программное обеспечение» добавлены:
 1. Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срок пользования с 2019-05-13 по 2021-04-13
 2. «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года

Заведующий кафедрой _____



Н.А. Самсикова