


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Кафедра математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
Рубцова С. Ю.  
«30» \_\_\_\_\_ 2019 г.



**Рабочая программа дисциплины  
Б1.Б.18 «Компьютерная геометрия»**

Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки  
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки  
«Системное программирование и компьютерные технологии»

Квалификация выпускника  
Бакалавр


Форма обучения: заочная

РПД адаптирована для лиц с ограниченными возможностями и инвалидов

г. Южно-Сахалинск  
2019

Рабочая программа дисциплины «Компьютерная геометрия» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Программу составил:

Травкин И. Ю., старший преподаватель кафедры математики  \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 9 от «24» мая 2017 г.

Рабочая программа дисциплины актуализирована и утверждена на заседании кафедры математики, протокол № 10 от 25.06. 2019 г.

Заведующий кафедрой  \_\_\_\_\_ Н.А. Самсикова

Рецензент:

Тамонов Л.Г., директор  
МБОУ СОШ № 22 г. Южно-Сахалинск

 \_\_\_\_\_

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: приобретение знаний и навыков, необходимых для понимания и применения методов компьютерной геометрии, а также продолжения изучения данной области.

Задачи дисциплины:

- 1) познакомиться с основными задачами геометрического моделирования и вычислительной геометрии;
- 2) усвоить принятые подходы к решению задач;
- 3) овладеть реализацией избранных алгоритмов компьютерной геометрии.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Компьютерная геометрия является обязательной дисциплиной базовой части блока Б1 ОПОП направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль «Системное программирование и компьютерные технологии» (Б1.Б.18).

Пререквизиты дисциплины: «Математический анализ», «Алгебра и аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Языки и методы программирования».

Постреквизиты дисциплины: «Компьютерная графика», «Компьютерное моделирование», «Применение математики для решения экономических и технических задач».

## 3. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ОПК-1.1 Знать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции ОПК-1.2 Уметь использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой ОПК-1.3 Владеть способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики
ОПК-2	способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные	ОПК-2.1 Знать новые научные и профессиональные знания, используя современные

	образовательные и информационные технологии	образовательные и информационные технологии ОПК-2.2 Уметь использовать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии ОПК-2.3 Владеть способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ОПК-3	способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3.1 Знать методики разработки алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования ОПК-3.2 Уметь создавать информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; ОПК-3.3 Иметь навык создания информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям
ОПК-4	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-4.1 Знать способы решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры ОПК-4.2

		<p>Уметь решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>ОПК-4.3</p> <p>Владеть способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>ПК-2.1</p> <p>Знать основные понятия, теории современного математического аппарата.</p> <p>ПК -2.2</p> <p>Уметь использовать основные понятия, теории современного математического аппарата.</p> <p>ПК-2.3</p> <p>Иметь навыки применения современного математического аппарата.</p>
ПК-5	способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках	<p>ПК-5.1</p> <p>Знать способы целенаправленного поиска информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"</p> <p>ПК-5.2</p> <p>Уметь осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических</p>



		<p>достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"</p> <p>ПК-5.3</p> <p>Владеть способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках</p>
ПК-7	<p>способностью к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения</p>	<p>ПК-7.1</p> <p>Знать способы алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения</p> <p>ПК-7.2</p> <p>Уметь создавать алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программного обеспечения</p> <p>ПК-7.3</p> <p>Иметь навык создания алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения</p>

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. часов	
	Всего по уч. плану	В т. ч. по семестрам
<b>Общая трудоемкость</b>	72	5
<b>Контактная работа:</b>		
Лабораторные (Лаб)	7	7
	6	6

Контактная работа в период теоретического обучения (Конт ПА)	1	1
<b>Самостоятельная работа:</b> - выполнение отчетов о выполнении лабораторных работ; - самоподготовка (проработка и повторение теоретического материала); - подготовка к итоговой аттестации	62	62

#### 4.2. Распределение видов работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины / тема	семестр	Виды учебной работы (в часах)		Формы текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			контактная	Самостоятельная работа	
			Лабораторные		
1	Преобразования плоскости, устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов	5	2	18	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
2	Плоские сплайны Эрмита, Безье и кубический	5	2	24	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
3	Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости	5	2	20	Проверка отчета о выполнении лабораторных работ
	Зачет (итоговая аттестация)		<b>6</b>	<b>62</b>	Собеседование по вопросам

#### 4.3. Содержание разделов дисциплины

##### 3 курс, 5 семестр

**1. Преобразования плоскости, устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов.** Введение в предмет компьютерной геометрии и обзор основных задач. Знакомство с языком и средой программирования Processing. Основные преобразования системы координат на основе матричных операций. Перспективные искажения с точки зрения проективной геометрии: центральная проекция пространства на плоскость и математическая модель камеры, связь точек проецируемого пространства и плоскости проекции в однородных координатах. Получение матрицы перехода к требуемому базису. Реализация алгоритмов вычисления матрицы перехода и построения изображений с помощью преобразований координат.

**2. Плоские сплайны Эрмита, Безье и кубический.** Задача интерполяции кривой, простейшие примеры. Сплайн Эрмита, математическая модель и реализация. Понятие кривой Безье (Bezier). Рекурсивное определение, свойства, базисные функции, геометрическая интерпретация. Алгоритм де Кастельжо. Математическое описание и построение гладких кривых с помощью кубического сплайна. Трехдиагональная система линейных уравнений и ее решение методом прогонки. Построение кубического сплайна с помощью кривых Безье.

**3. Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости.** Понятие выпуклой оболочки подмножества плоскости и связанные с ней задачи теории и практики. Выпуклые полигоны и эквивалентное определение выпуклой оболочки конечного множества. Наивный алгоритм построения, анализ вычислительной сложности и корректности. Алгоритмы Джарвиса и Грэхема, анализ вычислительной сложности и корректности. Реализация алгоритмов Джарвиса, Грэхема и модифицированного алгоритма Грэхема. Обзор прочих алгоритмов построения выпуклой оболочки.

**Формы контроля:** выполнение отчетов о выполнении лабораторных работ.

## 4.4. Темы и планы лабораторных занятий

### 3 курс, 5 семестр

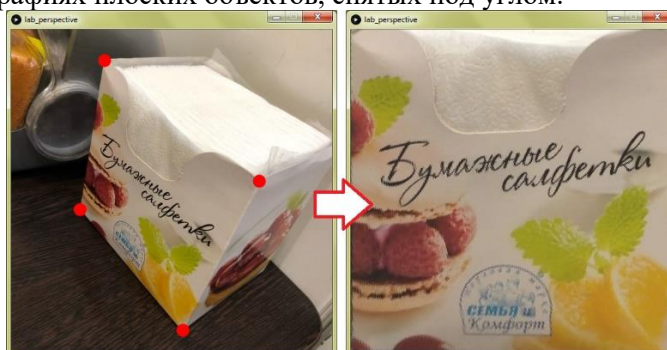
1. Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов (Лаб. 1, 2 ч.)
2. Плоские сплайны Эрмита, Безье и кубический (Лаб. 2, 2 ч.)
3. Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости (Лаб 3, 2 ч.)

**Пример лабораторного занятия.** Лабораторная работа № 1. Устранение линейной перспективы на фотографиях плоских объектов.

Выполните задания и подготовьте отчет, соблюдая следующие требования. Титульная страница должна содержать: ФИО студента, номер группы, номер и название лабораторной работы. Оформление каждого задания должно содержать: номер задания, полный код скетча и изображение (полученный на экране результат). Не используйте в отчете шрифт меньше 12pt. Старайтесь оформлять код как можно аккуратнее: грамотно используйте отступы, выберите шрифт Courier или Consolas. Не помещайте в отчет скриншоты всего экрана (!), «вырезайте» область непосредственного вывода.

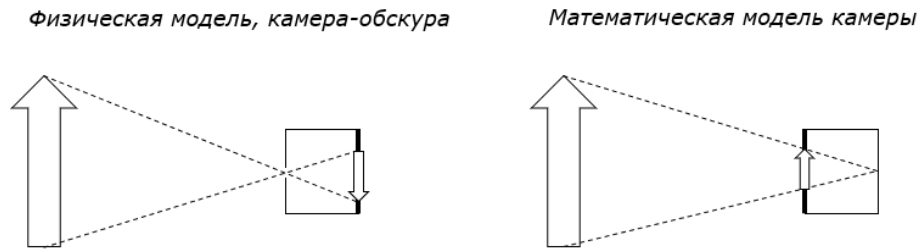
#### Указания к работе

В предыдущей работе мы использовали преобразования плоскости на основе однородных координат, т. е. добавляя к двум координатам плоскости дополнительную третью, всегда равную единице. Этот приём позволяет решать более интересные задачи, например, задачу устранения перспективы на фотографиях плоских объектов, снятых под углом.

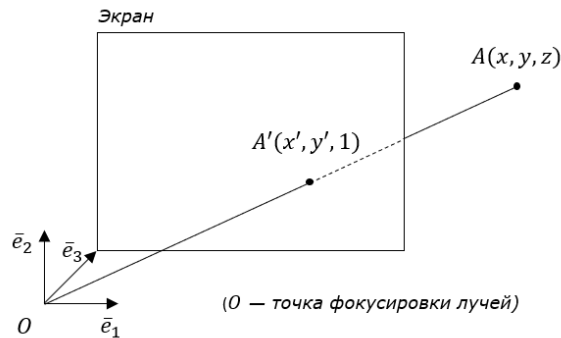




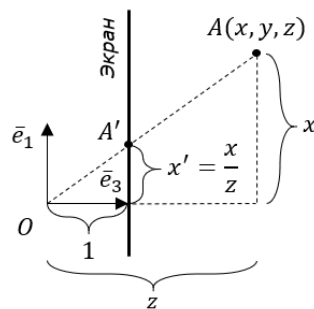
Выходя в третье измерение с помощью дополнительной координаты, мы получаем математическую модель камеры, позволяющей строить проекцию точек пространства на плоскость экрана, т. е. получать плоские изображения пространственных объектов с помощью линейной перспективы. При этом переход к другому базису путём умножения на соответствующую матрицу перехода упрощено можно понимать, как смену ракурса.



Отличие математической модели камеры от физической (камеры-обскуры) заключается в расположении экрана: в физической модели он расположен за точкой фокусировки лучей, а в математической модели — перед точкой фокусировки лучей. Помещая точку фокусировки за экраном, мы упрощаем дальнейшие расчёты без ущерба для конечного построения.

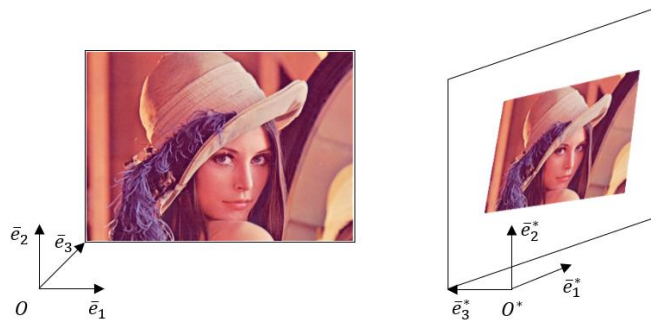


Векторы  $\bar{e}_1$ ,  $\bar{e}_2$  и  $\bar{e}_3$  представляют собой систему координат камеры (базис). В этой системе все точки, лежащие в плоскости экрана, имеют третью координату равной единице. Так точка, пространственное положение которой (относительно базиса  $\bar{e}_1$ ,  $\bar{e}_2$ ,  $\bar{e}_3$ ) определяется тремя координатами  $(x, y, z)$ , на экране проецируется в точку с координатами  $(x', y', 1)$ . Связь между координатами точки и ее проекции выражается просто:  $x' = x/z$ ,  $y' = y/z$ .



Точка  $A(x, y, z)$  переходит в точку  $A' \left( \frac{x}{z}, \frac{y}{z}, 1 \right)$ .

Теперь сформулируем задачу, которой посвящена данная лабораторная работа. Дана фотография плоского изображения, сделанная под углом к его нормали. Требуется устранить возникшее искажение путем перехода к такому базису, в котором плоскость экрана совмещена с плоскостью исходного изображения.

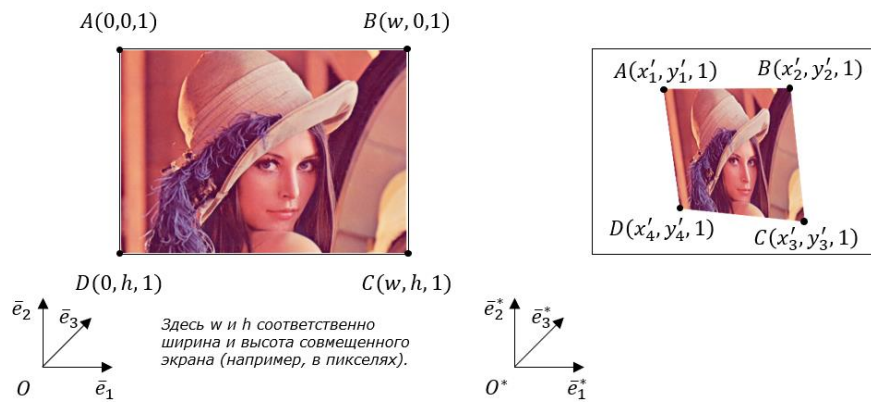


Пусть  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$  — это искомый базис, переход к которому требуется осуществить, а  $\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*$  — базис, в котором даны координаты пикселей на искаженной фотографии. Точка экрана, совмещенного с изображением, имеет в первом базисе координаты  $(x, y, 1)$ , а во втором базисе та же точка будет иметь координаты  $(x^*, y^*, z^*)$ . При этом связь между координатами в различных базисах устанавливается с помощью матрицы перехода:

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Найдя матрицу  $M$ , мы сможем восстановить любую точку совмещенного с изображением экрана, взяв соответствующую ей точку на искажённой фотографии: точке  $(x, y)$  экрана соответствует точка  $(x^*, y^*, z^*)$  в базисе  $\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*$ , т. е. точка  $(x^*/z^*, y^*/z^*)$  на фотографии.

Матрица  $M = M_{3 \times 3}$  состоит из 9 чисел, для нахождения которых необходимо решить систему линейных уравнений. Возьмем четыре опорные точки, т. е. такие точки, для которых известны координаты в обоих базисах (вершины прямоугольной области изображения).



Для каждой из опорных точек имеем:

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} x^* = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}, \\ y^* = m_{21}x + m_{22}y + m_{23}, \\ z^* = m_{31}x + m_{32}y + m_{33}. \end{cases}$$

Учтя, что  $x' = x^*/z^*$  и  $y' = y^*/z^*$  (т.е.  $x^* = x'z^*$  и  $y^* = y'z^*$ ), и выполнив замену с подстановкой, получим:

$$\begin{cases} x'(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}, \\ y'(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}) = m_{21}x + m_{22}y + m_{23}, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} m_{11}x + m_{12}y + m_{13} - m_{31}xx' - m_{32}yx' - m_{33}x' = 0, \\ m_{21}x + m_{22}y + m_{23} - m_{31}xy' - m_{32}yy' - m_{33}y' = 0, \end{cases}$$

где искомыми неизвестными являются  $m_{ij}$ , а остальные значения даны. Подставив координаты точек  $A, B, C$  и  $D$  (см. рисунок выше), получим следующую систему:

$$\begin{cases} m_{13} - m_{33}x'_1 = 0, \\ m_{23} - m_{33}y'_1 = 0, \\ m_{11}w + m_{13} - m_{31}wx'_2 - m_{33}x'_2 = 0, \\ m_{21}w + m_{23} - m_{31}wy'_2 - m_{33}y'_2 = 0, \\ m_{11}w + m_{12}h + m_{13} - m_{31}wx'_3 - m_{32}hx'_3 - m_{33}x'_3 = 0, \\ m_{21}w + m_{22}h + m_{23} - m_{31}wy'_3 - m_{32}hy'_3 - m_{33}y'_3 = 0, \\ m_{12}h + m_{13} - m_{32}hx'_4 - m_{33}x'_4 = 0, \\ m_{22}h + m_{23} - m_{32}hy'_4 - m_{33}y'_4 = 0. \end{cases}$$

Здесь можно заметить, что система из 8 линейных однородных уравнений с 9 неизвестными будет неопределенной, причем любые два ее решения (возможная матрица  $M$ ) отличаются на постоянный множитель. Чтобы найти единственное решение, мы добавим еще одно уравнение:  $m_{11} = 1$ .

С учётом этого уравнения получим окончательную систему для нахождения неизвестных  $m_{ij}$  (в матричной записи):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -y'_1 \\ w & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -wx'_2 & 0 & -x'_2 \\ 0 & 0 & 0 & w & 0 & 1 & -wy'_2 & 0 & -y'_2 \\ w & h & 1 & 0 & 0 & 0 & -wx'_3 & -hx'_3 & -x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & w & h & 1 & -wy'_3 & -hy'_3 & -y'_3 \\ 0 & h & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -hx'_4 & -x'_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h & 1 & 0 & -hy'_4 & -y'_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

**В отчете приведите лишь конечный код (после выполнения всех заданий) и три скриншота, иллюстрирующие результат работы финального скетча.**

**Задание 1.** Внимательно изучите приведенный ниже код, который мы будем использовать в качестве шаблона для разработки.

```

PImage img;
PVector[] cpoints;
int selectedPoint;
boolean enableMapping;
float[][] matrix;

void setup() {
    size(500, 500);
    initControlPoints();
    img = loadImage("picture.jpg");
    enableMapping = false;
}

void draw() {
    if(!enableMapping) {
        image(img, 0, 0);
        drawControlPoints();
    } else {
        drawMappedPicture();
    }
}

```

```

void initControlPoints() {
    PVector[] newpoints = {
        new PVector(0, 0),
        new PVector(width, 0),
        new PVector(0, height),
        new PVector(width, height)
    };
    cpoints = newpoints;
}

void drawControlPoints() {
    stroke(255, 0, 0);
    strokeWeight(20);
    for(int i = 0; i < cpoints.length; i++) {
        point(cpoints[i].x, cpoints[i].y);
    }
}

// Построение преобразованного изображения

void drawMappedPicture() {
    noLoop();
    findMatrix();
    background(255);
    strokeWeight(1);
    for(int x = 0; x < width; x++) {
        for(int y = 0; y < height; y++) {
            color c = img.get(mx(x, y), my(x, y));
            stroke(c);
            point(x, y);
        }
    }
}

int mx(int x, int y) {
    // ВАШ КОД ТУТ
    return x;
}

int my(int x, int y) {
    // ВАШ КОД ТУТ
    return y;
}

void findMatrix() {
    // ВАШ КОД ТУТ
    float[][] newMatrix = {{1, 0, 0}, {0, 1, 0}, {0, 0, 1}};
    matrix = newMatrix;
}

// Обработка событий

void mousePressed() {

```

```

if(enableMapping) return;
selectedPoint = -1;
for(int i = 0; i < cpoints.length; i++) {
    if(dist(cpoints[i].x, cpoints[i].y, mouseX, mouseY) <= 10)
        selectedPoint = i;
}
}

void mouseDragged() {
    if(enableMapping) return;
    if(selectedPoint != -1) {
        cpoints[selectedPoint].x = mouseX;
        cpoints[selectedPoint].y = mouseY;
    }
}

void keyPressed() {
    if(key == 'm') enableMapping = !enableMapping;
    loop();
}

```

**Задание 2.** Измените код функций `mx()` и `my()` так, чтобы они реализовывали требуемую функциональность: преобразование координат точек совмещенного экрана  $(x, y)$  в соответствующие им координаты на искаженной фотографии  $(x', y')$ .

**Задание 3.** Измените код функции `findMatrix()` так, чтобы она выполняла нахождение матрицы  $M$  путем решения системы уравнений, рассмотренной в указаниях к работе.

Отчет о выполнении лабораторной работы принимается только после ее «защиты», состоящей из устного ответа на несколько вопросов, гарантирующих понимание как теоретической части (выкладки в указаниях к выполнению работ), так и практической реализации (признак самостоятельного выполнения).

## 5. Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Пересечение отрезков
2. Триангуляция многоугольников
3. Локализация точки
4. Триангуляция Делоне
5. Планирование движения робота
6. Геометрические структуры данных

## 6. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины используются как классические формы и методы обучения (лабораторная работа), так и интерактивные методы обучения.

**Интерактивные формы обучения:** технология проблемного обучения, технология учебного исследования, работа в малых группах, дискуссия.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательная технология
-------	----------------------	----------------------	----------------------------

1.	Преобразования плоскости, устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов	Лабораторные работы (1) Самостоятельная работа	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
2.	Плоские сплайны Эрмита, Безье и кубический	Лабораторные работы (1) Самостоятельная работа	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.
3.	Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости	Лабораторные работы (1) Самостоятельная работа	Мозговой штурм, дискуссия, работа в малых группах, взаимное оценивание. Самостоятельное выполнение отчета, подготовка к защите отчета, работа с основной и дополнительной литературой.

## 7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации по дисциплине

### Примерный вариант промежуточный теста

1. Осуществляется следующая последовательность преобразований координатной сетки: параллельный перенос на вектор  $(15; 20)$ ; растяжение вдвое по обеим осям; поворот на  $90^\circ$  по часовой стрелке. Укажите матрицу перехода, соответствующую данному последовательности преобразований (в однородных координатах).

2. На плоскости даны 7 точек, строится кубический сплайн (в параметрической форме). Какой будет размерность у расширенной матрицы системы для нахождения вторых производных  $\bar{s}_i''$ ?

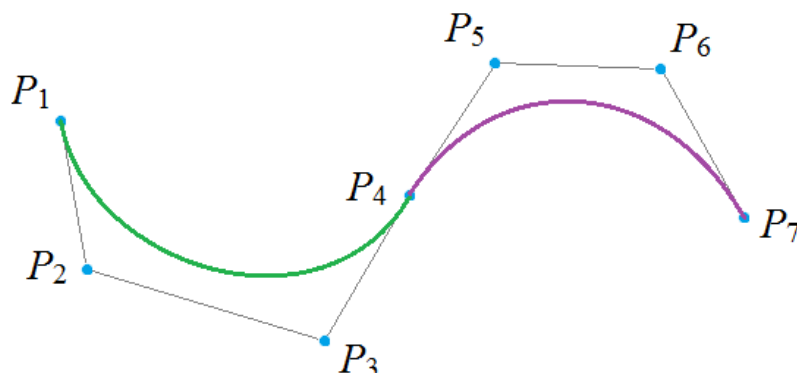
3. Строится кубический сплайн Эрмита по следующим данным:  $P_1(10; 15)$ ,  $P_2(40; 15)$ ,  $\bar{v}_1(20; 15)$ ,  $\bar{v}_2(-20; 15)$ . Вычислите координаты точки кривой при значении параметра  $t = 0,5$ .

4. Укажите выражение полиномиального коэффициента, стоящего при  $P_3$  в развернутой формуле кривой Безье 5-го порядка.



5. Выберите условие, гарантирующее гладкий «стык» показанных ниже кривых Безье:

- а)  $\overline{P_3P_4} = \overline{P_4P_5}$ ;
- б)  $\overline{P_3P_4} = -\overline{P_4P_5}$ ;
- в)  $\overline{P_3P_4} = k\overline{P_4P_5}$ ;
- г)  $\overline{P_3P_4} \neq \overline{P_4P_5}$ .



### Вопросы для собеседования при защите отчетов о выполнении лабораторных работ

#### Вопросы к лаб. 1. Устранение перспективных искажений на фотографиях плоских объектов:

Постановка задачи и математическая модель камеры.

Система уравнений для элементов матрицы перехода к требуемому базису.

Геометрическая интерпретация дополнительного условия системы уравнений ( $m_{11} = 1$ ).

Преобразование координат точек изображения.

#### Вопросы к лаб. 2. Сплайны Эрмита и Безье (Лаб. 4-5, 4 ч.):

Определение кубических кривых Эрмита и Безье, замена кривой Эрмита кривой Безье.

Рекурсивное определение и интерпретация кривой Безье n-го порядка.

Геометрические свойства кривых Эрмита и Безье.

Простые алгоритмы построения кривых Эрмита и Безье.

Адаптивные (рекурсивные) алгоритмы построения кривых Безье.

Идея кубической интерполяции, система условий для определения коэффициентов полиномов.

Вывод формул коэффициентов полиномов.

Решение системы уравнений для вторых производных методом прогонки.

Вычисление координат опорных точек для кривых Безье.

Анализ вычислительной сложности алгоритмов.

### **Вопросы к лаб. 3. Выпуклая оболочка дискретного множества точек плоскости:**

- Эквивалентные определения выпуклой оболочки системы точек на плоскости.
- Используемые геометрические предикаты.
- Наивный алгоритм построения выпуклой оболочки и его сложность.
- Другие неэффективные алгоритмы.
- Алгоритм Джарвиса, его сложность и производные от него алгоритмы.

### **Вопросы к зачету**

*3 курс, 5 семестр*

1. Аффинные преобразования в однородных координатах.
2. Преобразования системы координат (плоскости) с использованием стека матриц перехода.
3. Математическая модель камеры в трехмерном пространстве.
4. Сплайн Эрмита, математическая модель и алгоритм.
5. Сплайн Эрмита, базисные функции.
6. Кривая Безье, основные понятия.
7. Кривая Безье  $n$ -го порядка, рекурсивное определение.
8. Свойства кривых Безье.
9. Кривая Безье, базисные функции, связь со сплайном Эрмита.
10. Алгоритмы построения кривых Безье.
11. Построение гладких путей Безье.
12. Кубический сплайн в явной форме.
13. Кубический сплайн в параметрической форме.
14. Решение трехдиагональной системы методом прогонки, вычислительная сложность алгоритма.
15. Основные задачи вычислительной геометрии.
16. Определение положения точки относительно направленного ребра, проверка на коллинеарность, проверка на нахождение внутри выпуклого многоугольника.
17. Понятие выпуклой оболочки, эквивалентные определения.
18. Наивные алгоритмы построения выпуклой оболочки: перебор граничных вершин и ребер.
19. Оценка вычислительной сложности наивных алгоритмов построения выпуклой оболочки.
20. Алгоритм Джарвиса, общая идея и реализация.
21. Алгоритм Джарвиса, анализ вычислительной сложности.
22. Алгоритма Грэма, общая идея и реализация.
23. Алгоритма Грэма, анализ вычислительной сложности.
24. Алгоритм Форчуна. Математическая идея и вычислительная сложность.
25. Алгоритм Форчуна. Геометрические структуры данных.

### **Критерии оценки:**

высокий балл на зачете (20-30 баллов) выставляется при условии наличия отчетов по всем лабораторным работам, если обучающийся дает полный ответ по выбранному наугад вопросу, а также развернутый и грамотный ответ на вопросы преподавателя, при

этом допускаются незначительные недочеты, если обучающийся способен исправить их самостоятельно;

средний балл на зачете (10-20 баллов) выставляется при условии отсутствия не более одного отчета о выполнении лабораторных работ, и если обучающийся допускает ошибки в ответе по выбранному наугад вопросу (не может исправить их самостоятельно);

низкий балл на зачете (<10 баллов) выставляется при отсутствии более одного отчета о выполнении лабораторных работ или наличии явных недочетов и ошибок при ответе по выбранному наугад вопросу, которые не может исправить самостоятельно, либо не дал ни одного ответа на вопросы преподавателя.

Каждая дисциплина учебного плана оценивается по 100-балльной системе. Перевод баллов в оценки «зачтено», «не зачтено» осуществляется следующим образом:

52-100 баллов	<i>зачтено</i>
0-51 балл	<i>не зачтено</i>

## 8. Система оценивания планируемых результатов обучения

**Оценка «зачтено»** выставляется

- студенту глубоко и прочно усвоившему программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагающему, в ответе которого увязывается теория с практикой, он показывает знакомство с литературой, правильно обосновывает и использует рациональные и современные средства решения поставленной задачи.
- студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении поставленной задачи.
- студенту, который знает только основной программный материал, но не усвоил особенностей, допускает в ответе неточности, некорректно формулирует основные законы и правила, затрудняется в выполнении практических задач.

**Оценка «не зачтено»** выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические задания.

### Балльная структура оценки

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение занятий	10	10
2	Активное участие в интерактивных формах	7	10
3	Выполнение и защита отчетов о выполнении лабораторных работ	25	30
4	Зачет	10	30
5	Всего	52	100

## **9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **9.1. Основная литература**

1. Привалов А.А. Элементы программирования при решении математических задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Привалов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2014. — 92 с. — 978-5-4263-0186-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70030.html>
2. Дружинин А.И. Алгоритмы компьютерной графики. Часть 3: учебное пособие / Дружинин А.И., Дружинина Т.А. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2009. — 48 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/44895>. — ЭБС «IPRbooks»
3. Компьютерная геометрия [Электронный ресурс] : практикум / А.О. Иванов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — 489 с. — 978-5-9556-0117-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62814.html>

### **9.2. Дополнительная литература**

1. Компьютерная геометрия / Н. Н. Голованов, Д. П. Ильютко, Г. В. Носовский, А. Т. Фоменко — М.: Издательский центр «Академия», 2006. — 512 с.
2. Дегтярев В. М. Компьютерная геометрия и графика / В. М. Дегтярев. — М.: Издательский центр «Академия», 2010. — 192 с.
3. Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Е.А. Никулин. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 560 с.: ил.
4. Препарата Ф. Вычислительная геометрия: Введение / Ф. Препарата, М. Шеймос. — М.: Мир, 1989. — 478 с.
5. Берг М. Вычислительная геометрия. Алгоритмы и приложения / М. Берг, О. Чеонг, М. Кревельд, М. Овермарс. — М.: «ДМК Пресс», 2016. — 438 с.

### **9.3. Программное обеспечение**

1. Microsoft Office 2010 Russian Academic OPEN, (бессрочная) (лицензия 61031351)
2. Microsoft Windows Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN, (бессрочная), (лицензия 60939880)
3. Интегрированная среда разработки на языке Processing (бесплатное ПО со свободной лицензией)
4. Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срок пользования с 2019-05-13 по 2021-04-13
5. «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года

### **9.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий:**

1. Математическая база знаний Wolfram MathWorld, раздел «Geometry > Computational Geometry» (<https://mathworld.wolfram.com>)
2. База знаний «AlgoList – алгоритмы, методы, исходники», раздел «Вычислительная геометрия» ( <http://algotlist.manual.ru/math/geom/>)

3. Интернет-университет информационных технологий, раздел с курсами по математическим и прикладным дисциплинам ([www.intuit.ru](http://www.intuit.ru))
4. «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03.2018 года
5. Официальный Web-сайт СахГУ. URL: <http://sakhgu.ru>
6. Система независимого компьютерного тестирования в сфере образования. URL: <http://i-exam.ru/>
7. Сайт научной электронной библиотеки eLIBRARY, URL: <http://elibrary.ru>
8. Сайт университетской библиотеки ONLINE, URL: <http://www.biblioclub.ru/>
9. Сайт электронно-библиотечной системы IPRbooks, URL: <http://www.iprbookshop.ru>

## **10. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Учебные и учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

Для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

Для слепых и слабовидящих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## **11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Учебники и учебные пособия, имеющиеся в фондах библиотеки.
2. Доступ к Интернет-ресурсам.
3. Электронные и Интернет-учебники.

Материально-техническое обеспечение включает в себя специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

Использование электронных учебников в процессе обучения должно обеспечиваться наличием вовремя самостоятельной подготовки рабочего места для каждого обучающегося в компьютерном классе, имеющего выход в Интернет, в соответствии с объемом изучаемой дисциплины.



УТВЕРЖДЕНО


Протокол заседания кафедры математики

№ 10 от 25 июня 2019 г.

### ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

В рабочую программу дисциплины Б1.Б.18 «Компьютерная геометрия» на 2019-2020 учебный год вносятся следующие изменения:

1. В разделах 9.1 – «Основная литература» и 9.2 – «Дополнительная литература» актуализированы списки литературы.
2. В раздел 9.4 – «Программное обеспечение» добавлены:
  1. Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Расширенный Russian Edition. 1000-1499 Node 2 year Educational Renewal License (лицензия 2022-190513-020932-503-526), срок пользования с 2019-05-13 по 2021-04-13
  2. «Антиплагиат. ВУЗ». Лицензионный договор №194 от 22.03. 2018 года

И. о. заведующего кафедрой \_\_\_\_\_  Г. М. Чуванова