

## **Аннотация рабочей программы дисциплины Б1.Б.5 «Математический анализ»**

**Направления подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»  
Профиль подготовки: "Системное программирование и компьютерные технологии"**

### **I. Цель и задачи курса**

Базовый уровень – знания по математике, полученные в курсе средней общеобразовательной школы.

Готовность выпускника к профессиональной деятельности является основной целью образовательной программы, в данном случае программы математического анализа. Для математика и системного программиста математический анализ является основным аппаратом, позволяющим изучать различные явления природы и общества путем построения математических моделей. В программе основное внимание уделяется изучению одномерных процессов, т. е. аппаратом для их исследования является теория функции одной действительной переменной. В результате изучения курса математического анализа выпускник должен владеть техникой дифференцирования и интегрирования, понимать сущность основных понятий, таких как функция одной и нескольких переменных, предел, непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость функции. В программе прослеживается роль математического анализа, как средства обоснования многих конструкций и методов, применяемых в школе. Кроме того, владение основным курсом математического анализа позволит студентам успешно изучать специальные курсы, такие как функциональный анализ, комплексный анализ, дифференциальные уравнения.

### **II. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата**

Дисциплина «Математический анализ» является базовой дисциплиной блока Б1 направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «системное программирование и компьютерные технологии».

Для успешного освоения дисциплины студенты должны владеть знаниями и умениями по курсу алгебры, геометрии и физики. Дисциплина является предшествующей для изучения дисциплин «функциональный анализ», «комплексный анализ», «дифференциальные уравнения». Понятия математического анализа и методы вычисления величин используются при изучении дисциплины «физика», «теория вероятностей и математическая статистика», «уравнения математической физики».

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 и 4-м семестрах. Всего ЗЕТ – 14, часов – 504, в том числе лекции – 110 часов, практические занятия – 148 часов, самостоятельная работа студента – 147 часов. Вид промежуточной аттестации – зачет (1 семестр), экзамен (2, 3, 4 семестрах – 99 часов).

### **III. Требования к уровню освоения курса**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВПО по данному направлению:

#### **а) общепрофессиональных (ОПК):**

- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теории, связанные с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК-2);
- способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-

технологических технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-4);

**б) профессиональных (ПК):**

- способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным проблемам (ПК-1);
- способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2);
- способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников (ПК-5);
- способность к организации педагогической деятельности в конкретной предметной деятельности (ПК-11);
- способность к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом предметной области в образовательных организациях (ПК-12);
- способность применять существующие и разрабатывать новые методы и средства обучения (ПК-13).

В результате изучения дисциплины бакалавр должен:

**знать:**

определение функции, предела, непрерывности, дифференцируемости функции, производной и частных производных, определенного интеграла, сходимости числовых и функциональных рядов.

**уметь:**

строить графики функции, вычислять пределы, производные, интегралы, вычислять площади плоских фигур и поверхностей, объемов тел и длин дуг, находить радиус и круг сходимости в действительной и комплексной области.

**владеть:**

Навыками вычисления различных величин, построения кривых, тел

#### **IV. Краткое содержание курса**

##### **1. Действительные числа.**

Множество действительных чисел. Изображение действительных чисел на числовой прямой. Модуль действительного числа. Ограниченные и неограниченные множества. Промежутки в  $\mathbb{R}$ .

##### **2. Функции.**

Функции и их общие свойства. Композиция функций. Обратимая и обратная функция. График функции. Арифметические действия над функциями и графиками. Числовые последовательности. Подпоследовательности.

##### **3. Предел.**

Понятие предела последовательности и предела функции. Единственность предела. Свойства функций, имеющих конечный предел. Предел суммы произведения, частного. Предельный переход в неравенствах. Предел композиции, обратной функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно большие функции. Первый замечательный предел и следствия из него.

Свойства последовательности (монотонность, ограниченность). Принцип вложенных отрезков. Предел монотонной последовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Число « $e$ » и связанные с ним пределы.

##### **4. Непрерывность функции.**

Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы произведения, частного. Непрерывность композиции, обратной функции. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

#### **5. Элементарные функции.**

Степенная функция с натуральным целым, рациональным показателем. Показательная функция, ее свойства. Логарифмическая функция, ее свойства. Степенная функция с действительным показателем. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

#### **6. Производная и дифференциал.**

Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость суммы, произведения, частного. Производная композиции, обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные основных элементарных функций.

Параметрически заданные функции и их дифференцирование.

#### **7. Основные формулы дифференциального исчисления и их приложения.**

Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило, Лопиталю. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции в точке и на промежутке. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклые функции, точки перегиба. Асимптоты. Применение дифференциального исчисления к построению графиков.

#### **8. Функции нескольких переменных.**

Отображение  $R^n \rightarrow R$ . Область определения, график, линии и поверхности уровня.

#### **9. Дифференцируемость функции нескольких переменных.**

Дифференцируемость и дифференциал. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала. Дифференцирование композиции. Инвариантность формулы первого дифференциала. Производная по направлению, градиент. Теорема о существовании и дифференцировании неявных функций.

#### **10. Частные производные и дифференциалы высших порядков.**

Частные производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных частных производных. Формула Тейлора для функции двух переменных.

#### **11. Экстремум функции нескольких переменных.**

Определение максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы.

#### **12. Неопределенный интеграл.**

Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования.

#### **13. Определенный интеграл.**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние интегральные суммы. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной.

#### **14. Геометрические приложения определенного интеграла.**

Квадрируемые фигуры. Вычисление площадей квадрируемых фигур. Кубируемые тела. Объем тел с заданным поперечным сечением. Принцип Кавальери. Объем тела вращения. Спряжляемые кривые. Вычисление дуги плоской кривой.

#### **15. Приложения определенного интеграла в физике.**

Вычисление статистических моментов, координат центра тяжести, моментов инерции плоской кривой и плоской фигуры.

**16. Несобственные интегралы**

Понятие несобственного интеграла. Несобственные интегралы от положительных функций. Абсолютная сходимость.

**17. Двойные и тройные интегралы.**

Понятие двойного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла. Замена переменного в двойном интеграле. Кубируемые тела и их объемы. Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

**18. Некоторые применения кратных интегралов.**

Вычисление объемов, площадей поверхностей. Физические приложения кратных интегралов.

**19. Криволинейные интегралы.**

Задача о работе плоского силового поля. Криволинейный интеграл и его основные свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина. Условие независимости интеграла от пути интегрирования

**20. Числовые ряды.**

Основные понятия. Действия над сходящимися рядами. Остаток ряда. Геометрический и гармонический ряд. Сходимость рядов с положительными членами. Теоремы сравнения. Признаки сходимости. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана.

**21. Функциональные последовательности и ряды.**

Функциональная последовательность и ряд. Область сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак сходимости (равномерной). Признак Вейерштрасса. Теоремы о равномерно сходящихся последовательностях и рядах непрерывных функций.

**22. Степенные ряды.**

Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

**23. Разложение функции в ряд.**

Задача разложения функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора функции  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$ ,  $\ln(1+x)$ . Биномиальный ряд и частные случаи. Приближенное вычисление значений функции и определенных интегралов с помощью рядов.

**24. Степенные ряды в комплексной области.**

Сходящиеся последовательности и ряды комплексных чисел. Абсолютная сходимость. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости. Показательная функция комплексной переменной. Формулы Эйлера. Показательная запись комплексного числа. Связь между тригонометрическими и гиперболическими функциями комплексной переменной.

**25. Ряды Фурье.**

Тригонометрические ряды Фурье. Разложение функции в ряд Фурье.