

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Л. В. Ким, Л. В. Яковлева

## **СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

*Учебно-методическое пособие*

Южно-Сахалинск  
Издательство СахГУ  
2013

УДК 311:336(075)  
ББК 65.051я73  
К40

Печатается по решению учебно-методического совета  
Сахалинского государственного университета, 2012 г.

**Рецензенты:** *Третьяков М. М.*, д. э. н., профессор, зав. кафедрой маркетинга и  
коммерции Тихоокеанского государственного университета;

*Лосев В. С.*, д. э. н., профессор, зав. кафедрой экономической кибернетики Тихо-  
океанского государственного университета

**Ким, Л. В.**

**Социально-экономическая статистика** : учебно-методическое пособие / Л. В. Ким,  
К40 Л. В. Яковлева. – Южно-Сахалинск : изд-во СахГУ, 2013. – 236 с.  
ISBN 978-5-88811-429-2

В пособии последовательно рассмотрены общие вопросы теории статистики, вопросы  
статистической методологии, статистики предприятия (факторов и результатов деятельно-  
сти в сфере производства).

Пособие содержит курс лекций, краткие методические указания по расчету экономи-  
ческих показателей, характеризующих основные сегменты рынка, примеры решений типо-  
вых задач, задачи для самостоятельной работы, а также тестовые задания. Позволяет выра-  
ботать практические навыки обработки статистической информации. Пособие составлено в  
соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта высшего про-  
фессионального образования.

Для студентов и преподавателей экономических специальностей и направлений, аспи-  
рантов, а также специалистов статистических органов.

УДК 311:336(075)  
ББК 65.051я73

Учебное издание

Любовь Васильевна КИМ, Людмила Васильевна ЯКОВЛЕВА

## **СТАТИСТИКА ФИНАНСОВ**

*Учебно-методическое пособие*

Корректор В. А. Яковлева  
Верстка Е. Ю. Иосько

Подписано в печать 15.01.2013. Бумага «Mondi». Гарнитура «Times New Roman».  
Формат 60х81<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Тираж 500 экз. (1-й завод 1–100 экз.). Объем 13 усл. п. л.  
Заказ № 1175-11.

Издательство Сахалинского государственного университета  
693008, Южно-Сахалинск, ул. Ленина, 290, каб. 32.  
Тел. (4242) 45-23-16, тел./факс (4242) 45-23-17.  
E-mail: polygraph@sakhgu.sakhalin.ru, izdatelstvo@sakhgu.ru

ISBN 978-5-88811-429-2

© Ким Л. В., 2013  
© Яковлева Л. В., 2013  
© Сахалинский государственный  
университет, 2013

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                        |                |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>                                                                  | <b>4</b>       |
| <br><b>РАЗДЕЛ I. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ</b>                                           |                |
| Тема 1: «Статистическое наблюдение» .....                                              | 5              |
| Тема 2: «Статистическая сводка и группировка» .....                                    | 9              |
| Тема 3: «Абсолютные и относительные показатели» .....                                  | 31             |
| Тема 4: «Средние величины, показатели вариации и анализ частотных распределений» ..... | 50             |
| Тема 5: «Выборочное наблюдение» .....                                                  | 61             |
| Тема 6: «Изучение взаимосвязей статистических показателей» .....                       | 80             |
| Тема 7: «Статистическое изучение динамики социально-экономических явлений» .....       | 90             |
| <br><b>РАЗДЕЛ II. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b>                               |                |
| Тема 8: «Статистика населения, занятости и безработицы» .....                          | 128            |
| Тема 9: «Статистика перевозок грузов и пассажиров» .....                               | 158            |
| 9.1. Объемные и качественные показатели по грузовым перевозкам .....                   | 158            |
| 9.2. Объемные и качественные показатели по пассажирским перевозкам .....               | 168            |
| Тема 10: «Статистика рынка труда» .....                                                | 212            |
| Тема 11: «Уровень жизни как объект статистического наблюдения» .....                   | 221            |
| <br><b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>                                                     | <br><b>235</b> |

# ВВЕДЕНИЕ

В современном обществе важную роль в механизме управления экономикой выполняет статистика. Она осуществляет сбор, научную обработку, обобщение и анализ информации, характеризующей развитие экономики страны, культуры и уровня жизни населения. В результате предоставляется возможность выявления взаимосвязей в экономике, изучения динамики ее развития, проведения международных сопоставлений и в конечном итоге принятия эффективных управленческих решений на государственном и региональном уровнях.

Поэтому в системе образования особое место отводится изучению статистики – базовой начальной дисциплины, формирующей профессиональный уровень современного экономиста.

Предлагаемое учебно-методическое пособие по своему содержанию соответствует требованиям действующего Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по подготовке специалистов с высшим образованием по специальностям: «Финансы и кредит», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Статистика».

Статистика преподается студентам всех форм обучения (дневное, вечернее, заочное, дистанционное обучение). В определенной степени эта дисциплина основывается на теории вероятностей и математической статистике, преподавание которых в большинстве вузов нашей страны ведется обособленно от дисциплины «Статистика».

Преподавание статистики опирается на знания, полученные студентами в результате освоения курсов «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Экономика организаций».

Цель учебно-методического пособия – помочь студентам в усвоении курса «Статистика», статистических методов, приобретении навыков обобщения результатов статистических исследований, разработке и принятии на их основе обоснованных решений.

Учебно-методическое пособие содержит два раздела.

В первом разделе «Общая теория статистики» освещены вопросы статистического наблюдения, статистической методологии, методов статистического исследования социально-экономических явлений.

Во втором разделе «Социально-экономическая статистика» рассмотрены вопросы статистики населения, занятости, безработицы, рынка труда, уровня жизни.

Каждый из разделов включает отдельные темы-лекции, методические указания, примеры решения типовых задач и задачи, предназначенные для решения в ходе проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов, а также тестовые задания.

Предложенные задачи, тесты взаимосвязаны. Их решение, с одной стороны, требует непрерывной работы студентов над курсом, строгого последовательного изучения его тем, а, с другой стороны, при выполнении этих условий гарантирует качественное освоение дисциплины на уровне современных требований.

При подготовке учебно-методического пособия использовались нормативные документы, собственные материалы авторов, ресурсы Интернета, в том числе данные официальных сайтов Минфина и Центрального банка России.

# РАЗДЕЛ I. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

## *Тема 1: «Статистическое наблюдение»*

**Статистическое наблюдение** представляет собой массовый, планомерный, научно организованный и, как правило, систематический сбор данных о явлениях и процессах общественной жизни путем регистрации заранее намеченных существенных признаков с целью получения в дальнейшем обобщающих характеристик этих явлений и процессов.

Статистическое наблюдение может проводиться органами государственной статистики, научно-исследовательскими институтами, экономическими службами банков, бирж, фирм.

*Цель наблюдения* – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов.

*Объектом* статистического наблюдения называется та совокупность, о которой должны быть собраны нужные сведения.

*Единицей наблюдения* называют тот составной элемент объекта наблюдения, который является носителем признаков, подлежащих регистрации. Единицу наблюдения не следует путать с отчетной единицей – субъектом, от которого поступают данные о единице наблюдения. Но единица наблюдения и отчетная единица могут совпадать.

### **Этапы статистического наблюдения:**

- *Подготовка наблюдения* – определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации; разработка документов для сбора данных; выбор отчетной единицы и единицы, относительно которой будет проводиться наблюдение; определение методов и средств получения данных. Также на данном этапе решаются проблемы организационного характера: подобрать и подготовить кадры для проведения наблюдения, составить план работ, провести тиражирование документов для сбора данных.

*Проведение массового сбора данных* включает работы, связанные непосредственно с заполнением статистических формуляров.

- Собранные данные на этапе их *подготовки в автоматизированной обработке* подвергаются арифметическому и логическому контролю.

- *Разработка предложений по совершенствованию статистического наблюдения* – заключительный этап, на котором анализируются причины, приведшие к неверному заполнению статистических бланков, и принимаются меры по их устранению.

### ***Виды статистического наблюдения***

Статистические наблюдения классифицируются по признакам:

- 1) *по времени регистрации фактов* наблюдение бывает непрерывным (текущим) и прерывным (периодическим и единовременным). *Текущим* называют такое наблюдение, которое ведется непрерывно, а регистрация фактов производится по мере их совершения – проводится с целью изучения динамики какого-либо явления. *Периодическое* – это наблюдение, которое проводится через определенные равные промежутки времени по схожей программе и инструментарию (переписи населения). *Единовременным* называется такое наблюдение, которое проводится по мере необходимости, без соблюдения строгой периодичности или вообще проводится один раз. Дает сведения о количественных характеристиках явления или процесса в момент его исследования;

- 2) *по охвату единиц совокупности* статистическое наблюдение бывает сплошным и несплошным. *Сплошное* наблюдение охватывает все без исключения единицы совокупности. *Несплошное* наблюдение предполагает, что обследованию подлежит лишь часть единиц изучаемой совокупности. Одним из преимуществ несплошного наблюдения является возможность в более короткие сроки и с меньшими затратами ресурсов получать информацию. Есть

несколько видов несплошного наблюдения: *выборочное наблюдение, метод основного массива, монографическое обследование*.

Выборочное наблюдение основано на принципе случайного отбора тех единиц изучаемой совокупности, которые должны быть подвергнуты исследованию. Численность выборочной совокупности зависит от природы исследуемого социально-экономического явления. В выборочной совокупности должны быть представлены все типы единиц, имеющих в исследуемой совокупности. Разновидностью выборочного наблюдения является *метод моментных наблюдений*. Его суть состоит в том, что информация собирается в некоторые заранее определенные моменты времени. Поэтому этот метод предполагает отбор не только единиц исследуемой совокупности (выборку в пространстве), но и моментов времени (выборка во времени).

Метод основного массива – это наблюдение за частью наиболее крупных единиц, которые преобладают в исследуемой совокупности.

При монографическом обследовании тщательному изучению подвергаются отдельные единицы совокупности, обычно представители каких-либо новых типов явлений. Оно проводится с целью выявления имеющихся или намечающихся тенденций в развитии данного явления.

Перечень признаков, регистрируемых в процессе наблюдения, называется **программой статистического наблюдения**. К ней предъявляется ряд требований, которым она должна отвечать при любом статистическом исследовании. Важнейшие из них следующие:

- 1) программа должна содержать существенные признаки, по возможности непосредственно характеризующие изучаемое явление, его тип, основные черты, свойства;
- 2) в программу не следует включать второстепенные вопросы, так как они затрудняют работу по сбору информации, а в дальнейшем – по ее обработке и анализу;
- 3) в программу наблюдения должны включаться только такие вопросы, на которые действительно можно получить объективные и достаточно точные ответы;
- 4) в программу иногда следует включать вопросы контрольного характера, служащие целям проверки и уточнения собираемых сведений.

Для записи ответов на вопросы программы конструируется *формуляр наблюдения* – лист бумаги, разграфленный особым образом и содержащий перечень вопросов программы, свободные места для записи ответов и кодов ответов. Формуляр содержит такие элементы, как титульная и адресная части. В титульной части содержатся наименование статистического наблюдения, органа, проводящего наблюдение, сведения, кем и когда утвержден этот формуляр. В адресной части предусматриваются запись точного адреса единицы или совокупности единиц наблюдения и некоторые другие сведения о них.

#### **Формы статистического наблюдения:**

*Статистическая отчетность* – основная форма статистического наблюдения, при которой сведения поступают в статистические органы в определенные сроки от предприятий, учреждений и организаций в виде обязательных отчетов об их деятельности.

Отчетность основана на первичном учете и является его обобщением (первичный учет – регистрация различных фактов, событий по мере их возникновения). Отчетность утверждается органами государственной статистики, имеет обязательный характер.

*Специально организованное статистическое наблюдение* представляет собой наблюдение, организуемое с какой-либо особой целью для получения данных, которые в силу тех или иных причин не собираются посредством отчетности, или для проверки, уточнения данных отчетности. Наиболее простым примером является перепись.

*Регистровая форма наблюдения*. Регистровое наблюдение – это форма непрерывного статистического наблюдения за долговременными процессами, имеющими фиксированное начало, стадию развития и фиксированный конец. Основано на ведении статистического регистра.

Регистр – система, постоянно следящая за состоянием единицы наблюдения и оценивающая силу воздействия различных факторов на изучаемые показатели.

### **Способы статистического наблюдения:**

При проведении наблюдения используются три основных источника сведений – это непосредственное наблюдение, документальное наблюдение и опрос.

*Непосредственным* называется наблюдение, при котором сами регистраторы путем замера, взвешивания, подсчета или проверки работы и т. д. устанавливают факт, подлежащий регистрации, и на этой основе производят запись в формуляр наблюдения. Требует значительных затрат труда.

*Документальное наблюдение* основано на использовании в качестве источника информации различного рода документов, как правило, учетного характера. Дает наиболее точные результаты при условии надлежащего контроля за постановкой первичного учета.

*Опрос* – способ наблюдения, при котором необходимые сведения получают со слов респондента. Он предполагает обращение к непосредственному носителю признаков, подлежащих регистрации, и используется для получения информации о явлениях и процессах, не поддающихся непосредственному прямому наблюдению.

Существуют виды опросов: устный – специально подготовленные работники получают информацию на основе опроса соответствующих лиц и сами фиксируют ответы; саморегистрация – формуляры заполняются самими респондентами; корреспондентский способ – сведения в органы, ведущие наблюдения, сообщает штат добровольных корреспондентов; анкетный способ – предполагает сбор информации в виде специального вопросника (анкеты); явочный способ – предусматривает представление сведений в органы, ведущие наблюдения, в явочном порядке, например, при регистрации браков, рождений и т. д.

**Точность наблюдения** – степень соответствия величины какого-либо показателя, определенной по материалам статистического наблюдения, действительной его величине. В зависимости от причин возникновения различают ошибки регистрации и ошибки репрезентативности.

*Ошибка регистрации* – это отклонение между значением показателя, полученного в ходе статистического наблюдения, и фактическим, действительным его значением. Этот вид ошибок может быть как при сплошном, так и при несплошном наблюдениях. Ошибки регистрации бывают случайные и систематические.

*Ошибки репрезентативности* характерны только для несплошного наблюдения. Они возникают потому, что отобранная и обследованная совокупность недостаточно точно воспроизводит всю совокупность в целом.

## **ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

### **Задача 1.1**

Какие бы признаки вы наметили для регистрации при проведении обследования:

- а) страховых компаний года;
- б) промышленных предприятий с целью изучения безработицы;
- в) рынка жилья.

### **Задача 1.2**

Для эффективного размещения студентов, проживающих в общежитии вашего учебного заведения, необходимо провести статистическое обследование их по составу.

Для этого:

- а) определите перечень вопросов, которые вы считали бы нужным включить в программу обследования, сформулируйте вопросы;
- б) спроектируйте формуляр обследования и напишите инструкцию по его заполнению;
- в) составьте организованный план обследования.

### **Задача 1.3**

Менеджер супермаркета «Питер» решил провести обследование с целью выявления резервов и направления улучшения работы его отделов. Помогите:

- а) определить и ограничить объект и единицу наблюдения;
- б) выбрать вид наблюдения и разработать его программу;
- в) подготовить формуляр и краткую инструкцию.

### **Задача 1.4**

Укажите форму, вид и способ наблюдения для следующих обследований:

- а) годовой баланс предприятий;
- б) перепись населения;
- в) выборы президента страны;
- г) регистрация браков;
- д) регистрация предприятий в ЕГРПО (едином государственном регистре предприятий и организаций);
- е) сертификация напитков;
- ж) экзамен по статистике.

### **Задача 1.5**

В целях изучения проблем молодых семей в городе намечено провести выборочное обследование. Определить перечень вопросов, которые, по вашему мнению, можно было бы включить в программу обследования. Какие семьи вы считаете молодыми?

## **ТЕСТ**

### **Вопрос 1. Что является целью статистического наблюдения?**

1. Определение количественных связей между массовыми явлениями и процессами.
2. Получение достоверной информации для выявления закономерностей развития массовых явлений и процессов.
3. Определение состава признаков, подлежащих регистрации, разработка документов для сбора данных.
4. Познание, объяснение и изменение окружающего нас мира.
5. Подготовка к предстоящим президентским выборам.

### **Вопрос 2. Подготовка статистического наблюдения состоит из...**

1. Определения цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации, разработки документов для сбора данных, выбора отчетной единицы, методов и средств получения данных.
2. Проведения массового сбора данных, подготовки данных к автоматизированной обработке, разработки предложений по совершенствованию статистического наблюдения.
3. Определения границ изучаемой статистической совокупности.
4. Выбора места и времени проведения статистического наблюдения.
5. Определения перечня признаков, подлежащих регистрации.

### **Вопрос 3. Какие формы статистического наблюдения существуют?**

1. Отчетность, перепись, регистры.
2. Формуляры и инструкции.
3. Опросные листы, анкеты, бланки.
4. Органы государственной статистики, научно-исследовательские центры, экономические службы предприятий.
5. Непосредственное наблюдение, документальный способ, опрос.

#### **Вопрос 4. Способы получения статистической информации?**

1. Выборочное наблюдение, метод моментных наблюдений, метод основного массива.
2. Непосредственное наблюдение, документальный способ, опрос.
3. Сплошное и несплошное наблюдения.
4. Отчетность, перепись, регистры.
5. Массовый сбор данных.

#### **Вопрос 5. Объект статистического наблюдения – это...**

1. Единица наблюдения.
2. Статистическая совокупность.
3. Единица статистической совокупности.
4. Отчетная единица.

### ***Тема 2: «Статистическая сводка и группировка»***

#### **Задачи сводки и ее содержание**

На основе информации, собранной в ходе статистического наблюдения, как правило, нельзя непосредственно выявить и охарактеризовать закономерности социально-экономических явлений. Это связано с тем, что наблюдение дает сведения по каждой единице исследуемого объекта. Полученные данные не являются обобщающими показателями. С их помощью нельзя сделать выводы в целом об объекте без предварительной обработки данных.

Поэтому цель следующего этапа статистического исследования – систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики всего объекта при помощи обобщающих статистических показателей.

**Сводка** представляет собой комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. Таким образом, если при статистическом наблюдении собирают данные о каждой единице объекта, то результатом сводки являются подробные данные, отражающие в целом всю совокупность.

*По глубине обработки данных* сводка бывает простая и сложная.

**Простой сводкой** называется операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения или общего объема изучаемого показателя.

**Сложная сводка** представляет собой комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения по однородному признаку, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов группировки и сводки в виде статистических таблиц.

Проведение сводки обязательно включает следующие этапы:

- выбор группировочных признаков;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка системы макетов статистических таблиц, в которых должны быть представлены результаты сводки.

*По форме обработки данных* сводка бывает децентрализованная и централизованная.

При **децентрализованной сводке** разработка материала производится последовательными этапами.

При **централизованной сводке** весь первичный материал поступает в одну организацию, где и подвергается обработке от начала и до конца. Централизованная сводка обычно используется для обработки материалов единовременных статистических обследований.

*По технике исполнения* сводка может быть компьютерной и ручной.

**Компьютерная сводка** – это способ выполнения сводки статистических данных, при котором все операции осуществляются с использованием компьютеров и программных продуктов, позволяющих обработать любые объемы информации с различной степенью детализации.

При **ручной сводке** все основные операции (подсчет групповых и общих итогов) осуществляются вручную.

### ***Метод группировки***

Отдельные единицы статистической совокупности объединяются в группы при помощи метода группировки.

**Группировкой** называется расчленение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным существенным для них признакам.

С помощью метода группировок решаются следующие *задачи*:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;
- выявление связи и зависимости между явлениями.

### ***Виды статистических группировок***

Статистические группировки можно классифицировать по следующим признакам: в зависимости от *цели и задач исследования* статистические группировки делятся на типологические, аналитические и структурные.

**Типологическая группировка** – это расчленение разнородной совокупности на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений. При этом под однородностью понимается подчинение всех единиц совокупности одному закону развития в отношении рассматриваемого свойства. При построении типологической группировки особое внимание уделяется идентификации типов и выбору группировочного признака. Вопрос об основании должен решаться исходя из сущности изучаемого явления. В качестве группировочного признака могут выступать как количественные, так и атрибутивные (качественные) признаки.

**Структурной** называется группировка, которая предназначена для изучения состава однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку. В качестве группировочных признаков так же, как и при построении типологической группировки, могут рассматриваться количественные и атрибутивные признаки.

Группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми явлениями и их признаками, называется **аналитической**.

В статистике признаки делятся на факторные и результативные. *Факторными* называются признаки, под воздействием которых изменяются другие – результативные. Взаимосвязь проявляется в том, что с возрастанием значения факторного признака систематически возрастает или убывает значение признака результативного.

Особенностями аналитической группировки является то, что, во-первых, единицы группируются по факторному признаку и, во-вторых, каждая группа характеризуется средними величинами результативного признака.

*По числу группировочных признаков* различают **простые** (один признак) и **сложные** (два и более). Сложные группировки, в свою очередь, делятся на комбинационные (два – четыре признака) и многомерные (любое число признаков свыше четырех).

### ***Принципы построения статистических группировок***

Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

Группировочным признаком называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы. От правильного выбора группировочного признака зависят выводы статистического исследования. Его часто называют основанием группировки.

В основание группировки могут быть положены как количественные, так и качественные признаки. Первые имеют числовое выражение (объем торгов, возраст человека, доход семьи и т. д.), а вторые отражают состояние единицы совокупности (пол, семейное положение, отраслевая принадлежность предприятия, его форма собственности и т. д.).

После того как определено основание группировки, следует решить вопрос о количестве групп, на которые надо разбить исследуемую совокупность. Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, объема совокупности, степени вариации признака. Если группировка производится по количественному признаку, то тогда необходимо обратить особое внимание на число единиц исследуемого объекта и степень колеблемости группировочного признака. Оптимальное число групп можно определить с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \times \lg N, \quad (2.1)$$

где  $n$  – число групп;

$N$  – число единиц совокупности.

Согласно этой формуле, выбор числа групп зависит от объема совокупности. Недостаток этой формулы состоит в том, что ее применение дает хорошие результаты, если совокупность состоит из большого числа единиц и распределение единиц по признаку, положенному в основании группировки, близко к нормальному.

После определения числа групп следует определить интервалы группировки. **Интервал** – это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. Нижней границей интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а верхней границей – наибольшее. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами.

Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = R/n, \quad (2.2)$$

где  $R = X_{\max} - X_{\min}$  – размах вариации;

$X_{\max}$ ,  $X_{\min}$  – максимальное и минимальное значения признака в совокупности;

$n$  – число групп.

Полученную величину называют *шагом интервала*.

Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми. *Закрытыми* называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. *Открытые* – это те интервалы, у которых указана только одна граница: верхняя – у первого, нижняя – у последнего. При группировке единиц совокупности по количественному признаку границы интервалов могут быть обозначены по-разному в зависимости от того, непрерывный это признак или дискретный.

Важным направлением в статистической сводке является построение рядов распределения.

**Рядом распределения** в статистике называется ряд цифровых показателей, представляющих распределение единиц совокупности по одному существенному признаку, разновидности которого расположены в определенной последовательности.

По своей конструкции ряд распределения состоит из двух элементов: *вариантов* (групп по выделенному признаку) и *частот* (численности групп). Частоты, выраженные в виде относительных величин (доли единиц, процентов), называются *частотами*. Сумма всех частот называется *объемом распределения*, или его *численностью*. Сумма частот равна 1 или 100 %.

Ряды распределения, являясь группировкой, могут быть образованы по качественному и количественному признакам. В первом случае они называются атрибутивными, во втором – вариационными.

*Дискретный вариационный ряд распределения.* В этом ряду группы составлены по признаку, изменяющемуся дискретно и принимающему только целые значения.

*Интервальный вариационный ряд распределения.* В этом ряду группировочный признак, составляющий основание группировки, может принимать в определенном интервале любые значения. Данный ряд распределения целесообразно строить, прежде всего, при непрерывной вариации признака, а также если дискретная вариация проявляется в широких пределах, то есть число вариантов дискретного признака достаточно велико.

Правила и принципы построения интервальных рядов распределения аналогичны правилам и принципам построения статистических группировок.

Группировки, построенные за один и тот же период времени, но для разных объектов или, наоборот, для одного объекта, но за два разных периода времени, могут оказаться несопоставимыми из-за различного числа выделенных групп или неодинаковости границ интервалов.

Вторичная группировка, или перегруппировка сгруппированных данных, применяется для лучшей характеристики изучаемого явления (в случае, когда первоначальная группировка не позволяет четко выявить характер распределения единиц совокупности) либо для приведения к сопоставимому виду группировок с целью проведения сравнительного анализа.

*Вторичная группировка* – операция по образованию новых групп на основе ранее осуществленной группировки. Применяют два способа образования новых групп. Первым наиболее простым и распространенным является изменение (чаще укрупнение) первоначальных интервалов. Второй способ получил название долевой перегруппировки и состоит в образовании новых групп на основе закрепления за каждой определенной доли единиц совокупности.

Проиллюстрируем методику вторичной группировки на следующем примере:

**ПРИМЕР 1.** На основании имеющихся данных (табл. 2.1) произведем перегруппировку, образовав новые группы с интервалами до 5000, 5000–10000, 10000–15000, свыше 15000 руб.

Таблица 2.1

**Распределение населения Приморского края по величине среднедушевых денежных доходов в 2009 г.**

| Уровень дохода, руб. | Население, % |
|----------------------|--------------|
| До 4000              | 3,0          |
| 4000–6000            | 9,6          |
| 6000–8000            | 14,1         |
| 8000–10000           | 14,8         |
| 10000–12000          | 13,2         |
| 12000–16000          | 19,3         |
| 16000–20000          | 11,3         |
| свыше 20000          | 14,7         |
| <b>Итого:</b>        | <b>100,0</b> |

Чтобы образовать первую новую группу с доходом до 5000 руб., необходимо от интервала второй группы взять 1000 р. Величина интервала этой группы составляет 2000 руб. Следовательно, необходимо взять от нее  $1/2$  части. Аналогичную же часть во вновь образуемую первую группу надо взять и от численности населения. Тогда в первой группе будет населения:  $3,0 + (9,6 : 2) = 7,8 \%$ . Во вторую новую группу войдет население второй группы за вычетом отнесенных к первой, то есть  $9,6 - 4,8 = 4,8 \%$ , а также вся численность третьей и четвертой групп:  $4,8 + 14,1 + 14,8 = 33,7 \%$ . Во вновь образованную третью группу войдет население группы с доходами от 10000 до 12000 руб. и часть населения группы от 12 000 до 16000 руб. Для того, чтобы образовать группу с доходом до 15 000 руб., необходимо взять из интервала этой группы 3000 руб.  $(3000/4000) = 3/4$  части. Тогда в эту группу войдет  $13,2 + 14,5(3/4 \times 19,3) = 27,7 \%$ . Четвертую вновь образованную группу составит население части третьей  $(19,3 - 14,5) = 4,8 \%$  и население с доходами от 16 000 руб. и выше. В последнюю группу вошло  $4,8 + 11,3 + 14,7 = 30,8 \%$  населения Приморского края.

В результате получим следующую группировку (табл. 2.2).

Таблица 2.2

### Распределение населения Приморского края по уровню доходов

|      | Уровень доходов, руб. | Численность населения, %                |
|------|-----------------------|-----------------------------------------|
| I.   | До 5000               | $3,0 + 1/2 \cdot 9,6 = 3,0 + 4,8 = 7,8$ |
| II.  | 5000–10000            | $1/2 \cdot 9,6 + 14,1 + 14,8 = 33,7$    |
| III. | 10000–15000           | $13,2 + 3/4 \cdot 19,3 = 27,7$          |
| IV.  | свыше 15000           | $1/4 \cdot 19,3 + 11,3 + 14,7 = 30,8$   |
|      | <b>Итого:</b>         | 100                                     |

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения, как правило, представляются в виде таблиц, так как это наиболее рациональная, наглядная и компактная форма представления статистического материала.

**Статистической** называется таблица, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам, взаимосвязанным логикой экономического анализа. Внешне таблица представляет собой пересечение граф и строк, которые формируют остов таблицы. Статистическая таблица содержит три вида заголовков: общий, верхние и боковые. Общий заголовок является внешним, располагается над макетом таблицы по центру и отражает содержание всей таблицы (к какому месту и времени она относится). Верхние заголовки характеризуют содержание граф (заголовки сказуемого), а боковые (заголовки подлежащего) – строк. Они являются внутренними заголовками. Остов таблицы, заполненный заголовками, образует макет таблицы; если на пересечении граф и строк записать цифры, то получается полная статистическая таблица.

Цифровой материал может быть представлен абсолютными (численность населения РФ), относительными (индексы цен на продовольственные товары) и средними (среднемесячный доход служащего коммерческого банка) величинами.

Таблицы могут сопровождаться примечанием, используемым в случае необходимости с целью пояснения заголовков, методики расчета некоторых показателей, источников информации и т. д.

По логическому содержанию таблица представляет собой «статистическое предложение», основными элементами которого являются подлежащее и сказуемое.

*Подлежащим* статистической таблицы называется объект, который характеризуется цифрами. Это может быть одна или несколько совокупностей, отдельные единицы совокупности в порядке их перечня или сгруппированные по каким-либо признакам территориаль-

ные единицы и др. Обычно подлежащее таблицы дается в левой части, в наименовании строк.

*Сказуемое* статистической таблицы образует система показателей, которыми характеризуется объект изучения, то есть подлежащее таблицы. Сказуемое формирует верхние заголовки и составляет содержание граф с логически последовательным расположением показателей слева направо.

Расположение подлежащего и сказуемого в отдельных случаях может меняться местами для более полного и лучшего способа прочтения и анализа исходной информации об исследуемой совокупности.

В практике экономико-статистического анализа используются различные виды статистических таблиц.

Таблицы должны быть статистически правильно оформлены. Основными приемами, определяющими технику формирования статистических таблиц, являются следующие:

1. Таблица должна быть компактной и содержать только те данные, которые непосредственно отражают явление в статистике и динамике и необходимы для познания его сущности.

2. Заголовок таблицы, названия граф и строк должны быть четкими и по возможности краткими. Они должны отражать основное содержание таблицы, время и место, к которым относятся показатели. Названия таблицы, граф и строк пишутся полностью, без сокращений.

3. Информация, располагаемая в столбцах (графах) таблицы, завершается итоговой строкой.

4. Если названия отдельных граф повторяются, содержат повторяющиеся термины или несут единую смысловую нагрузку, то необходимо им присвоить объединяющий заголовок.

5. Графы и строки лучше нумеровать. Графы слева, заполненные названием строк, принято обозначать заглавными буквами алфавита, а все последующие графы – номерами в порядке возрастания.

6. Графы и строки должны содержать единицы измерения, соответствующие поставленным в подлежащем и сказуемом показателям. При этом используются общепринятые сокращения единиц измерения.

7. Числа целесообразнее по возможности округлять. Округление чисел в пределах одной и той же графы или строки следует проводить с одинаковой степенью точности (до целого знака или до десятого и т. д.).

8. В необходимых случаях к таблице должны быть даны пояснения в виде примечаний, касающихся методологии расчета показателей и др.

Соблюдение приведенных правил построения и оформления статистических таблиц делает их основным средством представления, обработки и обобщения статистической информации о состоянии и развитии анализируемых социально-экономических явлений.

## РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### ПРИМЕР 1

Агентство по недвижимости предлагает на продажу следующие двухкомнатные квартиры.

| Тип<br>квартиры | Район           | Жилая<br>площадь | Кухня | Санузел | Цена, тыс. усл. ед. |
|-----------------|-----------------|------------------|-------|---------|---------------------|
| см.             | Центральный     | 32               | 6     | с       | 150                 |
| из.             | Центральный     | 27               | 8     | р       | 210                 |
| см.             | Железнодорожный | 31               | 6     | с       | 110                 |
| из.             | Железнодорожный | 32               | 8     | р       | 240                 |
| см.             | Железнодорожный | 29               | 6     | с       | 130                 |

| Тип<br>квартиры | Район           | Жилая<br>площадь | Кухня | Санузел | Цена, тыс. усл. ед. |
|-----------------|-----------------|------------------|-------|---------|---------------------|
| из.             | Железнодорожный | 25               | 6     | с       | 110                 |
| см.             | Дзержинский     | 31               | 6     | с       | 105                 |
| из.             | Дзержинский     | 27               | 7     | р       | 150                 |
| из.             | Дзержинский     | 25               | 6     | р       | 108                 |
| из.             | Дзержинский     | 28               | 7     | р       | 105                 |
| из.             | Кировский       | 32               | 6     | с       | 110                 |
| см.             | Кировский       | 24               | 8     | с       | 105                 |
| из.             | Кировский       | 28               | 7     | р       | 109                 |
| из.             | Кировский       | 31               | 6     | с       | 110                 |
| см.             | Кировский       | 32               | 6     | с       | 120                 |
| из.             | Калининский     | 36               | 13    | р       | 300                 |
| из.             | Калининский     | 27               | 7     | р       | 150                 |
| см.             | Калининский     | 30               | 6     | р       | 105                 |
| из.             | Калининский     | 31               | 9     | р       | 120                 |
| из.             | Октябрьский     | 31               | 9     | р       | 120                 |
| из.             | Октябрьский     | 31               | 9     | р       | 110                 |
| из.             | Октябрьский     | 33               | 9     | р       | 120                 |
| из.             | Октябрьский     | 31               | 9     | р       | 110                 |

Применяя метод группировок, проанализируйте структуру предложения квартир по районам города.

#### **РЕШЕНИЕ:**

Для анализа структуры предложения квартир по районам города выполним группировку квартир. При проведении любой группировки среди прочих решаются следующие задачи: выбор группировочного признака (основания группировки) и определение числа выделяемых групп. В соответствии с условием задачи в основу группировки положим признак «район города». Так как группировочный признак атрибутивный, то количество групп совпадает с числом районов города. После того как выбран группировочный признак, намечено число групп и образованы сами группы, необходимо отобразить показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. В качестве показателей, характеризующих структуру, рассчитаем количество и среднюю цену квартир в каждом районе и удельный вес района в общем предложении квартир. Показатели, характеризующие предложение квартир по районам, разнесем по шести указанным группам и подсчитаем групповые итоги.

| Группировка квартир по районам города |                       |                             |                                         |
|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------------------|
| Район                                 | Количество<br>квартир | Удельный вес района,<br>в % | Средняя цена квартиры,<br>тыс. усл. ед. |
| Дзержинский                           | 4                     | 17,39                       | 117                                     |
| Железнодорожный                       | 4                     | 17,39                       | 148                                     |
| Калининский                           | 4                     | 17,39                       | 169                                     |
| Кировский                             | 5                     | 21,74                       | 111                                     |
| Октябрьский                           | 4                     | 17,39                       | 115                                     |
| Центральный                           | 2                     | 8,7                         | 180                                     |
| <b>Итого:</b>                         | 23                    | 100                         | 135                                     |

#### **ПРИМЕР 2**

Распределите районы Новосибирской области по величине розничного товарооборота в текущем году. Число групп задайте равным 5.

| Район              | Тыс. руб. |
|--------------------|-----------|
| 1. Баганский       | 31 331    |
| 2. Барабинский     | 56 440    |
| 3. Болотнинский    | 99 212    |
| 4. Венгеровский    | 34 088    |
| 5. Доволенский     | 43 520    |
| 6. Здвинский       | 38 196    |
| 7. Искитимский     | 208 492   |
| 8. Карасукский     | 104 518   |
| 9. Кургатский      | 82 972    |
| 10. Колыванский    | 45 561    |
| 11. Коченевский    | 137 455   |
| 12. Кочковский     | 28 970    |
| 13. Краснотерский  | 51 387    |
| 14. Куйбышевский   | 36 775    |
| 15. Купинский      | 65 680    |
| 16. Кыштовский     | 21 253    |
| 17. Маслянинский   | 47 248    |
| 18. Мошковский     | 92 995    |
| 19. Новосибирский  | 178 291   |
| 20. Ордынский      | 68 865    |
| 21. Северный       | 9767      |
| 22. Сузунский      | 60 674    |
| 23. Татарский      | 23 944    |
| 24. Тогучинский    | 127 725   |
| 25. Убинский       | 24 559    |
| 26. Усть-Татарский | 21 946    |
| 27. Чановский      | 44 876    |
| 28. Черепановский  | 117 021   |
| 29. Чистоозерный   | 33 775    |
| 30. Чулымский      | 36 637    |

**РЕШЕНИЕ:**

Так как число групп заранее определено, остается решить вопрос о величине интервалов. Возможно несколько вариантов:

- а) равные интервалы,
- б) равнонаполненные интервалы;
- в) интервалы, меняющиеся в арифметической прогрессии;
- г) интервалы, меняющиеся в геометрической прогрессии.

Равные интервалы имеем:

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}.$$

Здесь  $i$  – величина интервала,  $n$  – число групп,  $X_{\max}$  – максимальное значение группировочного признака в совокупности,  $X_{\min}$  – минимальное значение группировочного признака.

$$i = \frac{(208492 - 9767)}{5} = \frac{198725}{5} = 39745.$$

Результаты представим в табличном виде:

*Расчетная таблица*

| Группировка районов по объему товарооборота (вариант а) |                        |                                                            |                                                   |
|---------------------------------------------------------|------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Группы районов по объему товарооборота                  | Число районов в группе | Район                                                      | Средний размер товарооборота по группе, тыс. руб. |
| 9767–49512                                              | 16                     | 1, 4, 5, 6, 11, 13, 15, 16, 17, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30 | 32652,8                                           |
| 49512–89257                                             | 6                      | 2, 8, 9, 10, 20, 21                                        | 64336,3                                           |
| 89257–129002                                            | 5                      | 3, 14, 18, 24, 28                                          | 108286,2                                          |
| 129002–168747                                           | 1                      | 12                                                         | 137445                                            |
| 168747–208492                                           | 2                      | 7, 19                                                      | 193391,5                                          |
| <b>Итого:</b>                                           | 30                     |                                                            | 65804,1                                           |

*Равнонаполненные интервалы* имеем:

$$m = \frac{N}{n}.$$

Здесь N – численность единиц совокупности, n – число групп, m – численность единиц в группе.

$$m = \frac{30}{5} = 6.$$

Результаты показаны в таблице:

*Расчетная таблица*

| Группировка районов по объему товарооборота (вариант б) |             |                        |                        |                                                   |
|---------------------------------------------------------|-------------|------------------------|------------------------|---------------------------------------------------|
| Группы районов по объему товарооборота                  | Группы      | Число районов в группе | Район                  | Средний размер товарооборота по группе, тыс. руб. |
| 9767–28970                                              | До 30       | 6                      | 13, 15, 22, 23, 25, 26 | 21739,8                                           |
| 31331–38196                                             | 30–40       | 6                      | 1, 4, 6, 16, 29, 30    | 35133,7                                           |
| 43520–56440                                             | 40–60       | 6                      | 2, 5, 8, 11, 17, 27    | 48172                                             |
| 60674–99212                                             | 60–100      | 6                      | 3, 9, 10, 18, 20, 21   | 78393                                             |
| 104518–208492                                           | 100 и более | 6                      | 7, 12, 14, 19, 24, 28  | 145582                                            |
| <b>Итого:</b>                                           | –           | 30                     | –                      | 65804,1                                           |

*Меняющиеся в арифметической прогрессии интервалы:*

Тогда, например:

$$I_k = k \times i.$$

Здесь k – номер интервала, i – величина первого интервала,  $i_k$  – величина k-го интервала.

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K}.$$

Получаем:

$$i = \frac{208492 - 9767}{1 + 2 + 3 + 4 + 5} = \frac{198725}{15} = 13248,$$

$$i_1 = 1 \cdot 13248 = 13248,$$

$$i_5 = 5 \cdot 13248 = 66240.$$

Расчеты представим в таблице.

*Расчетная таблица*

| Группировка районов по объему товарооборота (вариант в) |                        |                                                |                                                   |
|---------------------------------------------------------|------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Группы районов по объему товарооборота                  | Число районов в группе | Район                                          | Средний размер товарооборота по группе, тыс. руб. |
| До 23016                                                | 3                      | 15, 22, 26                                     | 17655,3                                           |
| 23016–49512                                             | 13                     | 1, 4, 5, 6, 11, 13, 16, 17, 23, 25, 27, 29, 30 | 36113,8                                           |
| 49512–89256                                             | 6                      | 2, 8, 9, 10, 20, 21                            | 64336,3                                           |
| 89256–142248                                            | 6                      | 3, 12, 14, 18, 24, 28                          | 113146                                            |
| 142248 и более                                          | 2                      | 7, 19                                          | 193391,5                                          |
| <b>Итого:</b>                                           | 30                     |                                                | 65804,1                                           |

Рассмотрение вариантов может быть продолжено. Как выбрать лучший? В качестве критерия рекомендуется использовать межгрупповую дисперсию. Группировка, в которой межгрупповая дисперсия максимальная, считается лучшей. По данным таблиц вариантов а, б и в рассчитаем:

$$\delta_a^2 = 2143673000$$

$$\delta_b^2 = 1943244100$$

$$\delta_v^2 = 2147738200$$

Соответственно, лучший из трех рассмотренных – вариант в, при котором величина интервалов изменяется в арифметической прогрессии.

### ПРИМЕР 3

Численность осужденных в республике располагается по возрастам следующим образом:

| (чел.)       |         |         |
|--------------|---------|---------|
| Возраст, лет | 2009 г. | 2010 г. |
| 14–17        | 1959    | 2965    |
| 18–24        | 2673    | 5477    |
| 25–29        | 2183    | 2962    |
| 30–49        | 4512    | 8137    |
| 50 и старше  | 585     | 908     |

Определите, в каком году и в какой возрастной группе численность осужденных на 1000 человек была больше, если распределение населения республики по возрастным группам следующее:

(чел.)

| Возраст, лет | 2009 г. | 2010 г. |
|--------------|---------|---------|
| 0–9          | 429,4   | 376,5   |
| 10–19,       | 405,5   | 428,1   |
| 20–29        | 377,2   | 355,8   |
| 30–39        | 476,4   | 474,4   |
| 40–49        | 290,3   | 354,6   |
| 50–59        | 337,9   | 306,1   |
| 60–69        | 267     | 277,7   |
| 70 и старше  | 164     | 170,8   |

**РЕШЕНИЕ:**

Методику решения рассмотрим на данных за 2009 год.

Для приведения данных в сопоставимый вид выполним вторичную группировку (методом долевого перегруппировки и укрупнения интервалов) распределения населения республики по возрастным группам, образуя новые группы со следующими интервалами: 0–13, 14–17, 18–24, 25–29, 30–49, 50 и старше.

В первую новую группу (0–13) войдет полностью первая возрастная группа населения и часть второй группы из таблицы. От интервала второй группы надо взять четыре части. Величина интервала этой группы составляет 10. Следовательно, надо взять  $4/10$ . Такую же часть во вновь образуемую первую группу надо взять и от численности, то есть  $405,5 \times (4/10) = 162,2$  тыс. чел. Тогда в новой первой группе численность населения будет:  $429,4 + 162,2 = 591,6$  тыс. чел.

Вторую новую группу (14–17) образует часть населения второй возрастной группы (10–19) из таблицы:  $405,5 \times (4/10) = 162,2$  тыс. чел.

Во вновь образованную третью группу (18–24) войдет часть населения второй группы (10–19) и часть третьей (20–29) из таблицы:  $405,5 \times (2/10) + 377,2 \times (5/10) = 269,7$  тыс. чел. Все остальные группы определяются аналогично.

В результате перегруппировки получаем следующие данные:

*Расчетная таблица*

| Возраст, лет | Численность осужденных на 1000 чел. населения   |
|--------------|-------------------------------------------------|
| 0–13         | $429,4 + 405,5 \times 4/10 = 591,6$             |
| 14–17        | $405,5 \times 4/10 = 162,2$                     |
| 18–24        | $405,5 \times 2/10 + 377,2 \times 5/10 = 269,7$ |
| 25–29        | $377,2 \times 5/10 = 188,6$                     |
| 30–49        | $476,4 + 290,3 = 766,7$                         |
| 50 и старше  | $337,9 + 267 + 164 = 768,9$                     |

Используя группировку осужденных и вторичную группировку распределения населения по возрасту, рассчитываем численность осужденных на 1000 человек населения в виде относительной величины интенсивности:

$$ОВИ = \frac{\text{Численность осужденных по группе}}{\text{Численность населения по группе}}.$$

Для возраста (14–17):  $\frac{1,959 \cdot 1000}{162,2} = 12,1$  чел. на 1000 чел.

Для возраста (18–24):  $\frac{2,673 \cdot 1000}{269,7} = 9,9$  чел. на 1000 чел. и т. д.

Результаты представим в таблице.

*Расчетная таблица*

| Возраст, лет | Численность осужденных на 1000 чел. населения |
|--------------|-----------------------------------------------|
| 14–17        | 12,1                                          |
| 18–24        | 9,9                                           |
| 25–29        | 11,6                                          |
| 30–49        | 5,9                                           |
| 50 и старше  | 0,8                                           |

В 2009 году больше всего осужденных на 1000 человек населения было в возрастной группе 14–17 лет.

#### ПРИМЕР 4

Рассчитав матрицу расстояний и применяя метод шаров, выделите типы однокачественной динамики индекса потребительских цен в отчетном году.

| Индекс потребительских цен в отчетном году<br>(на конец месяца, в % к декабрю предыдущего года) |       |          |       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----------|-------|
| Месяц                                                                                           | ИПЦ   | Месяц    | ИПЦ   |
| Январь                                                                                          | 104   | Июль     | 117,1 |
| Февраль                                                                                         | 107,2 | Август   | 116,8 |
| Март                                                                                            | 110,3 | Сентябрь | 117,3 |
| Апрель                                                                                          | 112,9 | Октябрь  | 118,8 |
| Май                                                                                             | 114,4 | Ноябрь   | 120,9 |
| Июнь                                                                                            | 116   | Декабрь  | 121,8 |

#### РЕШЕНИЕ:

Идея метода шаров заключается в следующем: для каждой точки (объекта, признака, периода времени) строится шар в n-мерном пространстве заданного радиуса r:

$$P = \max, \min C_{ij}, \\ i \neq j$$

где  $(C_{ij})$  – матрица расстояний между точками  $(i, j = 1, \dots, n)$ ,  $n$  – количество точек.

Возможен расчет нескольких мер расстояний между точками  $i$  и  $j$ . Например, среднее евклидово расстояние:

$$C_{ij} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{il} - x_{jl})^2},$$

где  $C_{ij}$  – расстояние между объектами  $i$  и  $j$ ,  $x_{il}$  – значение  $l$ -го признака у объекта  $i$ ,  $x_{jl}$  – то же для объекта  $j$ ,  $m$  – количество признаков.

Так как  $i = 1$ , то в одномерном случае  $C_{ij} = |x_i - x_j|$

$$d_{11} = 0$$

$$\sqrt{(104 - 107,2)^2} = 3,2$$

$$d_{21} = d_{12} = 3,2$$

$$\sqrt{(104 - 110,3)^2} = 6,3$$

$$d_{31} = d_{13} = 6,3$$

Нужно построить матрицу расстояний по исходным данным задачи. В каждом столбце матрицы выбирается минимальное расстояние и определяется максимальное из них (то есть радиус шара):

$$P = \max, \min C_{ij} = 3,2.$$

*Расчетная таблица*

|                | V1  | V2   | V3   | V4  | V5   | V6    | V7   | V8   | V9   | V10  | V11  | V12  |
|----------------|-----|------|------|-----|------|-------|------|------|------|------|------|------|
| V1             | 0   | 3,2  | 6,3  | 8,9 | 10,4 | 12    | 13,1 | 12,8 | 13,3 | 14,8 | 16,9 | 17,8 |
| V2             | 3,2 | 0    | 3,1  | 5,7 | 7,2  | 8,8   | 9,9  | 9,6  | 10,1 | 11,6 | 13,7 | 14,6 |
| V3             | 6,3 | 3,1  | 0    | 2,6 | 4,1  | 5,7   | 6,8  | 6,5  | 7    | 8,5  | 10,6 | 11,5 |
| V4             | 8,9 | 5,7  | 2,6  | 0   | 1,5  | 3,1*  | 4,2  | 3,9  | 4,4  | 5,9  | 8    | 8,9  |
| V5             | 10  | 7,2  | 4,1  | 1,5 | 0    | 1,6*  | 2,7  | 2,4  | 2,9  | 4,4  | 6,5  | 7,4  |
| V6             | 12  | 8,8  | 5,7  | 3,1 | 1,6  | 0*    | 1,1  | 0,8  | 1,3  | 2,8* | 4,9  | 5,8  |
| V7             | 13  | 9,9  | 6,8  | 4,2 | 2,7  | 1,1*  | 0    | 0,3  | 0,2  | 1,7* | 3,8  | 4,7  |
| V8             | 13  | 9,6  | 6,5  | 3,9 | 2,4  | ,8*   | 0,3  | 0    | 0,5  | 2*   | 4,1  | 5    |
| V9             | 13  | 10,1 | 7    | 4,4 | 2,9  | 1,3*  | 0,2  | 0,5  | 0    | 1,5* | 3,6  | 4,5  |
| V10            | 15  | 11,6 | 8,5  | 5,9 | 4,4  | 2,8*  | 1,7  | 2    | 1,5  | 0*   | 2,1  | 3    |
| V11            | 17  | 13,7 | 10,6 | 8   | 6,5  | 4,9   | 3,8  | 4,1  | 3,6  | 2,1* | 0    | 0,9  |
| V12            | 18  | 14,6 | 11,5 | 8,9 | 7,4  | 5,8   | 4,7  | 5    | 4,5  | 3*   | 0,9  | 0    |
| min по столбцу | 3,2 | 3,1  | 2,6  | 1,5 | 1,5  | 0,8   | 0,2  | 0,3  | 0,2  | 1,5  | 0,9  | 0,9  |
| max min = p    | 3,2 |      |      |     |      |       |      |      |      |      |      |      |
| k              | 2   | 3    | 3    | 4   | 6    | 7     | 6    | 6    | 6    | 7    | 3    | 3    |
| Σ              |     |      |      |     |      | 10,7* |      |      |      | 13,1 |      |      |

**Примечание:** здесь и далее звездочкой обозначены элементы, входящие в шар и удовлетворяющие условию  $C_{sj} \leq p$ .

Теперь для каждого месяца  $V_j$  определяется  $k$  – число месяцев, входящих в его шар таким образом, что  $C_{sj} \leq p$ . Элементы того месяца, где больше число  $k$ , и образуют первое подмножество. Определилось два месяца, где  $k_{\max} = 7$ , следует выбрать такой из них, в котором сумма расстояний ( $\Sigma$ ), удовлетворяющих условию  $C_{sj} \leq p$ , минимальна.

Это столбец  $V_6$ , и, следовательно, первое подмножество образуют элементы ( $V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}$ ). Удалив из матрицы расстояний первое подмножество, получаем новую таблицу.

*Расчетная таблица*

|                | V1   | V2   | V3   | V11  | V12  |
|----------------|------|------|------|------|------|
| V1             | 0    | 3,2* | 6,3  | 16,9 | 17,8 |
| V2             | 3,2  | 0*   | 3,1  | 13,7 | 14,6 |
| V              | 6,3  | 3,1* | 0    | 10,6 | 11,5 |
| V11            | 16,9 | 13,7 | 10,6 | 0    | 0,9  |
| V12            | 17,8 | 14,6 | 11,5 | 0,9  | 0    |
| min по столбцу | 3,2  | 3,1  | 3,1  | 0,9  | 0,9  |
| max min = p    | 3,2  |      |      |      |      |
| k              | 2    | 3*   | 2    | 2    | 2    |

Аналогично определяются элементы второго множества. При  $k_{\max} = 3$  получаем второе подмножество ( $V_1, V_2, V_3$ ), и его элементы исключаем из матрицы расстояний. В результате новой итерации имеем подмножество ( $V_{11}, V_{12}$ ).

Таким образом, выделяются три типа однокачественной динамики индекса потребительских цен в отчетном году. Осталось их интерпретировать.

*Расчетная таблица*

| Типы динамики ИПЦ | Период              | Интерпретация типов |
|-------------------|---------------------|---------------------|
| 1                 | С января по март    | Скачок цен          |
| 2                 | С апреля по октябрь | Стабильные цены     |
| 3                 | Ноябрь, декабрь     | Средний рост цен    |

### ПРИМЕР 5

По десяти показателям, характеризующим деятельность предприятия, рассчитаны коэффициенты парной корреляции:

|     | U1          | U2          | U3          | U4          | U5          | U6          | U7   | U8          | U9          | U10         |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------|-------------|-------------|-------------|
| U1  | 1           | <b>0,87</b> | <b>0,89</b> | 0,31        | 0,27        | 0,14        | 0,18 | 0,36        | 0,41        | <b>0,52</b> |
| U2  | <b>0,87</b> | 1           | <b>0,92</b> | 0,24        | <b>0,57</b> | 0,35        | 0,37 | 0,51        | 0,28        | 0,09        |
| U3  | <b>0,89</b> | <b>0,92</b> | 1           | 0,26        | 0,38        | 0,44        | 0,21 | 0,31        | 0,34        | 0,18        |
| U4  | 0,31        | 0,24        | 0,26        | 1           | <b>0,95</b> | 0,81        | 0,73 | 0,26        | 0,51        | 0,5         |
| U5  | 0,27        | <b>0,57</b> | 0,38        | <b>0,95</b> | 1           | <b>0,98</b> | 0,85 | 0,3         | 0,5         | 0,4         |
| U6  | 0,14        | 0,35        | 0,44        | 0,81        | <b>0,98</b> | 1           | 0,91 | 0,2         | 0,3         | 0,1         |
| U7  | 0,18        | 0,37        | 0,21        | 0,73        | <b>0,85</b> | 0,91        | 1    | 0,17        | 0,21        | 0,36        |
| U8  | 0,36        | 0,51        | 0,31        | 0,26        | 0,3         | 0,2         | 0,17 | 1           | <b>0,99</b> | <b>0,83</b> |
| U9  | 0,41        | 0,28        | 0,34        | 0,51        | 0,5         | 0,3         | 0,21 | <b>0,99</b> | 1           | <b>0,94</b> |
| U10 | <b>0,52</b> | 0,09        | 0,18        | 0,5         | 0,4         | 0,1         | 0,36 | <b>0,83</b> | <b>0,94</b> | 1           |

*Примечание:* здесь и далее жирным шрифтом выделены максимальные коэффициенты парной корреляции признаков, входящих в плеяды.

Методом корреляционных плеяд выполняется многомерная группировка предприятий.

### РЕШЕНИЕ:

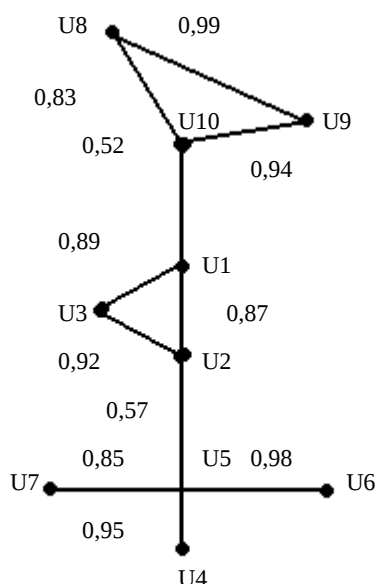
Техника корреляционных плеяд состоит в следующем:

1. В матрице коэффициентов связи выбирается максимальный по абсолютной величине (кроме диагональных) показатель. Пусть им оказался  $R_{ij}$ . На график наносятся точки  $i$  и  $j$ , соединяются линией, над которой ставится значение  $R_{ij}$ , далее из двух наибольших по абсолютной величине коэффициентов в строках  $i$  и  $j$  (кроме  $R_{ij}$ ) выбирается максимальный, например  $R_{ik}$ . Точки  $i$  и  $k$  соединяются линией, над которой пишется значение  $R_{ik}$ .

Продолжая построение, на каждом шаге находим объект (признак), наиболее тесно связанный с одним из двух отобранных на предыдущем этапе. Построение чертежа завершается, когда в нем окажутся все  $m$  точек ( $m$  – объем совокупности).

2. Выбирая пороговую величину  $h$  и исключая из схемы связи, соответствующие меньшим, чем  $h$ , коэффициентам связи, получаем нормальные группы (плеяды) объектов ( $h$  является порогом, при переходе через который группы рассеиваются на отдельные, несвязанные объекты).

Применяя данную технику к матрице коэффициентов связи, получаем следующую схему:



**Рис.** Корреляционные плеяды показателей результатов деятельности предприятий

Если  $h = 0,6$ , то исключаются две связи ( $U_{10} = U_1$  и  $U_2 - U_5$ ), в итоге получаются три плеяды (группы) предприятий:

1.  $U_8, U_9, U_{10}$ .
2.  $U_1, U_2, U_3$ .
3.  $U_4, U_5, U_6, U_7$ .

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### Задача 2.1

Распределите субъекты Российской Федерации по численности постоянного населения на 1 января 2008 года (тыс. чел.).

|     |                                 |        |
|-----|---------------------------------|--------|
| 1.  | Алтайский край                  | 2642,6 |
| 2.  | Амурская область                | 989,9  |
| 3.  | Архангельская область           | 1442,9 |
| 4.  | Астраханская область            | 1012,8 |
| 5.  | Белгородская область            | 1498,8 |
| 6.  | Брянская область                | 1424,5 |
| 7.  | Владимирская область            | 1589,1 |
| 8.  | Волгоградская область           | 2658,2 |
| 9.  | Вологодская область             | 1311,3 |
| 10. | Воронежская область             | 2437,6 |
| 11. | г. Москва                       | 8546,1 |
| 12. | г. Санкт-Петербург              | 4627,8 |
| 13. | Еврейская автономная область    | 195,6  |
| 14. | Ивановская область              | 1205,1 |
| 15. | Иркутская область               | 2728,8 |
| 16. | Кабардино-Балкарская Республика | 783,9  |
| 17. | Калининградская область         | 946,7  |
| 18. | Калужская область               | 1068,8 |
| 19. | Камчатская область              | 384,2  |
| 20. | Карачаево-Черкесская область    | 430,7  |

|     |                                   |        |
|-----|-----------------------------------|--------|
| 21. | Кемеровская область               | 2962,1 |
| 22. | Кировская область                 | 1576   |
| 23. | Костромская область               | 774,5  |
| 24. | Краснодарский край                | 4998,7 |
| 25. | Красноярский край                 | 3032   |
| 26. | Курганская область                | 1087,1 |
| 27. | Курская область                   | 1298,9 |
| 28. | Ленинградская область             | 1659,1 |
| 29. | Липецкая область                  | 1235   |
| 30. | Магаданская область               | 233,5  |
| 31. | Московская область                | 6435,8 |
| 32. | Мурманская область                | 988,5  |
| 33. | Нижегородская область             | 3632,9 |
| 34. | Новгородская область              | 719,4  |
| 35. | Новосибирская область             | 2730,5 |
| 36. | Омская область                    | 2147,5 |
| 37. | Оренбургская область              | 2212,7 |
| 38. | Орловская область                 | 890,7  |
| 39. | Пензенская область                | 2940,7 |
| 40. | Приморский край                   | 2155,4 |
| 41. | Псковская область                 | 789,5  |
| 42. | Республика Адегея                 | 446    |
| 43. | Республика Алтай                  | 204,8  |
| 44. | Республика Башкортостан           | 4101,7 |
| 45. | Республика Бурятия                | 1026,3 |
| 46. | Республика Дагестан               | 2160,3 |
| 47. | Республика Ингушетия              | 460,1  |
| 48. | Республика Колмыкия               | 314,3  |
| 49. | Республика Карелия                | 760,6  |
| 50. | Республика Коми                   | 1126,1 |
| 51. | Республика Марий Эл               | 755,2  |
| 52. | Республика Мордовия               | 919,7  |
| 53. | Республика Саха (Якутия)          | 986    |
| 54. | Республика Северная Осетия-Алания | 677    |
| 55. | Республика Татарстан              | 3776,8 |
| 56. | Республика Тыва                   | 310,7  |
| 57. | Республика Хакасия                | 578,3  |
| 58. | Ростовская область                | 4317,4 |
| 59. | Рязанская область                 | 1271   |
| 60. | Самарская область                 | 3279,3 |
| 61. | Саратовская область               | 2696,3 |
| 62. | Сахалинская область               | 591,2  |
| 63. | Свердловская область              | 4572,8 |
| 64. | Смоленская область                | 1113,7 |
| 65. | Ставропольский край               | 2654,2 |
| 66. | Тамбовская область                | 1256,6 |
| 67. | Тверская область                  | 1575   |
| 68. | Томская область                   | 1064,8 |
| 69. | Тульская область                  | 1716,2 |
| 70. | Тюменская область                 | 3253,7 |
| 71. | Удмуртская Республика             | 1623,8 |
| 72. | Ульяновская область               | 1453,4 |
| 73. | Хабаровский край                  | 1495,9 |

|     |                            |        |
|-----|----------------------------|--------|
| 74. | Челябинская область        | 3651   |
| 75. | Чеченская Республика       | 609,5  |
| 76. | Читинская область          | 1246,7 |
| 77. | Чувашская Республика       | 1353,4 |
| 78. | Чукотский автономный округ | 75,3   |
| 79. | Ярославская область        | 1400,7 |

### Задача 2.2

*Имеются данные по десяти крупнейшим общенациональным рекламодателям США.*

| Место | Фирма                       | Общие затраты на рекламу, млн долл. | Общая сумма продаж, млн долл. |
|-------|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| 1.    | «Проктер энг гэмбл»         | 641,7                               | 11944                         |
| 2.    | «Сирс, Рокбак энд К»        | 544,1                               | 27360                         |
| 3.    | «Дженералс фудс»            | 456,8                               | 8351                          |
| 4.    | «Филип Моррис»              | 432,9                               | 10885                         |
| 5.    | «Дженерам моторс»           | 401                                 | 62696                         |
| 6.    | «К-Март»                    | 349,6                               | 16527                         |
| 7.    | «Набиско брэндс»            | 340,9                               | 5819                          |
| 8.    | «Р. Дж. Рейнолдс индастриз» | 321,2                               | 11691                         |
| 9.    | «АТТ»                       | 297                                 | 58214                         |
| 10.   | «Мобил»                     | 293,1                               | 68587                         |

Охарактеризуйте структуру рекламодателей США по удельным затратам на рекламу, предварительно построив типологическую группировку.

### Задача 2.3

Кожевенно-обувное предприятие в целях оптимизации плана выпуска женской обуви провело обследование 50 женщин, отобранных случайным образом. В результате получены следующие данные о размере обуви обследованных женщин:

36, 37, 37, 36, 38, 39, 37, 38, 38, 40, 35, 36, 37, 37, 38, 37, 38, 36, 37, 37, 36, 37, 39, 40, 38, 37, 37, 37, 36, 34, 38, 37, 37, 37, 37, 38, 36, 36, 36, 40, 37, 37, 37, 38, 38, 36, 37, 37, 37, 37.

Постройте ряд распределения женщин по размеру обуви.

### Задача 2.4

Рабочие фирмы по производству пластиковых окон характеризуются следующими показателями:

| Образование         | Стаж работы | Выработка, шт. | Месячная зарплата, тыс. руб. |
|---------------------|-------------|----------------|------------------------------|
| Начальное           | 0           | 28             | 14                           |
| Среднее             | 0           | 35             | 15                           |
| Среднее             | 20          | 68             | 24                           |
| Неполное среднее    | 20          | 65             | 22                           |
| Специальное среднее | 9           | 55             | 185                          |
| Высшее              | 20          | 65             | 25                           |
| Начальное           | 6           | 45             | 15                           |
| Среднее             | 25          | 68             | 24                           |
| Неполное среднее    | 14          | 55             | 18                           |
| Специальное среднее | 0           | 40             | 15                           |
| Неполное среднее    | 13          | 56             | 18,5                         |
| Высшее              | 5           | 48             | 16                           |

| Образование          | Стаж работы | Выработка, шт. | Месячная зарплата, тыс. руб. |
|----------------------|-------------|----------------|------------------------------|
| Начальное            | 12          | 50             | 17,5                         |
| Неполное среднее     | 20          | 65             | 22                           |
| Специальное среднее  | 1           | 42             | 15,5                         |
| Среднее              | 1           | 40             | 15                           |
| Специальное среднее  | 2           | 42             | 16                           |
| Среднее              | 26          | 70             | 28                           |
| Незаконченное высшее | 25          | 70             | 28                           |
| Неполное среднее     | 17          | 60             | 18                           |
| Начальное            | 18          | 55             | 17                           |
| Среднее              | 18          | 71             | 30                           |
| Неполное среднее     | 25          | 60             | 25                           |
| Специальное среднее  | 25          | 70             | 30                           |
| Неполное среднее     | 25          | 62             | 26                           |
| Среднее              | 1           | 40             | 15                           |
| Незаконченное высшее | 10          | 65             | 26                           |
| Начальное            | 16          | 54             | 16                           |
| Неполное среднее     | 26          | 65             | 28                           |
| Специальное среднее  | 22          | 68             | 29                           |
| Неполное среднее     | 3           | 32             | 15                           |

1. Используя комбинацию признаков, проведите типологическую группировку рабочих по уровню квалификации, применяя специализацию признаков и специализацию интервалов.

2. В пределах выделенных типов выполните аналитическую группировку для оценки связи между стажем работы и средней выработкой.

Результаты представьте в табличной форме.

### Задача 2.5

Агентство недвижимости предлагает на продажу двух- и трехкомнатные квартиры. Применяя метод группировок, проанализируйте структуру предложения по районам города и по типу квартир.

| Тип квартиры         | Район           | Жилая площадь | Кухня | Санузел | Цена, тыс. руб. |
|----------------------|-----------------|---------------|-------|---------|-----------------|
| <i>Двухкомнатные</i> |                 |               |       |         |                 |
| см.                  | Центральный     | 32            | 6     | с       | 4560            |
| из.                  | Центральный     | 27            | 8     | р       | 5100            |
| см.                  | Железнодорожный | 31            | 6     | с       | 4100            |
| из.                  | Железнодорожный | 32            | 8     | р       | 5400            |
| см.                  | Железнодорожный | 29            | 6     | с       | 4530            |
| из.                  | Железнодорожный | 25            | 6     | с       | 4100            |
| см.                  | Дзержинский     | 31            | 6     | с       | 3950            |
| из.                  | Дзержинский     | 27            | 7     | р       | 4000            |
| из.                  | Дзержинский     | 25            | 6     | р       | 3800            |
| из.                  | Дзержинский     | 28            | 7     | р       | 3950            |
| из.                  | Кировский       | 32            | 6     | с       | 5700            |
| см.                  | Кировский       | 24            | 8     | с       | 3950            |
| из.                  | Кировский       | 28            | 7     | р       | 3900            |
| из.                  | Кировский       | 31            | 6     | с       | 4100            |
| см.                  | Кировский       | 32            | 6     | с       | 4100            |
| из.                  | Калининский     | 36            | 13    | р       | 6000            |
| из.                  | Калининский     | 27            | 7     | р       | 4000            |
| см.                  | Калининский     | 30            | 6     | р       | 3950            |
| из.                  | Калининский     | 31            | 9     | р       | 4200            |

| Тип квартиры         | Район           | Жилая площадь | Кухня | Санузел | Цена, тыс. руб. |
|----------------------|-----------------|---------------|-------|---------|-----------------|
| из.                  | Октябрьский     | 31            | 9     | р       | 4200            |
| из.                  | Октябрьский     | 31            | 9     | р       | 4100            |
| из.                  | Октябрьский     | 33            | 9     | р       | 5200            |
| из.                  | Октябрьский     | 31            | 9     | р       | 4500            |
| <i>Трехкомнатные</i> |                 |               |       |         |                 |
| из.                  | Советский       | 40            | 8     | р       | 6100            |
| из., п\г             | Центральный     | 51            | 10    | р       | 8080            |
| из.                  | Центральный     | 53            | 9     | р       | 6000            |
| из.                  | Центральный     | 48            | 9     | р       | 6300            |
| из.                  | Железнодорожный | 43            | 10    | р       | 7600            |
| из.                  | Железнодорожный | 41            | 6     | с       | 7200            |
| из.                  | Железнодорожный | 46            | 16    | с       | 9000            |
| см.-из.              | Дзержинский     | 43            | 7     | р       | 7550            |
| из.                  | Дзержинский     | 40            | 7     | р       | 7200            |
| см.-из.              | Кировский       | 42            | 7     | р       | 5200            |
| из.                  | Кировский       | 37            | 7     | р       | 5200            |
| из.                  | Калининский     | 42            | 13    | р       | 7900            |
| из.                  | Калининский     | 41            | 7     | р       | 6300            |
| из.                  | Октябрьский     | 35            | 9     | р       | 5400            |
| из.                  | Октябрьский     | 40            | 6     | р       | 6700            |
| см.                  | Ленинский       | 42            | 6     | с       | 4280            |
| из.                  | Ленинский       | 48            | 10    | р       | 6600            |
| из.                  | Заельцовский    | 44            | 10    | р       | 7600            |
| см.-из.              | Заельцовский    | 43            | 7     | р       | 5550            |

**Примечание:** комнаты: см. – смежные, из. – изолированные, см.-из. – смежно-изолированные, п\г – полногабаритные; санузел: р – отдельный; с – совместный.

### Задача 2.6

Используя данные задачи 2.5, выполните аналитическую группировку для оценки связи между типом квартиры и ценой.

### Задача 2.7

Численность осужденных в республике распределяется по возрастам следующим образом:

| (чел.)       |         |         |
|--------------|---------|---------|
| Возраст, лет | 2009 г. | 2010 г. |
| 14–17        | 1959    | 2965    |
| 18–24        | 2673    | 5477    |
| 25–29        | 2183    | 2962    |
| 30–49        | 4512    | 8137    |
| 50 и старше  | 585     | 908     |

Определите, в каком году и в какой возрастной группе численность осужденных на 1000 человек была больше, если распределение населения республики по возрастным группам следующее:

| (чел.)       |         |         |
|--------------|---------|---------|
| Возраст, лет | 2009 г. | 2010 г. |
| 0–9          | 429,4   | 376,5   |
| 10–19,       | 405,5   | 428,1   |
| 20–29        | 377,2   | 355,8   |
| 30–39        | 476,4   | 474,4   |

| Возраст, лет | 2009 г. | 2010 г. |
|--------------|---------|---------|
| 40–49        | 290,3   | 354,6   |
| 50–59        | 337,9   | 306,1   |
| 60–69        | 267     | 277,7   |
| 70 и старше  | 164     | 170,8   |

## Задача 2.8

Основные показатели социально-экономического развития регионов Сибирского федерального округа в 2009 году сведены в таблицу.

| Регион                   | Объем промышленной продукции, млн руб. | Кап. вложения за счет всех источников финансирования, млн руб. | Ввод в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> | Производство молока, тыс. т | Производство мяса в живом весе, тыс. т | Розничный товарооборот, млн руб. | Население, тыс. чел. | Индекс физического объема производства, в % к прошлому году |
|--------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------|----------------------------------------|----------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------|
| 1. Красноярский край     | 124498                                 | 12684                                                          | 424,5                                            | 783,7                       | 137,5                                  | 28394                            | 3032                 | 108                                                         |
| 2. Алтайский край        | 21461                                  | 5307,2                                                         | 448,3                                            | 1204,1                      | 162                                    | 17321,3                          | 2642,6               | 117,7                                                       |
| 3. Новосибирская область | 24699,2                                | 5911,7                                                         | 452,1                                            | 868,1                       | 176,5                                  | 29434,5                          | 2730,5               | 107,6                                                       |
| 4. Томская область       | 15562                                  | 5962,8                                                         | 202                                              | 205,9                       | 46,9                                   | 9649,3                           | 1064,8               | 102,7                                                       |
| 5. Кемеровская область   | 63934                                  | 11405                                                          | 481,3                                            | 481,5                       | 99,8                                   | 26431,6                          | 2962,1               | 119,1                                                       |
| 6. Омская область        | 16996                                  | 4213,9                                                         | 258,8                                            | 794,5                       | 190,8                                  | 17409,1                          | 2147,5               | 101,9                                                       |
| 7. Иркутская область     | 72403                                  | 8327,8                                                         | 216,9                                            | 477,4                       | 112,3                                  | 33008,6                          | 2728,8               | 110,9                                                       |
| 8. Читинская область     | 7186                                   | 3282,2                                                         | 67,3                                             | 291,5                       | 86,5                                   | 4895,8                           | 1246,7               | 108,4                                                       |
| 9. Республика Алтай      | 227                                    | 220,2                                                          | 19,6                                             | 54,9                        | 17,2                                   | 943,3                            | 204,8                | 171,4                                                       |
| 10. Республика Тыва      | 609                                    | 281,1                                                          | 18,3                                             | 49,5                        | 30,5                                   | 1259,5                           | 310,7                | 110                                                         |
| 11. Республика Хакасия   | 10660                                  | 1898,1                                                         | 64,3                                             | 116,6                       | 34,8                                   | 4285,7                           | 578,3                | 102                                                         |
| 12. Республика Бурятия   | 8292                                   | 2711,2                                                         | 177,4                                            | 168,7                       | 62                                     | 8616,9                           | 1026,3               | 114,3                                                       |

На основании этих данных, применяя метод многомерной средней, выделите три типа регионов по уровню социально-экономического развития.

### Задача 2.9

Рассчитав матрицу расстояний и применяя метод шаров, выделите типы однокачественной динамики индекса потребительских цен в 2009 году.

| Индекс потребительских цен в 2010 г. (на конец месяца, в % к предыдущему году) |       |          |       |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------|----------|-------|
| Месяц                                                                          | ИПЦ   | Месяц    | ИПЦ   |
| Январь                                                                         | 102,3 | Июль     | 101,8 |
| Февраль                                                                        | 101   | Август   | 101   |
| Март                                                                           | 100,6 | Сентябрь | 101,3 |
| Апрель                                                                         | 100,9 | Октябрь  | 102,1 |
| Май                                                                            | 101,8 | Ноябрь   | 101,5 |
| Июнь                                                                           | 102,6 | Декабрь  | 101,6 |

### Задача 2.10

По десяти показателям, характеризующим деятельность предприятий, рассчитаны коэффициенты парной корреляции между предприятиями:

|     | U1 | U2   | U3   | U4   | U5   | U6   | U7   | U8   | U9   | U10  |
|-----|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| U1  | 1  | 0,78 | 0,76 | 0,65 | 0,74 | 0,94 | 0,58 | 0,91 | 0,95 | 0,77 |
| U2  |    | 1    | 0,81 | 0,79 | 0,67 | 0,9  | 0,53 | 0,98 | 0,64 | 0,65 |
| U3  |    |      | 1    | 0,42 | 0,51 | 0,63 | 0,49 | 0,63 | 0,67 | 0,7  |
| U4  |    |      |      | 1    | 0,8  | 0,79 | 0,66 | 0,85 | 0,68 | 0,64 |
| U5  |    |      |      |      | 1    | 0,61 | 0,7  | 0,58 | 0,8  | 0,71 |
| U6  |    |      |      |      |      | 1    | 0,97 | 0,99 | 0,72 | 0,7  |
| U7  |    |      |      |      |      |      | 1    | 0,54 | 0,99 | 0,68 |
| U8  |    |      |      |      |      |      |      | 1    | 0,75 | 0,74 |
| U9  |    |      |      |      |      |      |      |      | 1    | 0,99 |
| U10 |    |      |      |      |      |      |      |      |      | 1    |

Методом корреляционных плеяд выполните многомерную группировку предприятий.

### Задача 2.11

По десяти петербургским эмитентам приведены коэффициенты парной корреляции цен акций. Выполните методом дендритов типологическую группировку петербургских эмитентов.

|                    | БМП   | «Электро-<br>сила» | Ижорские<br>заводы | Кировский<br>завод | «Красный<br>выборжец» | ЛОМО | Ленэнерго | ММТ | ПТС | СЗП |
|--------------------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|------|-----------|-----|-----|-----|
| БМП                | 1     |                    |                    |                    |                       |      |           |     |     |     |
| «Электросила»      | 0,77  | 1                  |                    |                    |                       |      |           |     |     |     |
| Ижорские заводы    | -0,29 | -0,11              | 1                  |                    |                       |      |           |     |     |     |
| Кировский завод    | -0,11 | -0,01              | 0,03               | 1                  |                       |      |           |     |     |     |
| «Красный выборжец» | 0,81  | 0,73               | -0,41              | -0,02              | 1                     |      |           |     |     |     |
| ЛОМО               | 0,71  | 0,82               | 0,17               | -0,01              | 0,63                  | 1    |           |     |     |     |

|           | БМП   | «Электро-<br>сила» | Ижорские<br>заводы | Кировский<br>завод | «Красный<br>выборжец» | ЛОМО | Ленэнерго | ММТ  | ПТС  | СЗП |
|-----------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|------|-----------|------|------|-----|
| Ленэнерго | -0,48 | -0,26              | 0,86               | -0,01              | -0,47                 | 0,06 | 1         |      |      |     |
| ММТ       | -0,27 | -0,16              | 0,75               | 0,01               | -0,39                 | 0,08 | 0,77      | 1    |      |     |
| ПТС       | -0,43 | -0,23              | 0,77               | 0,01               | -0,46                 | 0    | 0,85      | 0,92 | 1    |     |
| СЗП       | 0,7   | 0,77               | -0,15              | 0                  | 0,68                  | 0,79 | -0,28     | -0,3 | -0,3 | 1   |

## ТЕСТ

**Вопрос 1. Группировка, в которой происходит разбиение однородной совокупности на группы, называется:**

1. Типологической группировкой.
2. Структурной группировкой.
3. Аналитической группировкой.

**Вопрос 2. Что такое статистическая таблица?**

1. Перечень признаков элементов статистической совокупности.
2. Сводная числовая характеристика исследуемой статистической совокупности по одному или нескольким существенным признакам, представленная в виде строк и столбцов.
3. Прямоугольная система чисел.
4. Чертеж, на котором статистические совокупности изображены в виде условных геометрических образов или значков.
5. Текстовое описание элементов статистической совокупности.

**Вопрос 3. Сказуемое статистической таблицы – это...**

1. Главный член предложения.
2. Система статистических показателей, которыми характеризуется подлежащее статистической таблицы.
3. Графический образ статистической совокупности.
4. Описание статистической совокупности.
5. Картограмма.

**Вопрос 4. Группировкой в статистике называется:**

1. Обобщение конкретных единичных фактов, образующих статистическую совокупность.
2. Обработка первичного материала централизованно от начала и до конца.
3. Расчленение множества единиц изучаемой совокупности на группы по определенным существенным для них признакам.
4. Проведение выборочного наблюдения за единицами статистической совокупности.
5. Выявление ошибок и повышение точности наблюдения.

**Вопрос 5. Статистическим рядом распределения называется:**

1. Графическое представление элементов статистической совокупности.
2. Упорядочивание элементов статистической совокупности по определенному варьирующему признаку.
3. Распределение массовых процессов и явлений по определенным группам, классам, разрядам.

4. Разделение единиц статистической совокупности по принадлежности тому или иному признаку.
5. Табличное представление статистических данных.

### ***Тема 3: «Абсолютные и относительные показатели»***

Специфика статистического изучения действительности состоит в том, что при конструировании показателей, отражающих количественную сторону массовых общественных явлений, статистика опирается на сформулированные экономической наукой понятия, отражающие сущность явлений. Понятия экономической науки являются определяющими в процессе перехода от категорий экономической науки к системе статистических показателей, так как лишь после того, как выяснены сущность и отличительные особенности той или иной формы, имеет смысл иллюстрировать ее развитие с помощью обработанных определенным образом статистических данных.

Статистическое исследование независимо от его масштабов и целей всегда завершается расчетом и анализом различных по виду и форме выражения статистических показателей. *Статистический показатель* содержит количественную характеристику тех или иных свойств экономических явлений. С помощью показателей определяется, что, где и когда, каким образом следует численно измерить. Каждый статистический показатель с возможной точностью должен соответствовать сущности того явления, которое он измеряет.

Как правило, изучаемые статистикой процессы и явления достаточно сложны и их сущность не может быть отражена посредством одного отдельно взятого показателя. В таких случаях используется система статистических показателей – совокупность взаимосвязанных показателей, имеющая одноуровневую или многоуровневую структуру и нацеленная на решение конкретной статистической задачи.

Все статистические показатели по охвату единиц совокупности разделяются на индивидуальные и сводные, а по форме выражения – на абсолютные, относительные и средние.

Индивидуальные показатели характеризуют отдельно взятый объект или единицу совокупности, корпорацию, предприятие, домохозяйство. Примером индивидуального абсолютного показателя может служить численность промышленно-производственного персонала предприятия.

На основе соотнесения двух индивидуальных абсолютных показателей, характеризующих один и тот же объект или единицу, получают индивидуальный относительный показатель. В статистике рассчитываются и индивидуальные средние, но только во временном измерении (среднегодовая численность промышленно-производственного персонала предприятия).

В отличие от индивидуальных сводные показатели характеризуют группу единиц, представляющую собой часть статистической совокупности или всю совокупность в целом.

#### ***Абсолютные показатели***

Исходной, первичной формой выражения статистических показателей являются абсолютные величины. Их получают путем непосредственного суммирования первичных данных. Статистические показатели в форме абсолютных величин выражают абсолютные размеры изучаемых статистикой процессов и явлений, а именно: их массу, площадь, объем, протяженность, временные характеристики, а также могут представлять объем совокупности, то есть число составляющих ее единиц.

*Индивидуальные абсолютные показатели* получают непосредственно в процессе статистического наблюдения как результат замера, подсчета и т. д.

*Сводные объемные показатели*, характеризующие объем признака или объем совокупности в целом как по изучаемому объекту, так и по какой-либо его части, получают в результате сводки и группировки индивидуальных значений.

Абсолютные статистические показатели всегда являются именованными числами. В зависимости от социально-экономической сущности исследуемых явлений, их физических свойств они выражаются в натуральных, стоимостных или трудовых единицах измерения. В группу натуральных также входят условно-натуральные измерители, используемые в тех случаях, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех разновидностей потребительского свойства.

Перевод в условные единицы измерения осуществляется на основе специальных коэффициентов, рассчитываемых как отношение потребительских свойств отдельных разновидностей продукта к эталонному значению. В отдельных случаях для характеристики какого-либо явления или процесса одной единицы измерения недостаточно и используется произведение двух единиц. Примером этому могут служить такие показатели, как грузооборот и пассажирооборот, оцениваемые, соответственно, в тонно-километрах и пассажиро-километрах, производство электроэнергии, измеряемое в киловатт-часах, и т. д.

В условиях рыночной экономики наибольшее значение и применение имеют стоимостные единицы измерения, позволяющие получить денежную оценку социально-экономических явлений и процессов. При анализе и сопоставлении стоимостных показателей необходимо иметь в виду, что в условиях высоких или относительно высоких темпов инфляции они становятся несопоставимыми. Для того, чтобы произвести подобные сравнения, там, где это возможно, осуществляют пересчет в сопоставимые цены.

К трудовым единицам измерения, позволяющим учитывать как общие затраты труда, так и трудоемкость отдельных операций технологического процесса, относятся человеко-дни и человеко-часы.

На основе абсолютных величин исчисляют относительные показатели.

### ***Относительные показатели***

*Относительный показатель* представляет собой результат деления одного абсолютно-го показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений. Поэтому по отношению к абсолютным показателям относительные показатели или показатели в форме относительных величин являются производными, вторичными. Без относительных показателей невозможно измерить интенсивность развития изучаемого явления во времени, оценить уровень развития одного явления на фоне других взаимосвязанных с ним явлений, осуществить пространственно-территориальные сравнения, в том числе и на международном уровне.

При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе получаемого отношения, называется текущим, или сравниваемым. Показатель же, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется основанием или базой сравнения. Результат такого сопоставления может быть представлен коэффициентом (база сравнения принята за единицу) или выражен в процентах и показывает, во сколько раз или на сколько процентов сравниваемый показатель больше или меньше базисного.

Относительные показатели могут выражаться в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле или быть именованными числами. Если база сравнения принимается за 1, то относительный показатель выражается в коэффициентах, если база принимается за 100, 1000 или 10000, то относительный показатель, соответственно, выражается в процентах, промилле, продецимилле.

В зависимости от задач, содержания и познавательного значения все используемые на практике относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды.

**1. Относительный показатель динамики** характеризует изменение уровня развития какого-либо явления во времени и представляет собой отношение уровня исследуемого про-

цесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) к уровню этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \text{текущий уровень/базисный или предшествовавший уровень.} \quad (3.1)$$

Данный показатель может быть выражен в коэффициентах или процентах.

Различают относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения. Если сравнение осуществляется с одним и тем же базисным уровнем, например, первым годом рассматриваемого периода, получают относительные показатели динамики с постоянной базой (базисные). При расчете относительных показателей динамики с переменной базой (цепных) сравнение осуществляется с предшествующим уровнем, то есть основание относительной величины последовательно меняется.

**2. Относительные показатели планового задания и выполнения договорных (плановых) обязательств.** Все субъекты финансово-хозяйственной деятельности, от небольших индивидуальных частных предприятий и до крупных корпораций, в той или иной степени осуществляют как оперативное, так и стратегическое планирование, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются относительные показатели планового задания (ОППЗ) и выполнения договорных (плановых) обязательств (ОПВДО).

Первый из этих показателей характеризует напряженность плана, то есть во сколько раз намечаемый объем производства превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит. Второй показатель отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с договорным (плановым) уровнем.

$$\text{ОППЗ} = (\text{уровень, планируемый на } (i + 1) \text{ период/уровень, достигнутый в } i \text{ периоде}) \times 100 \%. \quad (3.2)$$

$$\text{ОПВДО} = (\text{уровень, достигнутый в } (i + 1) \text{ периоде/уровень, планируемый на } (i + 1) \text{ период}) \times 100 \%. \quad (3.3)$$

**3. Относительный показатель структуры** представляет собой соотношение структурных частей изучаемого объекта ( $f_i$ ) и их целого ( $\sum f_i$ ):

$$\text{ОПС} = (f_i / \sum f_i) \times 100 \%. \quad (3.4)$$

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанная величина, соответственно называемая долей или удельным весом, показывает, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

**4. Относительный показатель координации** представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности, принятой за базу сравнения. Эта величина показывает, во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на одну единицу (иногда – на 100, 1000 и т. д. единиц) базисной структурной части.

$$\text{ОПК} = (\text{часть совокупности/другая часть этой же совокупности}) \times 100 \% \quad (3.5)$$

**5. Относительный показатель интенсивности** характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды. Данный показатель получают сопоставлением уровней двух взаимосвязанных в своем развитии явлений. Поэтому наиболее часто он представ-

ляет собой именованную величину, но может быть выражен в процентах, промилле, продецимилле.

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются относительные показатели уровня экономического развития, характеризующие производство различных видов продукции (в стоимостном и натуральном выражении) в расчете на душу населения и играющие важную роль в оценке развития экономики государства.

**6. Относительный показатель сравнения** представляет собой соотношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т. п.), для выражения данного показателя могут использоваться как коэффициенты, так и проценты.

## РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### ПРИМЕР 1

Среднегодовая численность населения области в 2010 г. была 2540,7 тыс. чел. Из них было занято в экономике 926,2 тыс. чел. (в 2009 г. было занято 957,1 тыс. чел. при общей численности населения 2518,1 тыс. чел.), безработные составили 25,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием – 3,0 тыс. чел., молодежь в возрасте от 16 до 29 лет – 7,8, женщины – 18,4 тыс. чел.

Определите относительные величины динамики, структуры, координации.

*РЕШЕНИЕ:*

$$\text{Относительная величина динамики} = \frac{\text{Уровень отчетного года}}{\text{Уровень базисного года}}.$$

$$\text{Относительная величина динамики населения} = \frac{2540,7}{2518,1} = 1,009 \text{ (100,9 \%)}.$$

$$\text{Относительная величина динамики занятых} = \frac{926,2}{957,1} = 0,968 \text{ (96,8 \%)}.$$

$$\text{Относительная величина структуры (удельный вес)} = \frac{\text{Уровень части совокупности}}{\text{Суммарный уровень совокупности}}.$$

$$d_{\text{занятых 2009 г.}} = \frac{957,1}{2518,1} = 0,380 \text{ (38,0 \%)}.$$

$$d_{\text{занятых 2010 г.}} = \frac{926,6}{2540,7} = 0,365 \text{ (36,5 \%)}.$$

Соотношение безработных мужчин и женщин определяется как относительная величина координации:

$$\frac{\text{Уровень одной части совокупности}}{\text{Уровень другой части этой совокупности}} = \frac{18,4}{25,4 - 18,4} = \frac{18,4}{7,0} = 2,6.$$

Безработных женщин в 2,6 раза больше, чем мужчин. Соотношение молодежи и лиц среднего и пожилого возраста в численности безработных равно:

$$\frac{\text{Численность безработной молодежи в возрасте 16 – 19 лет}}{\text{Численность безработных в возрасте 29 – 55(60) лет}} = \frac{7,8}{25,4 - 7,8} = 0,4.$$

На десять человек безработных среднего и пожилого возраста приходится четыре молодых человека в возрасте от 16 до 29 лет.

### ПРИМЕР 2

Бригада рабочих цеха упаковки шоколадной фабрики из трех человек должна собрать 1040 коробок конфет «Ассорти». Первый упаковщик тратит на формирование одной коробки 4 мин., второй – 3 мин. и третий – 2 мин.

Определите, сколько времени потребуется бригаде на формирование заказа.

**РЕШЕНИЕ:**

Общие затраты времени на выполнение задания определяем как:

$$T = \bar{t} \times Q.$$

Здесь  $\bar{t}$  – средняя трудоемкость формирования одной коробки конфет, Q – объем заказа в натуральном измерении.

Среднюю трудоемкость определяем по формуле средней гармонической простой:

$$\bar{t} = \frac{n}{\sum 1/t}.$$

Имеем  $n = 3$ ,  $t_1 = 4$ ,  $t_2 = 3$ ,  $t_3 = 2$ . Соответственно получаем:

$$\bar{t} = \frac{3}{1/4 + 1/3 + 1/2} = \frac{36}{13} (\text{мин.}).$$

$$\text{Тогда, } T = \frac{36}{13} \cdot 1040 = 2880 (\text{мин.}).$$

Бригаде потребуется (2880:60:3:8) два полных восьмичасовых рабочих дня.

### ПРИМЕР 3

Крестьянские хозяйства подразделяются по размерам земельных угодий следующим образом:

| Земельные угодья, га | Число хозяйств, ед. |
|----------------------|---------------------|
| До 3                 | 30                  |
| 4–5                  | 50                  |
| 6–10                 | 400                 |
| 11–20                | 800                 |
| 21–50                | 1800                |
| 51–70                | 600                 |
| 71–100               | 700                 |
| 101–200              | 700                 |
| 201 и больше         | 120                 |

Рассчитайте:

- 1) средний размер земельных угодий;
- 2) показатели вариации: размах, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Оцените количественную однородность совокупности;
- 3) моду и медиану.

**РЕШЕНИЕ:**

Для расчета требуемых показателей следует перейти от вариационного ряда к дискретному. Для этого находится середина каждого интервала. Расчет показателей легче выполнять в таблице:

| Земельные угодья, га | Число хозяйств, ед. | $x$   | $xf$              | $ x_i - \bar{x} $ | $ x_i - \bar{x}  \cdot f$ | $(x_i - x)^2$ | $(x_i - x)^2 \cdot f$ | Накопленные частоты | Плотность, $f/i$ |
|----------------------|---------------------|-------|-------------------|-------------------|---------------------------|---------------|-----------------------|---------------------|------------------|
| До 3                 | 30                  | 2,5   | 75                | 57,4              | 1722                      | 3294,76       | 98842,8               | 30                  | 15               |
| 4–5                  | 50                  | 4,5   | 225               | 55,4              | 2770                      | 3069,16       | 153458,0              | 80                  | 25               |
| 6–10                 | 400                 | 8     | 3200              | 51,9              | 20760                     | 2693,61       | 1077444,0             | 480                 | 80               |
| 11–20                | 800                 | 15,5  | 12400             | 44,4              | 35520                     | 1971,36       | 1577088,0             | 1280                | 80               |
| 21–50                | 1800                | 35,5  | 63900             | 24,4              | 43920                     | 595,36        | 1071648,0             | 3080                | 60               |
| 51–70                | 600                 | 60,5  | 36300             | 0,6               | 360                       | 0,36          | 216,0                 | 3680                | 30               |
| 71–100               | 700                 | 85,5  | 59850             | 25,6              | 17920                     | 655,36        | 458752,0              | 4380                | 23,3             |
| 101–200              | 700                 | 150,5 | 105350            | 90,6              | 63420                     | 8208,36       | 5745852,0             | 5080                | 7                |
| 201 и >              | 120                 | 250,5 | 30060             | 190,6             | 22872                     | 36328,36      | 4359403,2             | 5200                | 1,2              |
| <b>Итого:</b>        | $\Sigma = 5200$     |       | $\Sigma = 311360$ |                   | $\Sigma = 209264$         |               | $\Sigma = 14542704$   |                     |                  |

1. Средний размер земельных угодий на одно крестьянское хозяйство определяется:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma},$$

где  $x$  – среднее значение признака;  $x$  – срединное значение интервала, в котором изменяется варианта (значение) осредняемого признака;  $f$  – частота, с которой встречается данное значение осредняемого признака.

$$\bar{x} = \frac{311360}{5200} = 59,9 \text{ (га)}.$$

2. К показателям вариации относятся:

а) размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где  $x_{\max}$  – максимальное значение признака (максимальное срединное значение интервала);  $x_{\min}$  – минимальное значение признака;

б) среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{\Sigma |x_i - \bar{x}| \cdot f}{\Sigma f};$$

в) среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (\bar{x}_i - x)^2 \cdot f}{\Sigma f}};$$

г) коэффициент вариации:

$$v = \frac{\delta}{\bar{x}} \cdot 100 \%$$

Рассчитаем указанные показатели вариации. Размах вариации:

$$R = 250,5 - 2,5 = 248 \text{ (га)}.$$

Среднее линейное отклонение:

$$\bar{l} = \frac{209264}{5200} = 40,2 \text{ (га)}.$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\delta = \sqrt{\frac{14542704}{5200}} = \sqrt{2796,67} = 52,88 \text{ (га)}.$$

Коэффициент вариации:

$$v = \frac{52,88}{59,9} = 0,882 \text{ (88,2 \%)}.$$

Крестьянские хозяйства количественно неоднородны по размеру земельных угодий.

3. Мода и медиана относятся к особому виду средних величин – структурным средним.

Мода – это наиболее часто встречаемое значение признака.

Медиана – величина признака у единицы, находящейся в середине упорядоченного ряда.

В интервальных рядах распределения структурные средние рассчитываются по особым формулам.

При расчете моды можно применить следующую формулу:

$$M_0 = x_0 + i_m \cdot \frac{\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m-1}}{i_{m-1}}}{\left(\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m-1}}{i_{m-1}}\right) + \left(\frac{f_m}{i_m} - \frac{f_{m+1}}{i_{m+1}}\right)},$$

здесь  $x_0$  – начало модального интервала, модальный интервал – интервал, в котором достигает максимума величина  $f/i$  – отношение частоты интервала к его величине;  $i_m, i_{m-1}, i_{m+1}$  – величина соответственно модального, до- и послемодального интервалов;  $f_m, f_{m-1}, f_{m+1}$  – частота модального, до- и послемодального интервалов соответственно.

**ПРИМЕЧАНИЕ:**

В случае равных интервалов формула моды примет привычный вид:

$$M_0 = x_0 + i_m \cdot \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}.$$

Медиана рассчитывается по формуле:

$$M_e = x_0 + i_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где  $x_0$  – нижняя граница медианного интервала;  $i_{Me}$  – величина медианного интервала;  $\frac{\Sigma f}{2}$  – половина от общего числа наблюдений;  $S_{Me}$  – сумма накопленных частот до начала медианного интервала;  $f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Рассчитаем структурные средние:

А. Определяем модальный интервал, в нашем примере их два: [6–10] и [11–20]. Для расчета моды подставим в формулу все переменные:

$$M_{e(6-10)} = 6 + 5 \cdot \frac{80 - 25}{(80 - 25) + (80 - 80)} = 6 + 5 \cdot 1 = 11(\text{га})$$

$$M_{e(11-20)} = 11 + 10 \cdot \frac{80 - 80}{(80 - 80) + (80 - 60)} = 11 + 10 \cdot 0 = 11(\text{га})$$

Следовательно, наиболее часто встречаемый размер земельных угодий – 11 га.

Б. Для расчета медианы определяем медианный интервал – это тот интервал, в котором находится  $\frac{5200 + 1}{2} = 2601$  крестьянское хозяйство.

В нашем примере – интервал [21–50].

Подставляем в формулу значения:

$$M_e = 21 + 29 \cdot \frac{2600 - 1280}{1800} = 21 + 29 \cdot \frac{1320}{1800} = 21 + 29 \cdot 0,73 = 42,6(\text{га}).$$

Следовательно, 50 % крестьянских хозяйств имеют размер земельных угодий меньше 42,6 га, а остальные 50 % – больше.

#### ПРИМЕР 4

Для установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в одном из хозяйств на основе выборки определили урожай на десяти кустах винограда:

| Сорт винограда | Число проверенных кустов | Урожай с куста, кг |     |     |     |     |
|----------------|--------------------------|--------------------|-----|-----|-----|-----|
|                |                          | № 1                | № 2 | № 3 | № 4 | № 5 |
| А              | 3                        | 6                  | 5   | 7   | –   | –   |
| Б              | 5                        | 7                  | 6   | 8   | 5   | 9   |
| В              | 2                        | 9                  | 7   | –   | –   | –   |

Исчислите общую, межгрупповую и среднюю из групповых (частных) дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью.

**РЕШЕНИЕ:**

Если совокупность разбита на группы, то дисперсию признака  $\delta^2$  можно определить как сумму межгрупповой дисперсии  $\delta_{м.гр}^2$  и средней из групповых дисперсий  $\overline{\delta_i^2}$ .

$$\delta^2 = \overline{\delta_i^2} + \delta_{м.гр}^2$$

$$\overline{\delta_i^2} = \frac{\Sigma(\delta_i^2 \cdot f_i)}{\Sigma f_i},$$

где  $\delta_i^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{f_i}$  – дисперсия признака в группе  $i$  (групповая дисперсия);  $x$  – индивидуальное значение признака;  $\bar{x}$  – среднее значение признака в группе  $i$ ;  $f_i$  – число наблюдений в группе  $i$ .

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i},$$

где  $\bar{x}$  – среднее значение признака в совокупности.

Отношение межгрупповой дисперсии к общей даст возможность измерить вариацию результативного признака за счет торного, то есть признака, положенного в основание группировки, и тем самым судить о связи между изучаемыми признаками.

$$\eta^2 = \frac{\delta_{м.гр.}^2}{\delta^2},$$

где  $\eta^2$  – коэффициент детерминации.

Для характеристики тесноты связи берется показатель  $\eta$  – эмпирическое корреляционное отношение, рассчитываемое как:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_{м.гр.}^2}{\delta^2}}.$$

Эмпирическое корреляционное отношение варьируется в пределах от 0 до 1. При  $\eta = 0$  связи нет, при  $\eta = 1$  – связь полная.

Применим правило сложения дисперсии к исходным данным.

1. Групповые средние, то есть средняя урожайность по каждому сорту винограда, равны:

$$x_A = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{6 + 5 + 7}{3} = 6 \text{ (кг)}.$$

$$x_B = \frac{7 + 6 + 8 + 5 + 9}{5} = 7 \text{ (кг)}.$$

$$x_B = \frac{9 + 7}{2} = 8 \text{ (кг)}.$$

2. Определяем среднюю урожайность винограда по хозяйству:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(x_i \cdot f_i)}{\Sigma f_i} = \frac{6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 2}{10} = 6,9 \text{ (кг)}.$$

3. Определяем групповую (частную) дисперсию урожайности для каждого сорта отдельно:

$$\delta_A^2 = \frac{(6 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (7 - 6)^2}{3} = 0,667,$$

$$\delta_B^2 = \frac{(7 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (8 - 7)^2 + (5 - 7)^2 + (9 - 7)^2}{5} = 2,000,$$

$$\delta_B^2 = \frac{(8-9)^2 + (8-7)^2}{2} = 1,000.$$

4. Средняя из частных дисперсий:

$$\overline{\delta_i^2} = \frac{0,667 \cdot 3 + 2,000 \cdot 5 + 1,000 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{14,001}{10} = 1,4.$$

5. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{(6-6,9)^2 \cdot 3 + (7-6,9)^2 \cdot 5 + (8-6,9)^2 \cdot 2}{3 + 5 + 2} = \frac{4,9}{10} = 4,9.$$

6. Определяем общую дисперсию урожайности по всей совокупности, используя правило сложения дисперсий:

$$\delta^2 = 1,40 + 0,49 = 1,89.$$

Проверим этот вывод путем расчета общей дисперсии обычным способом:

где

$$\delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{(6-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (7-7,9)^2 + (7-6,9)^2 + (6-6,9)^2 + (8-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + (7-6,9)^2}{10} = 1,89.$$

7. Определим коэффициент детерминации –  $\eta^2$ :

$$\eta^2 = \frac{0,49}{1,89} = 0,26 \text{ (26 \%)}.$$

Таким образом, только на 26 % вариация урожайности обусловлена различиями между сортами, а на 74 % – другими факторами (характером почвы, удобренностью участков, поливом и т. п.).

8. Определяем эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{0,49}{1,89}} = \sqrt{0,26} = 0,5.$$

Следовательно, можно утверждать, что связь умеренная.

### ПРИМЕР 5

Есть две группы людей с разным среднемесячным доходом (тыс. руб.):

группа А – 3, 3, 3, 4;

группа Б – 6, 6, 7.

В какую группу нужно отнести человека со среднемесячным доходом 5 тыс. руб.?

**РЕШЕНИЕ:**

Чтобы определить, в какую группу отнести новую единицу совокупности, следует рассчитать такую статистическую характеристику, которая показывала бы, наилучшим ли обра-

зом объединены в группы все единицы совокупности. Этой характеристикой является межгрупповая дисперсия (см. пример 4). Чем она выше, тем группы дальше отстоят одна от другой.

1. Пусть человек с доходом 5 тыс. руб. входит в группу А. Тогда:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n} = \frac{3 + 3 + 3 + 4 + 5}{5} = 3,6 \text{ (тыс. руб.)}.$$

$$\bar{x}_B = \frac{6 + 6 + 7}{3} = 6,3 \text{ (тыс. руб.)}.$$

$$\bar{x} = \frac{3 + 3 + 3 + 4 + 5 + 6 + 6 + 7}{8} = 4,625 \text{ (тыс. руб.)}.$$

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{(3,6 - 4,625)^2 \cdot 5 + (6,3 - 4,625)^2 \cdot 3}{8} = 1,709.$$

2. Если человек с доходом 5 тыс. руб. принадлежит группе Б, то:

$$\bar{x}_A = \frac{3 + 3 + 3 + 4}{4} = 3,25 \text{ (тыс. руб.)};$$

$$\bar{x}_B = \frac{6 + 6 + 7 + 5}{4} = 6,0 \text{ (тыс. руб.)};$$

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{(3,25 - 4,625)^2 \cdot 4 + (6,0 - 4,625)^2 \cdot 4}{8} = 1,891.$$

Межгрупповая дисперсия больше во втором варианте, следовательно, человека со среднемесячным доходом 5 тыс. руб. надо отнести к группе Б.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### Задача 3.1

Демографическая ситуация области характеризуется следующими данными:

| Зарегистрировано                                 | 2009 г.      | 2010 г.      |
|--------------------------------------------------|--------------|--------------|
| 1. Средняя численность населения                 | 2747850      | 2739000      |
| 2. Родившихся живыми                             | 21700        | 23100        |
| 3. Умерших,<br>в том числе: детей до одного года | 37200<br>338 | 38500<br>347 |
| 4. Браков                                        | 16900        | 17400        |
| 5. Разводов                                      | 9300         | 11900        |

Рассчитайте относительные величины динамики, интенсивности, сравнения и сделайте выводы о естественном движении населения в области.

### Задача 3.2

По данным управления социальной защиты населения администрации области, по состоянию на 01.10.2009 г. на учете в органах социальной защиты населения состояло 663,3

тыс. пенсионеров (на 01.01.2010 г. – 655,3 тыс. чел.), из них 528,1 тыс. – пенсионеры по старости. Средний размер назначенной месячной пенсии составил 7000 руб. (без компенсационных выплат), в том числе по старости – 8500 руб. (на 01.01.2010 г. – соответственно 4270 и 4790 руб.).

С учетом компенсационных выплат средний размер назначенной месячной пенсии составил 9233 руб., в том числе по старости – 9374 руб.

Для сравнения: средняя зарплата работающих составила в 2010 г. 18190 руб., прожиточный минимум пенсионеров на 01.01.2010 г. – 8390 руб.

Для характеристики пенсионного обеспечения в области рассчитайте относительные величины динамики, структуры, координации, сравнения. Сделайте выводы.

### Задача 3.3.

Среднегодовая численность населения края в 2009 г. была 3540,7 тыс. чел. Из них занято в экономике 1926,2 тыс. чел. (в 2008 г. было занято 1957,1 тыс. чел.), безработные составили 55,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием – 3 тыс. чел., молодежь в возрасте от 16 до 29 лет – 78, женщины – 38,4 тыс. чел.

Определите относительные величины динамики, структуры, координации, интенсивности. Сделайте выводы.

### Задача 3.4

Экономика региона характеризуется следующими показателями:

| Показатели                                                        | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. |
|-------------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| 1. Численность населения (на конец года), тыс. чел.               | 2755    | 2754,9  | 2744    | 2745    |
| 2. Производство товаров народного потребления, млрд руб.          | 7,8     | 70      | 519,5   | 1486,2  |
| 3. Ввод в действие общей площади жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> | 410,5   | 494,9   | 452,1   | 504,9   |
| 4. Внешнеторговый оборот, млн долларов США, в том числе:          | 2,4     | 26,8    | 84,5    | 350,2   |
| – экспорт                                                         | 1,4     | 17,8    | 41,5    | 135,1   |
| – импорт                                                          | 1       | 9       | 43      | 215,1   |
| 5. Число посещений театров, тыс. чел.                             | 928,5   | 813,6   | 749,5   | 660     |
| 6. Число больничных коек                                          | 38023   | 37695   | 36515   | 36370   |

Определите:

1. Уровень экономического развития региона по всем показателям, их динамику.
2. По какому показателю динамика экономического развития выше.

### Задача 3.5

Крестьянские хозяйства подразделяются по размерам земельных угодий.

| Земельные угодья, га | Число хозяйств, ед. |
|----------------------|---------------------|
| До 3                 | 34                  |
| 4–5                  | 52                  |
| 6–10                 | 435                 |
| 11–20                | 841                 |
| 21–50                | 1837                |
| 51–70                | 663                 |
| 71–100               | 753                 |
| 101–200              | 732                 |
| Свыше 200            | 133                 |

Рассчитайте:

- 1) средний размер земельных угодий;
- 2) показатели вариации: размах, среднее линейное, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Оцените количественную однородность совокупности;
- 3) моду и медиану.

### Задача 3.6

Население области за отчетный год распределяется по размеру среднедушевого дохода:

| Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб. | Население, тыс. чел. | Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб. | Население, тыс. чел. |
|----------------------------------------|----------------------|----------------------------------------|----------------------|
| До 0,2                                 | 0                    | 4–4,5                                  | 157,4                |
| 0,2–0,4                                | 1,5                  | 4,5–5                                  | 117,3                |
| 0,4–1                                  | 128,8                | 5–6                                    | 152,2                |
| 1–1,5                                  | 329,2                | 6–7                                    | 84,7                 |
| 1,5–2                                  | 422,8                | 7–8                                    | 47,9                 |
| 2–2,5                                  | 408                  | 8–9                                    | 27,6                 |
| 2,5–3                                  | 345,2                | 9–10                                   | 16,3                 |
| 3–3,5                                  | 273,5                | Свыше 10                               | 26,8                 |
| 3,5–4                                  | 209,3                | <b>Всего:</b>                          | 2748,5               |

1. Выполните вторичную группировку исходных данных таким образом, чтобы величина интервала была равной 1 тыс. руб.
2. Используя «способ моментов», рассчитайте средний душевой доход населения области в месяц и его вариацию (дисперсию).
3. Оценить уровень колеблемости среднедушевого дохода населения с помощью размаха вариации, среднего линейного отклонения и коэффициента вариации.
4. По исходным данным определите модальный и медианный размеры среднедушевого дохода в месяц.

### Задача 3.7

Известно распределение вкладчиков отделения Сбербанка по размеру вкладов:

| Вклады, тыс. руб. | Число вкладчиков, тыс. руб. |
|-------------------|-----------------------------|
| До 50             | 168                         |
| 50–100            | 29                          |
| 100–500           | 13                          |
| 500–1000          | 3                           |
| 1000–5000         | 1                           |
| 5000 и более      | 0,109                       |
| <b>Итого:</b>     | 214,109                     |

Рассчитайте структурные средние: медиану, первый и третий квартили и девятый децили.

### Задача 3.8

Имеются данные о распределении населения одной из областей Западной Сибири по среднедушевым денежным доходам, в %.

| Денежные доходы в расчете на душу населения в среднем за месяц, тыс. руб. | Период   |          |
|---------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
|                                                                           | базисный | отчетный |
| Всего                                                                     | 100,0    | 100,0    |
| В том числе: до 10,0                                                      | 3,7      | 0,9      |
| 10,0–15,0                                                                 | 10,5     | 3,5      |
| 15,0–20,0                                                                 | 14,4     | 6,3      |
| 20,0–25,0                                                                 | 14,5     | 8,2      |
| 25,0–30,0                                                                 | 12,7     | 9,0      |
| 30,0–35,0                                                                 | 10,4     | 8,9      |
| 35,0–40,0                                                                 | 8,1      | 8,4      |
| 40,0–45,0                                                                 | 6,2      | 7,6      |
| 45,0–50,0                                                                 | 4,7      | 6,7      |
| 50,0–60,0                                                                 | 6,2      | 10,9     |
| 60,0–70,0                                                                 | 3,5      | 8,9      |
| 70,0–80,0                                                                 | 2,0      | 5,8      |
| 80,0–90,0                                                                 | 1,2      | 4,2      |
| 90,0–100,0                                                                | 0,7      | 3,0      |
| свыше 100,0                                                               | 1,2      | 7,7      |

Определите:

- 1) среднедушевой месячный доход населения области в базисном и отчетном периодах;
- 2) среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации в базисном и отчетном периодах;
- 3) медианные размеры среднедушевых месячных доходов населения области в базисном и отчетном периодах.

Сравните полученные показатели. Сделайте выводы.

### Задача 3.9

Бригада операторов компьютерного набора из трех человек должна выполнить набор книги в 500 страниц. Первый оператор тратит на набор одной страницы 15 мин., второй – 20 мин. и третий – 30 мин. Определите, сколько времени потребуется бригаде на набор книги.

### Задача 3.10

Один рабочий тратит на изготовление детали 2 мин., второй – 6 мин. Каковы средние затраты времени на изготовление одной детали?

### Задача 3.11

Представьте, что у вас есть два варианта получения дополнительного дохода за год.

1. Вы можете продать квартиру за 4000 тыс. руб. и положить деньги на депозитный вклад под 20 % годовых с начислением процентов на проценты ежеквартально.
2. Вы можете сдавать квартиру в аренду за 40 тыс. руб. в месяц. Какой вариант принесет больший доход?

### Задача 3.12

Есть две группы людей с разным месячным доходом (тыс. руб.):

группа А                    20, 20, 20, 30;

группа Б                    50, 50, 60.

В какую группу нужно отнести человека с месячным доходом 40 тыс. руб.?

**Задача 3.13**

Рассчитайте среднюю купюрность денег, выпущенных в обращение:

| Достоинство купюр, руб.       | 1   | 2   | 5   | 10  | 50  | 100 | 500 | 1000 |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Выпущено в обращение, млн шт. | 540 | 500 | 710 | 620 | 600 | 500 | 300 | 100  |

**Задача 3.14**

Котировки фьючерсных контрактов по доллару США на 20.01.2008 г.:

| Дата поставки | Объем контрактов, \$ | Котировка, руб./\$ |
|---------------|----------------------|--------------------|
| Февраль       | 471000               | 28,75              |
| Март          | 108000               | 28,80              |
| Апрель        | 433000               | 28,82              |
| Май           | 1011000              | 28,96              |
| Июнь          | 70000                | 29,10              |
| Июль          | 45000                | 29,25              |

По этим данным рассчитайте среднюю котировку фьючерсных контрактов на 2009 г.

**Задача 3.15**

В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

- а) первая партия – 1000 изделий, из них – 920 качественных, 80 бракованных;
- б) вторая партия – 800 изделий, из них – 730 качественных, 70 бракованных;
- в) третья партия – 900 изделий, из них – 840 качественных, 60 бракованных единиц

продукции.

Определите в целом по трем партиям следующие показатели:

- 1) средний процент качественной продукции и средний процент брака;
- 2) дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации качественной продукции.

**Задача 3.16**

Для установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в двух хозяйствах на основе выборки определили урожай на 20 кустах винограда:

| Сорт винограда   | Число проверенных кустов | Урожай с куста, кг |     |     |     |     |
|------------------|--------------------------|--------------------|-----|-----|-----|-----|
|                  |                          | № 1                | № 2 | № 3 | № 4 | № 5 |
| Первое хозяйство |                          |                    |     |     |     |     |
| А                | 3                        | 6                  | 5   | 7   | –   | –   |
| Б                | 5                        | 7                  | 6   | 8   | 5   | 9   |
| В                | 2                        | 9                  | 7   | –   | –   | –   |
| Второе хозяйство |                          |                    |     |     |     |     |
| А                | 2                        | 5                  | 7   | –   | –   | –   |
| Б                | 5                        | 6                  | 7   | 8   | 5   | 9   |
| В                | 3                        | 9                  | 8   | 7   | –   | –   |

Исчислите: общую, межгрупповую и среднюю из частных дисперсий.

Определите связь между сортом и его урожайностью по каждому из хозяйств отдельно.

Сравните полученные показатели по двум хозяйствам.

Сделайте выводы.

### Задача 3.17

Годовые темпы прироста потребительских цен на товары и услуги (в %) составили за десять лет:

|                 |               |
|-----------------|---------------|
| 2001-й – 222,9  | 2006-й – 21,8 |
| 2002-й – 2594,0 | 2007-й – 11,0 |
| 2003-й – 884,0  | 2008-й – 84,4 |
| 2004-й – 251,2  | 2009-й – 1,3  |
| 2005-й – 128,4  | 2010-й – 20,2 |

Определите среднегодовой темп роста потребительских цен за каждые пять лет в целом и за десятилетие.

### Задача 3.18

Имеются данные по региону о ценах и дивидендах по ценным бумагам за 2004–2010 гг.:

| Ценные бумаги                                       | 2004 г. | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|-----------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. Обыкновенные акции                               | 1060/5  | 1200/10 | 1300/12 | 1 100/6 | 1040/2  | 1250/15 | 1300/16 |
| 2. Акции малых предприятий                          | 900/2   | 1500/20 | 1700/40 | 600/3   | 850/2   | 1400/30 | 600/40  |
| 3. Привилегированные акции                          | 1030/2  | 1100/4  | 1250/10 | 1070/3  | 1020/1  | 1100/5  |         |
| 4. Долгосрочные облигации предприятий               | 1040/2  | 1050/2  | 1100/3  | 1030/2  | 1030/2  | 1080/4  | 1100/5  |
| 5. Долгосрочные государственные облигации           | 1050/2  | 1050/2  | 1070/2  | 1020/2  | 1030/2  | 1050/2  | 1080/2  |
| 6. Государственные долгосрочные казначейские билеты | 1040/2  | 1040/1  | 1060/2  | 1010/0  | 1030/1  | 1050/2  | 1060/2  |
| 7. Облигации государственного займа                 | 1030/3  | 1030/3  | 1050/3  | 1000/3  | 1040/3  | 1040/3  | 1050/3  |

**ПРИМЕЧАНИЕ:** номинал 1000 усл. денежных единиц (цена/дивиденды).

Определите:

- 1) чистую прибыль по ценным бумагам за каждый период в процентах;
- 2) среднюю прибыльность по каждой ценной бумаге в 2010 г.;
- 3) уровень риска каждой ценной бумаги в 2010 г. (применяя среднее квадратическое отклонение).

С помощью коэффициента корреляции оцените связь между доходностью ценных бумаг и уровнем риска.

Сделайте выводы и подготовьте рекомендации различным категориям инвесторов.

$$\text{Чистая прибыль} = \frac{\text{Наполненные дивиденды} + \text{изменение номинала}}{\text{Номинал}}$$

Например,

$$\text{ЧП по привил. акциям в 2008 г.} = \frac{2 + 4 + 10 + 3 + 1 + 20}{1000} 0,04 (4 \%).$$

### Задача 3.19

Имеются данные о средних котировках и доходности акций по выборке агентства «АК&М»:

| Эмитет                 | 15.12.08   |             | 21.12.08   |             | 10.01.09   |             | 17.01.09   |             |
|------------------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
|                        | котиров-ка | доход-ность | котиров-ка | доход-ность | котиров-ка | доход-ность | котиров-ка | доход-ность |
| 1. РАО «Газпром»       | 1781       | -205        | 1771       | -95         | 1883       | 47          | 2 143      | 250         |
| 2. РАО «ЕЭС России»    | 456        | -2          | 473        | 40          | 677        | 595         | 752        | 776         |
| 3. «Иркутскэнерго»     | 669        | 121         | 701        | 42          | 971        | 538         | 1099       | 760         |
| 4. КамАЗ               | 6765       | -49         | 6897       | -24         | 7762       | 173         | 7810       | 183         |
| 5. «Коминнефть»        | 8800       | 226         | 8365       | -95         | 8903       | 2           | 8714       | 58          |
| 6. «ЛУКОЙЛ» НК         | 57216      | -12         | 59133      | -3          | 72945      | 352         | 75156      | 375         |
| 7. «Мосэнерго»         | 5382       | 3           | 5436       | -6          | 7580       | 482         | 7643       | 511         |
| 8. «Норильский никель» | 28536      | -197        | 28604      | -183        | 35309      | 245         | 33183      | 211         |
| 9. «Ноябрьскнефтегаз»  | 32927      | 212         | 33551      | 46          | 37092      | 165         | 41671      | 317         |
| 10. «Пурнефтегаз»      | 12251      | 90          | 13 164     | 7           | 14941      | 255         | 8759       | 600         |
| 11. Ростелеком         | 12896      | -84         | 12896      | -92         | 14550      | 160         | 14640      | 185         |
| 12. «Сургутнефтегаз»   | 2237       | -38         | 2207       | -80         | 3235       | 531         | 3259       | 571         |
| 13. «Томскнефть»       | 25924      | 33          | 25796      | -73         | 29040      | 147         | 30648      | 240         |
| 14. «Юганскнефтегаз»   | 55549      | 122         | 54856      | -25         | 62989      | 160         | 67239      | 251         |

**ПРИМЕЧАНИЕ:** номинал – 1000 руб. (котировка, руб./доходность, % год).

Определите:

- 1) чистый доход по ценным бумагам за каждый период;
- 2) среднюю доходность по каждой акции на последнюю дату;
- 3) среднее квадратическое отклонение.

Оцените уровень риска каждой акции на отчетный момент.

### Задача 3.20

Курсы основных валют в единицах валюты за 1 \$ США/1 немецкую марку с 16.01.2009 по 20.01.2009 г.

| Валюта            | 16.01.2009 |         | 17.01.2009 |        | 18.01.2009 |         | 19.01.2009 |         | 20.01.2009 |         |
|-------------------|------------|---------|------------|--------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|
|                   | \$         | DEM     | \$         | DEM    | \$         | DEM     | \$         | DEM     | \$         | DEM     |
| Доллар США        | –          | 0,484   | –          | 0,481  | –          | 0,482   | –          | 0,480   | –          | 0,484   |
| Фунт стерлингов   | 0,677      | 0,327   | 0,677      | 0,325  | 0,679      | 0,327   | 0,678      | 0,325   | 0,678      | 0,328   |
| Французский франк | 6,933      | 3,353   | 6,981      | 3,355  | 6,960      | 3,353   | 6,989      | 3,354   | 6,931      | 3,353   |
| Швейцарский франк | 1,627      | 0,785   | 1,642      | 0,789  | 1,632      | 0,786   | 1,640      | 0,787   | 1,614      | 0,711   |
| Немецкая марка    | 2,068      | –       | 2,081      | –      | 2,075      | –       | 2,084      | –       | 2,067      | –       |
| Японская иена     | 119,067    | 57,581  | 117,90     | 56,661 | 117,266    | 56,506  | 118,910    | 57,065  | 117,447    | 56,817  |
| Итальянская лира  | 2046,930   | 989,890 | 2059,640   | 989,82 | 2054,269   | 989,870 | 2062,500   | 989,820 | 2046,210   | 989,892 |

По данным курсов мировых валют рассчитайте коэффициент вариации и выберите самую устойчивую валюту: а) по отношению к доллару США; б) по отношению к немецкой марке.

Различаются ли они?

Для расчетов используйте упрощенную форму вычисления дисперсии.

### Задача 3.21

Имеются следующие данные по вузам города:

| Вуз | Студенты всех форм обучения, чел. | Доля студентов заочной формы обучения в общей численности студентов, % | Студенты всех форм обучения, приходящиеся на одного преподавателя, чел. | Выпуск молодых специалистов по очной форме обучения, чел. | Доля выпускников очной формы обучения, получивших дипломы с отличием, % |
|-----|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 1.  | 1500                              | 40                                                                     | 14                                                                      | 280                                                       | 13                                                                      |
| 2.  | 3140                              | 34                                                                     | 13                                                                      | 760                                                       | 35                                                                      |
| 3.  | 2050                              | 20                                                                     | 8                                                                       | 400                                                       | 25                                                                      |
| 4.  | 1100                              | 25                                                                     | 10                                                                      | 258                                                       | 12                                                                      |

Определите по всем вузам города средние значения:

- 1) доли студентов заочной формы обучения в общей численности студентов города;
- 2) численности студентов, приходящихся на одного преподавателя;
- 3) доли выпускников очной формы обучения, получивших диплом с отличием.

Укажите виды рассчитанных средних величин.

### Задача 3.22

В районе Б в результате проверки двух партий бананов перед отправкой их потребителям установлено, что в первой партии весом 6248 кг высшего сорта было 46,2 %, во второй партии из 7647 кг – 68,3 % высшего сорта.

Определите процент бананов высшего сорта в среднем по двум партиям вместе по району Б.

### Задача 3.23

В районе В в результате проверки двух партий сыра перед отправкой его потребителям установлено, что в первой партии сыра высшего сорта было 3832 кг, что составляет 70,1 % общего веса сыра этой партии; во второй партии сыра высшего сорта было 8520 кг, что составляет 75,4 % общего веса сыра этой партии.

Определите процент сыра высшего сорта в среднем по двум партиям вместе по району В.

### Задача 3.24

На 1 января 2010 г. имеются следующие данные о курсе рубля по отношению к наиболее авторитетным валютам мира:

|                              |        |
|------------------------------|--------|
| доллару США                  | 28,16; |
| немецкой марке               | 13,37; |
| японской иене                | 0,25;  |
| французскому франку          | 3,99;  |
| английскому фунту стерлингов | 42,01. |

Определите курс рубля относительно СДР (Special Drawing Right (SDR)), если структура валютной корзины СДР следующая, %:

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| доллар США                 | 40; |
| немецкая марка             | 21; |
| японская иена              | 17; |
| французский франк          | 11; |
| английский фунт стерлингов | 11. |

## ТЕСТ

### Вопрос 1. Статистический показатель – это...

1. Единица статистической совокупности.
2. Результативный признак статистической совокупности.
3. Факторный признак статистической совокупности.
4. Количественная характеристика массового процесса или явления при условии ее качественной определенности.
5. Разделение единиц статистической совокупности по принадлежности признака.

### Вопрос 2. К абсолютным показателям относятся...

1. Относительный показатель динамики.
2. Относительный показатель структуры.
3. Относительный показатель интенсивности.
4. Относительный показатель сравнения.
5. Натуральные единицы сравнения.

### Вопрос 3. Верны ли следующие утверждения?

1. При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе, называется сравниваемым.
2. При расчете относительного показателя показатель, находящийся в числителе, называется основанием, а показатель, с которым производится сравнение, называется сравниваемым.
3. При расчете абсолютного показателя показатель, находящийся в числителе, называется основанием, а показатель, с которым происходит сравнение, называется сравниваемым.
4. При расчете абсолютного показателя показатель, находящийся в числителе, называется сравниваемым, а показатель, с которым происходит сравнение, основанием.
5. При расчете абсолютного и относительного показателей показатель, который находится в числителе, называется сравниваемым, а показатель, с которым происходит сравнение, основанием.

### Вопрос 4. Сумма относительных показателей координации, рассчитанных по одной совокупности, должна быть:

1. Строго равной 100.
2. Меньше 100 или равной 100.
3. Меньше, больше или равной 100.

### Вопрос 5. Объект А по величине исследуемого показателя превышает объект Б на 20 %. На сколько процентов объект Б меньше объекта А?

1. Меньше чем на 20 %.
2. На 20 %.
3. Более чем на 20 %.

#### Тема 4: «Средние величины, показатели вариации и анализ частотных распределений»

В процессе обработки и обобщения статистических данных возникает необходимость определения средних величин. Как правило, индивидуальные значения одного и того же признака у различных единиц совокупности неодинаковы.

**Средняя величина** – наиболее распространенная форма статистических показателей, представляет собой обобщающую характеристику изучаемого признака в исследуемой совокупности. Она отражает его типичный уровень в расчете на единицу совокупности в конкретных условиях места и времени.

*Важнейшее свойство средней заключается в том, что она отражает то общее, что присуще всем единицам исследуемой совокупности.*

Средняя величина только тогда будет отражать типичный признак по всей совокупности, когда эта совокупность является более или менее однородной.

Средние величины бывают двух видов:

- 1) средняя объема;
- 2) структурные средние.

Определить среднюю объема во многих случаях можно через *исходное соотношение средней* (ИСС). Это соотношение называется также логической формулой средней:

**ИСС = суммарное значение или объем усредняемого признака/число единиц (или объем) совокупности.**

Существует несколько реализаций исходного соотношения средней. Каждая реализация зависит от конкретного исследуемого случая.

Формами реализации ИСС являются:

- 1) средняя арифметическая;
- 2) средняя гармоническая;
- 3) средняя геометрическая;
- 4) средняя степенная (квадратическая, кубическая и пр.).

Все формы реализации ИСС можно вычислить с помощью формулы:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}},$$

где  $\bar{x}$  – средняя величина,  $x_i^k$  – вариант усредняемого признака,  $f_i$  – число значений признака,  $k$  – показатель степени.

При  $k = -1$  формула ИСС преобразуется в среднюю гармоническую;  $k = 0$  – в среднюю геометрическую; при  $k = 1$  – в среднюю арифметическую; при  $k = 2$  – в среднюю квадратическую и т. д.

##### **Средняя арифметическая**

Средняя арифметическая является наиболее распространенным видом средних величин. Рассчитывается средняя арифметическая простая (невзвешенная) и средняя арифметическая взвешенная.

*Простая средняя арифметическая* используется в том случае, когда вариационный признак в статистической совокупности встречается один раз или одинаковое количество раз:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}. \quad (4.1)$$

Используется в тех случаях, когда расчет ведется по несгруппированным данным, то есть ее можно использовать только тогда, когда точно установлено отсутствие весов или их равенство.

*Средняя арифметическая взвешенная* используется при расчете средних величин, когда отдельные значения изучаемого признака повторяются или встречаются неодинаковое число раз. Расчет средней при этом производится по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}. \quad (4.2)$$

Для интервального вариационного ряда при расчете средней арифметической используют значения середин интервалов. Иногда там, где это возможно, неравенство интервалов игнорируется, а величины открытых интервалов (первого и последнего) условно приравняются к величинам интервалов, к ним примыкающим.

#### ***Средняя гармоническая***

При расчете статистических показателей помимо средней арифметической могут использоваться и другие виды средних. Однако в каждом конкретном случае в зависимости от характера имеющихся данных существует только одно истинное среднее значение показателя, являющееся следствием реализации его исходного соотношения.

Средняя гармоническая применяется тогда, когда в ИСС известен числитель, а знаменателя нет или он задан в неявной форме.

Различают среднюю гармоническую простую и среднюю гармоническую взвешенную.

*Средняя гармоническая невзвешенная* используется только тогда, когда параметр, по которому производится взвешивание, у всех единиц статистической совокупности совпадает, в противном случае используется средняя гармоническая взвешенная. Расчет средней гармонической простой осуществляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}. \quad (4.3)$$

Средняя гармоническая взвешенная вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum W_i}{\sum \frac{W_i}{x_i}}, \quad (4.4)$$

где  $W_i = x_i + f_i$ .

Средняя гармоническая невзвешенная может использоваться вместо взвешенной в тех случаях, когда значения  $w_j$  для единиц совокупности равны.

#### ***Средняя геометрическая***

Средняя геометрическая также бывает взвешенной и простой.

Простая средняя геометрическая рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\prod x_i}, \quad (4.5)$$

где  $k$  – количество усредняемых величин.

*Взвешенная средняя геометрическая* рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\prod (x_i)^{m_i}}. \quad (4.6)$$

При применении средней геометрической индивидуальные значения признака представляют собой, как правило, относительные величины динамики, построенные в виде цеп-

ных величин, как отношение к предыдущему уровню каждого уровня в ряду динамики. Причем временные отрезки ряда динамики одинаковые. Средняя, таким образом, характеризует средний коэффициент роста.

Средняя геометрическая величина используется также для определения равноудаленной величины от максимального и минимального значений признака.

В финансовых расчетах также широко используется формула средней геометрической, но она модифицирована. Например, если развитие признака (дохода или капитала) осуществляется на основе геометрической прогрессии, как это происходит в случае со сложным процентом, то доход начисляется не только на первоначальную величину, но и на нарастившую сумму за предыдущий срок. Этот метод называется методом дисконтирования и предполагает оценку эффективности вложения свободных денежных средств в определенный бизнес. Формула расчета дохода для случая сложных процентов записывается в виде:

$$K_n = k(1 + r)^n, \quad (4.7)$$

где  $K$  – первоначальная величина вклада;  $n$  – срок вложения;  $r$  – норма доходности, процент на капитал;  $K_n$  – величина капитала к концу срока вложения.

### **Средняя квадратическая**

В основе вычислений ряда сводных расчетных показателей лежит средняя квадратическая:

невзвешенная:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}};$$

взвешенная:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}. \quad (4.8)$$

Наиболее широко этот вид средней используется при расчете показателей вариации.

### **Структурные средние**

Для познания строения статистической совокупности применяются так называемые структурные средние. Структурными средними в статистической совокупности являются мода, медиана, квартиль, квантиль, дециль и др.; мода и медиана характеризуют величину варианта, занимающего определенное положение в ранжированном вариационном ряду.

Модой распределения ( $M_o$ ) называется такая величина изучаемого признака, которая в данной совокупности встречается наиболее часто, то есть один из вариантов признака повторяется чаще, чем все другие.

Для интервального ряда в качестве моды берут середину модального интервала. Более точные оценки моды можно получить по формуле:

$$M_o = x_{MO} + i_{MO} \frac{(f_{MO} - f_{MO-1})}{(f_{MO} - f_{MO-1}) + (f_{MO} - f_{MO+1})}, \quad (4.9)$$

где  $x_{MO}$  – нижняя граница модального интервала;  $i_{MO}$  – величина интервала,  $f_{MO}$ ,  $f_{MO-1}$ ,  $f_{MO+1}$  – частоты, соответствующие модальному интервалу и его окружающим.

Медиана ( $Me$ ) – значение признака, которое делит вариационный ряд на две равные части по сумме частей признаков. Справа от медианы значения признаков, превосходящие медиану, а слева, наоборот, располагаются значения признаков меньшие медианы.

Медиана рассчитывается по следующей формуле:

$$M_e = x_{Me} + I_{Me} \frac{\sum f_i / 2 - S_{Me-1}}{F_{Me}}, \quad (4.10)$$

где  $x_{Me}$  – нижняя граница медианного интервала,  $i_{Me}$  – величина медианного интервала,  $f_{Me}$  – частота медианного интервала,  $\sum f_i / 2$  – полусумма частот ряда,  $S_{Me-1}$  – сумма накопленных частот, предшествующих медианной частоте.

Аналогично медиане вычисляют значения признака, делящие совокупность на четыре равные (по числу единиц) части – квартили, на пять равных частей – квантили, на десять частей – децили, на 100 частей – перцентили.

Использование в анализе вариационных рядов распределения рассмотренных выше характеристик позволяет более глубоко и детально охарактеризовать изучаемую совокупность.

### **Показатели вариации**

Средняя величина дает обобщающую характеристику всей совокупности изучаемого явления. Однако два ряда распределения, имеющие одинаковую среднюю арифметическую величину, могут значительно отличаться друг от друга по степени колеблемости (вариации) величины изучаемого признака. Если индивидуальные значения признака ряда мало отличаются друг от друга, то средняя арифметическая будет достаточно показательной характеристикой данной совокупности. Если же ряд распределения характеризуется значительным рассеиванием индивидуальных значений признака, то средняя арифметическая будет ненадежной характеристикой этой совокупности и ее практическое применение будет ограничено. Поэтому нельзя ограничиваться вычислением одной средней величины. Необходимо изучать еще и отклонения от нее, так как именно в отклонениях виден весь процесс явления в его диалектическом развитии. Для этого используются показатели вариации.

**Вариация** – изменяемость величины признака у единиц статистической совокупности. Различают вариацию в пространстве (колеблемость значений признака по отдельным территориям) и во времени (в различные периоды или моменты времени).

Показатели вариации делятся на две группы: абсолютные и относительные.

К *абсолютным* показателям вариации относятся:

- размах вариации;
- среднее линейное отклонение;
- среднее квадратическое отклонение.

К *относительным* показателям вариации относят:

- коэффициенты осцилляции;
- коэффициенты вариации;
- относительное линейное отклонение и др.

**Размах вариации** (амплитуда колебаний) представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями признака в изучаемой совокупности:

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \quad (4.11)$$

Безусловным достоинством этого показателя является простота расчета. Существенным недостатком показателя следует считать то, что очень низкое и очень высокое значения размаха вариации по сравнению с основной массой его значений в статистической совокупности обусловлены исключительно нетипичными (аномальными) обстоятельствами. В этом случае размах вариации дает искаженную амплитуду изменения признака и может свидетельствовать о том, что в статистическую совокупность включен нетипичный представитель. Поэтому размах вариации не исчерпывает характеристик изменяемости статистической совокупности.

Точнее характеризуют вариацию признака показатели, основанные на учете колеблемости всех значений признака. К таким показателям относятся среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, представляющие собой среднюю

арифметическую из отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической. Среднее линейное отклонение рассчитывается из отклонений в первой степени, дисперсия и среднее квадратическое – из отклонений во второй степени.

**Среднее линейное отклонение** определяется через исходное соотношение средней для вариации. Простое среднее линейное отклонение вычисляется по формуле:

$$\overline{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (4.12)$$

взвешенное среднее линейное отклонение:

$$\overline{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} f_i. \quad (4.13)$$

Таким образом, среднее линейное отклонение дает обобщенную характеристику степени колеблемости признака в совокупности. Но более корректным в отношении оценки вариации признака является применение дисперсии.

**Дисперсия** представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины и в зависимости от исходных данных вычисляется по формулам простой дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad (4.14)$$

и взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} f_i. \quad (4.15)$$

Дисперсия обладает рядом свойств, некоторые из них позволяют упростить ее вычисления:

- 1) дисперсия постоянной величины равна нулю;
- 2) если все варианты значений признака уменьшить на одно и то же число, то дисперсия не уменьшится;
- 3) если все варианты значений признака уменьшить в одно и то же число раз (k раз), то дисперсия уменьшится в  $k^2$  раз.

**Среднее квадратическое отклонение**  $\sigma$  представляет собой корень квадратный из дисперсии:

простое среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \quad (4.16)$$

взвешенное среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} f_i}. \quad (4.17)$$

Среднее квадратическое отклонение всегда больше среднего линейного отклонения. Если распределение признака близко нормальному или симметричному распределению, то между  $\sigma$  и  $\bar{d}$  существует взаимосвязь:  $\bar{d} = 0,8\sigma$  или  $\sigma = 1,25\bar{d}$ .

Среднее квадратическое отклонение играет важную роль в анализе вариационных рядов распределения. В условиях нормального распределения существует следующая взаимосвязь между величиной среднего квадратического отклонения и количеством наблюдений:

- в пределах  $\bar{x} \pm 1\sigma$  располагается 0,683, или 68,3 % количества наблюдений;
- в пределах  $\bar{x} \pm 2\sigma$  – 0,954, или 95,4 %;
- в пределах  $\bar{x} \pm 3\sigma$  – 0,997, или 99,7 %.

В действительности на практике почти не встречаются отклонения, которые превышают  $\pm\sigma$ . Отклонение  $3\sigma$  может считаться максимально возможным.

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение – наиболее широко применяемые показатели вариации. Объясняется это тем, что они входят в большинство теорем теории вероятностей, служащих фундаментом математической статистики.

**Коэффициент осцилляции ( $V_R$ ):**

$$V = \frac{R}{x} 100 \%. \quad (4.18)$$

**Линейный коэффициент вариации ( $V_{\bar{d}}$ ):**

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{x} 100 \%. \quad (4.19)$$

**Коэффициент вариации ( $V_\sigma$ ):**

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{x} 100 \%. \quad (4.20)$$

Изучая вариацию по всей совокупности в целом и опираясь на общую среднюю в расчетах, невозможно определить влияние некоторых факторов, характеризующих колеблемость индивидуальных значений признака. Это можно сделать при помощи аналитической группировки, разделив изучаемую совокупность на однородные группы по признаку-фактору. При этом можно определить три показателя колеблемости признака в совокупности: дисперсию общую, межгрупповую и среднюю из внутригрупповых дисперсий.

**Общая дисперсия**  $\sigma^2$  измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_0)^2 n_i}{\sum_{i=1}^k n_i}. \quad (4.21)$$

**Межгрупповая дисперсия**  $\sigma_x^2$  характеризует систематическую вариацию, то есть различия в величине изучаемого признака, возникающие под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки. Рассчитывается по формуле:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x}_0) n_j^2}{\sum_{j=1}^k n_j}, \quad (4.22)$$

где  $k$  – число групп;

$n_j$  – число единиц в  $j$ -й группе;

$\bar{x}_j$  – частная средняя по  $j$ -й группе;

$\bar{x}_0$  – общая средняя по совокупности единиц.

**Внутригрупповая дисперсия ( $\sigma_j^2$ )** отражает случайную вариацию, то есть часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки. Она вычисляется по формуле:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n_j}. \quad (4.23)$$

По совокупности в целом вариация значений признака под влиянием прочих факторов характеризуется **средней из внутригрупповых дисперсий ( $\bar{\sigma}^2$ )**:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sigma_j^2 n_j}{\sum_{j=1}^k n_j}. \quad (4.24)$$

Между общей дисперсией  $\sigma^2$ , средней из внутригрупповых дисперсий  $\bar{\sigma}^2$  и межгрупповой дисперсией  $\sigma_x^2$  существует соотношение, определяемое *правилом сложения дисперсий*. Согласно этому правилу, *общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий*:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \sigma_x^2. \quad (4.25)$$

Согласно этому правилу, общая дисперсия, возникающая под действием всех факторов, равна сумме дисперсий, появляющихся под влиянием всех прочих факторов, и дисперсии, возникающей за счет группировочного признака.

Зная любые два вида дисперсий, можно определить или проверить правильность расчета третьего вида.

Правило сложения дисперсий позволяет выявить зависимость результата от определяющих факторов с помощью соотношения межгрупповой дисперсии и общей дисперсии. Это соотношение называется *эмпирическим коэффициентом детерминации*:

$$\eta^2 = \frac{\sigma_x^2}{\sigma^2}. \quad (4.26)$$

Он показывает, какая доля в общей дисперсии приходится на дисперсию, обусловленную вариацией признака, положенного в основу группировки.

Корень квадратный из эмпирического коэффициента детерминации носит название *эмпирического корреляционного отношения*:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma^2}}. \quad (4.27)$$

Это отношение характеризует влияние признака, положенного в основание группировки, на вариацию результативного признака. Эмпирическое корреляционное отношение изменяется в пределах от 0 до 1. Если  $\eta = 0$ , то группировочный признак не оказывает влияния на результативный. Если  $\eta = 1$ , то результативный признак изменяется только в зависимости от признака, положенного в основание группировки, а влияние прочих факторных признаков равно нулю. Промежуточные значения оцениваются в зависимости от их близости к предельным значениям.

**Правило сложений дисперсий для доли признака.** Рассмотренное правило сложения распространяется и на дисперсии доли признака, то есть доли единиц с определенным признаком в совокупности, разбитой на группы. При этом изучение вариации происходит непосредственно при вычислении и анализе видов дисперсий для доли признака.

**Внутригрупповая дисперсия доли** определяется по формуле:

$$\sigma_{pi}^2 = p_i(1 - p_i), \quad (4.28)$$

где  $p_i$  – доля изучаемого признака в отдельных группах.

**Средняя из внутригрупповых дисперсий:**

$$\overline{\sigma_{pi}^2} = \frac{\sum p_i(1 - p_i)^2 n_i}{\sum n_i} = p_i(1 - p_i). \quad (4.29)$$

Формула **межгрупповой дисперсии** имеет вид:

$$\sigma_{pi}^2 = \frac{\sum (p_i - \bar{p})^2 n_i}{\sum n_i}, \quad (4.30)$$

где  $n_i$  – численность единиц в отдельных группах;

$\bar{p}$  – доля изучаемого признака во всей совокупности.

Доля признака в совокупности определяется по формуле:

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i n_i}{\sum n_i}. \quad (4.31)$$

**Общая дисперсия** определяется по формуле:

$$\sigma_{\frac{2}{p}} = \bar{p}(1 - \bar{p}). \quad (4.32)$$

Три вида рассмотренных дисперсий связаны между собой следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \overline{\sigma_{pi}^2} + \sigma_{pi}^2. \quad (4.33)$$

### **Моменты распределения**

Для подробного описания особенностей распределения используются дополнительные характеристики – определяются моменты распределения.

*Моментом распределения* называется средняя арифметическая тех или иных степеней отклонений индивидуальных значений признака от определенной исходной величины.

Моментом k-го порядка называется средняя из k-х степеней отклонений вариантов x от некоторой постоянной величины A:

$$M_k = \overline{(x - A)^k}. \quad (4.34)$$

При исчислении средней в качестве весов могут быть использованы частоты, частости или вероятности. При использовании в качестве весов частот или частостей моменты называются *эмпирическими*, а при использовании вероятностей – *теоретическими*.

Порядок момента определяется величиной k. Эмпирический момент k-го порядка определяется как отношение суммы произведений k-х степеней отклонений вариантов от постоянной величины A на частоты к сумме частот:

$$M_k = \frac{\sum (x_i - A)^k f_i}{\sum f_i}. \quad (4.35)$$

В зависимости от выбора постоянной величины A различают три вида моментов:

1. *Начальные моменты* ( $M_k$ ) получаются, если постоянная величина A равна нулю ( $A = 0$ ):

$$M_k = \overline{(x_i - 0)^k} = \frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}. \quad (4.36)$$

2. *Условные и начальные относительно  $x_0$  моменты* ( $m_k$ ) получаются при A, равном не нулю, а некоторой производной величине  $x_0$  (начало отсчета):

$$m_k = \overline{(x_i - x_0)^k} = \frac{\sum (x_i - x_0)^k f_i}{\sum f_i}. \quad (4.37)$$

С помощью условных моментов упрощается расчет основных характеристик ряда распределения. При подстановке различных значений k получаем начальные моменты относительно  $x_0$ , так, например, если  $k=1$ , то:

$$m_1 = \frac{\sum (x_i - x_0) f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} - \frac{x_0 \sum f_i}{\sum f_i} = \bar{x} - x_0.$$

Из этой формулы вытекает, что  $\bar{x} = x_0 + m_1$ , то есть средняя арифметическая равна началу отсчета плюс начальный момент первого порядка. Если отклонения  $(x_i - x_0)$  имеют общий множитель C, то на него можно разделить отклонения, а по окончании вычислить полученный момент, умножив на этот множитель в соответствующей степени, то есть:

$$m_k = \frac{\sum \left( \frac{x_i - x_0}{C} \right)^k f_i}{\sum f_i} C^k.$$

Отсюда следует, что при  $k = 1$   $\bar{x} = x_0 + m_1 C$ .

3. *Центральные моменты ( $\mu_k$ )* получаются, если за постоянную величину  $A$  взять среднюю арифметическую ( $A = \bar{x}$ ):

$$\mu_k = \overline{(x_i - \bar{x})^k} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k f_i}{\sum f_i}. \quad (4.38)$$

В статистической практике пользуются в основном моментами первого, второго, третьего и четвертого порядков, которые представлены в таблице.

| Порядок \ Виды моментов | Начальные                                                | Центральный                                           | Условные                                      |
|-------------------------|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Первый                  | $M_1 = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \bar{x}$          | $\mu_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) f_i}{\sum f_i}$   | $m_1 = \frac{\sum (x_i - A) f_i}{\sum f_i}$   |
| Второй                  | $M_2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} = \overline{x^2}$ | $\mu_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$ | $m_2 = \frac{\sum (x_i - A)^2 f_i}{\sum f_i}$ |
| Третий                  | $M_3 = \frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i} = \overline{x^3}$ | $\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 f_i}{\sum f_i}$ | $m_3 = \frac{\sum (x_i - A)^3 f_i}{\sum f_i}$ |
| Четвертый               | $M_4 = \frac{\sum x_i^4 f_i}{\sum f_i} = \overline{x^4}$ | $\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i}$ | $m_4 = \frac{\sum (x_i - A)^4 f_i}{\sum f_i}$ |

Таким образом, анализируя формулы распределения, можно сделать выводы:

- начальный момент первого порядка представляет собой среднюю арифметическую и используется как показатель центра распределения ( $M_1 = \bar{x}$ );
- начальные моменты второго, третьего и четвертого порядков не имеют самостоятельного значения, а используются для упрощения вычислений центральных моментов;
- центральный момент первого порядка всегда равен нулю в соответствии со свойством средней арифметической ( $\mu_1 = 0$ );
- центральный момент второго порядка представляет собой дисперсию и служит основной мерой колеблемости признака ( $\mu_2 = \sigma^2$ );
- центральный момент третьего порядка служит мерой асимметрии распределения, а если распределение симметрично, он равен нулю ( $\mu_3 = 0$ );
- центральный момент четвертого порядка применяется при вычислении показателя эксцесса;
- условные моменты первого, второго, третьего и четвертого порядков не имеют самостоятельного значения, а используются для упрощения вычислений центральных моментов.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### Анализ структуры и структурных изменений

#### Задача 4.1

По организационно-правовым формам хозяйствования ввод жилья в области распределяется следующим образом:

| (тыс. м <sup>2</sup> )                   |         |         |
|------------------------------------------|---------|---------|
| Ввод жилья                               | 2009 г. | 2010 г. |
| Всего по области:                        | 1691,6  | 1830,8  |
| В том числе: государственные предприятия | 292,4   | 342,6   |
| Муниципальные предприятия                | 164,3   | 168,5   |
| Акционерные общества открытого типа      | 324,0   | 486,4   |
| Акционерные общества закрытого типа      | 310,0   | 249,5   |
| Жилищно-строительные кооперативы         | 221,3   | 215,3   |
| Индивидуальное жилищное строительство    | 262,1   | 254,8   |
| Прочие                                   | 116,9   | 113,7   |

Рассчитайте и оцените для каждого года:

- 1) структуру ввода жилья по организационно-правовым формам хозяйствования;
- 2) равномерность структуры (размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение и коэффициент равномерности);
- 3) интенсивность структурных сдвигов (линейный, квадратический, интегральный коэффициенты структурных сдвигов, индекс Салаи).

Сделайте выводы.

#### Задача 4.2

Имеются следующие данные о доходах и расходах бюджета края по кварталам в 2010 г.:

| Показатель                          | Кварталы |        |        |        |
|-------------------------------------|----------|--------|--------|--------|
|                                     | I        | II     | III    | IV     |
| Доходы, всего:                      | 1217,9   | 1553,1 | 1439,1 | 2142,8 |
| В том числе:                        |          |        |        |        |
| налог на прибыль                    | 294,4    | 470,3  | 315,5  | 487,5  |
| НДС                                 | 417,5    | 336,6  | 401,8  | 668,7  |
| Подоходный налог                    | 183,6    | 213,8  | 228,6  | 214,1  |
| Расходы, всего:                     | 1376,5   | 1606,5 | 1630,4 | 2370,1 |
| В том числе: на народное хозяйство  | 333,7    | 518,8  | 394,7  | 451,5  |
| На социально-культурные мероприятия | 695,9    | 750,3  | 717,2  | 1012,5 |

Определите:

- 1) относительные показатели структуры доходов и расходов бюджета;
- 2) динамику доходной и расходной частей бюджета.

Сделайте сопоставления и выводы.

## ТЕСТ

**Вопрос 1. Заполните пропуск: «Исходное соотношение средней применимо для расчетов... показателей»:**

- 1) абсолютных;

- 2) относительных;
- 3) абсолютных и относительных;
- 4) интервальных;
- 5) факторных.

**Вопрос 2. Верно ли утверждение: «Применение для расчетов средней статистической взвешенной или невзвешенной зависит от того, сгруппированы ли данные или нет»?**

- 1) верное;
- 2) неверное;
- 3) применимо не всегда;
- 4) применимо только при расчетах моды;
- 5) применимо только при расчетах медианы.

**Вопрос 3. Меры вариации – это...**

- 1) абсолютные показатели;
- 2) относительные показатели;
- 3) абсолютные и относительные показатели;
- 4) сгруппированные показатели;
- 5) средние величины.

**Вопрос 4. Для каких целей рассчитывается коэффициент вариации?**

- 1) позволяет сравнивать вариации разных признаков;
- 2) позволяет сравнивать вариации одного и того же признака в различных совокупностях;
- 3) позволяет сравнивать вариации различных признаков в различных совокупностях;
- 4) позволяет оценить разницу между максимальным и минимальным значениями признака;
- 5) позволяет сравнить между собой максимальное и минимальное значения разных признаков.

**Вопрос 5. Исходное соотношение средней ...**

- 1) частный случай средней геометрической;
- 2) частный случай средней арифметической;
- 3) частный случай средней гармонической;
- 4) обобщенное выражение для вычисления любой средней величины;
- 5) обобщенное выражение для вычисления средней арифметической и средней геометрической.

### ***Тема 5: «Выборочное наблюдение»***

Изучение не всех единиц совокупности, а лишь некоторой части, по которой следует судить о свойствах всей совокупности в целом, можно осуществить несплошным наблюдением. Выборочное наблюдение представляет собой один из наиболее широко применяемых видов несплошного наблюдения.

**Выборочным** называется такое несплошное наблюдение, при котором признаки регистрируются у отдельных единиц изучаемой статистической совокупности, отобранных с использованием специальных методов. Наблюдение организовывается таким образом, что эта

часть отобранных единиц в уменьшенном масштабе репрезентирует (представляет) всю совокупность.

Совокупность, из которой производится отбор, называется *генеральной* (ее еще называют основной выборки), а все ее обобщающие показатели – генеральными. На основе генеральной совокупности формируется совокупность *выборочная*.

Выборочное наблюдение не стоит отождествлять с сплошным обследованием вообще, так как оно является одним из видов последнего.

Преимущества выборочного наблюдения заключаются в следующем:

- ✓ экономия времени и средств в результате сокращения объема работы;
- ✓ сведение к минимуму порчи или уничтожения исследуемых объектов (определение прочности пряжи при разрыве);
- ✓ необходимость детального исследования каждой единицы наблюдения при невозможности охвата всех единиц (при изучении бюджета семей);
- ✓ достижение большой точности результатов обследования благодаря сокращению ошибок, происходящих при регистрации.

Основная задача выборочного наблюдения в экономике состоит в том, чтобы на основе характеристик выборочной совокупности (средней и доли) получить достоверные суждения о показателях средней и доли в генеральной совокупности. При этом следует иметь в виду, что при любых статистических исследованиях возникают ошибки двух видов: регистрации и репрезентативности.

**1. Ошибки регистрации** могут иметь случайный и систематический характер. Случайные ошибки обычно уравнивают друг друга, поскольку не имеют преимущественного направления в сторону преувеличения или преуменьшения значения изучаемого показателя. Систематические ошибки направлены в одну сторону вследствие преднамеренного нарушения правил отбора (предвзятые цели). Их можно избежать при правильной организации и проведении наблюдения.

**2. Ошибки репрезентативности** присущи только выборочному наблюдению и возникают в силу того, что выборочная совокупность не полностью воспроизводит генеральную. Они представляют собой расхождение между значениями показателей, полученных по выборке, и значениями показателей этих же величин, которые были бы получены при проведенном с одинаковой степенью точности сплошном наблюдении, то есть между величинами выборных и соответствующих генеральных показателей.

**По виду** различают индивидуальный, групповой и комбинированный отборы. При *индивидуальном* отборе в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности, при *групповом* – качественно однородные группы или серии изучаемых единиц. *Комбинированный отбор* предполагает сочетание первого и второго видов.

**По методу отбора** различают повторную и бесповторную выборки. При *повторной* выборке общая численность единиц генеральной совокупности в процессе выборки остается неизменной. Ту или иную единицу, попавшую в выборку, после регистрации снова возвращают в генеральную совокупность, и она сохраняет равную возможность со всеми прочими единицами при повторном отборе единиц вновь попасть в выборку. Повторная выборка в социально-экономической жизни встречается редко.

При *бесповторной* выборке единица совокупности, попавшая в выборку, в генеральную совокупность не возвращается. Таким образом, при бесповторной выборке численность единиц генеральной совокупности сокращается в процессе исследования.

#### ***Методы отбора единиц в выборочную совокупность***

Используемые на практике методы базируются на специальных алгоритмах, реализующих принцип случайности.

*Метод случайной сортировки* включает три шага:

1. Каждой единице генеральной совокупности присваивается случайное число  $u$ , полученное с помощью процессора случайных чисел в интервале от 0 до 1.

2. Единицы генеральной совокупности ранжируются в соответствии с полученным значением  $u$ .

3. Отбираются  $n$  первых единиц.

Достоинство данного метода – простой алгоритм отбора единиц, а также возможность формирования нескольких выборок без перекрытия. К недостатку данного метода относят наличие процедуры сортировки единиц генеральной совокупности, которая при достаточно большом ее объеме нежелательна.

*Метод прямой реализации* предполагает последовательность действий:

1. Все единицы генеральной совокупности, расположенные в случайном порядке или ранжированные по какому-либо признаку, нумеруются от 1 до  $N$ .

2. С помощью процессора случайных чисел получают  $n$  значений в интервале от 1 до  $N$ . Если первоначально случайные числа получены в интервале от 0 до 1, их необходимо умножить на  $N$  и округлить по правилам до целого значения.

3. Из сформированного списка единиц генеральной совокупности отбираются единицы, соответствующие по номеру полученным случайным числам.

Упрощенным вариантом этого метода является отбор единиц в выборочную совокупность на основе таблицы случайных чисел. Для проведения отбора могут быть использованы цифры любого столбца данной таблицы.

*Метод отбора-отказа* включает следующие этапы:

1. Последовательно образуют числа  $u_1, u_2, \dots$  в соответствии с законом равномерного распределения в интервале от 0 до 1.

2. Для первой единицы генеральной совокупности проверяется выполнение неравенства:

$$u_1 < \frac{n}{N}. \quad (5.1)$$

Если данное неравенство выполняется, то первая единица включается в выборку, в противном случае – нет.

3. Для оставшихся единиц последовательно проверяется выполнение неравенства:

$$u_{k+1} < \frac{n - n_k}{N - k}, \quad (5.2)$$

где  $n_k$  – число отобранных в выборку единиц среди первых  $k$  просмотренных единиц.

Если для  $(k + 1)$ -й единицы это неравенство выполняется, то данная единица включается в выборку, в противном случае – нет.

4. Процедура заканчивается, когда  $n_k = n$ , то есть когда выборка необходимого объема сформирована. Этот момент вполне может наступить и до завершения полного просмотра всех единиц генеральной совокупности.

Данный метод основан на алгоритме последовательного извлечения единиц, не требующем ни предварительной сортировки единиц или образованных случайных чисел, ни многократного считывания исходного файла.

**Способ отбора** определяет конкретный механизм или процедуру выборки единиц из генеральной совокупности.

Основные характеристики параметров генеральной и выборочной совокупностей обозначаются символами:

$N$  – объем генеральной совокупности (число входящих в нее единиц);

$n$  – объем выборки (число обследованных единиц);

$\bar{x}$  – генеральная средняя (среднее значение признака в генеральной совокупности);

$\tilde{x}$  – выборочная средняя;

$p$  – генеральная доля (доля единиц, обладающих данным значением признака в общем числе единиц генеральной совокупности);

$w$  – выборочная доля;

$\sigma^2$  – генеральная дисперсия (дисперсия признака в генеральной совокупности);

$S^2$  – выборочная дисперсия того же признака;

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение в генеральной совокупности;

$S$  – среднее квадратическое отклонение в выборке.

В практике выборочных исследований наибольшее распространение получили следующие виды выборки.

*К собственно-случайной выборке* относится отбор единиц из всей генеральной совокупности (без предварительного ее расчленения на какие-либо группы) посредством жеребьевки или какого-либо иного подобного способа, например, с помощью таблицы случайных чисел. Случайный отбор – не беспорядочный. Принцип случайности предполагает, что на включение или исключение объекта из выборки не может повлиять какой-либо фактор, кроме случая.

Количество отобранных в выборочную совокупность единиц обычно определяется исходя из принятой доли выборки. *Доля выборки* – отношение числа единиц выборочной совокупности к числу единиц генеральной совокупности:

$$K_v = \frac{n}{N}. \quad (5.3)$$

Собственно-случайный отбор «в чистом виде» в практике выборочного наблюдения применяется редко, но он является исходным среди всех других видов отбора, в нем заключаются и реализуются основные принципы выборочного наблюдения.

Применяя выборочный метод в статистике, обычно используют два основных вида обобщающих показателей: *среднюю величину количественного признака и относительную величину альтернативного признака* (долю или удельный вес единиц в статистической совокупности, которые отличаются от всех других единиц этой совокупности только наличием изучаемого признака).

**Выборочная доля ( $w$ )**, или частность, определяется отношением числа единиц, обладающих изучаемым признаком  $m$ , к общему числу единиц совокупности  $n$ :

$$w = m / n. \quad (5.4)$$

Для характеристики надежности выборочных показателей различают *среднюю и предельную ошибки выборки*.

**Ошибка выборки  $\varepsilon$** , или, иначе говоря, ошибка репрезентативности, представляет собой разность соответствующих выборочных и генеральных характеристик:

- для *средней количественного признака*:

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \left| \tilde{\bar{x}} - \bar{x} \right|; \quad (5.5)$$

- для *доли (альтернативного признака)*:

$$\varepsilon_w = \left| w - p \right|; \quad (5.6)$$

ошибка выборки свойственна только выборочным наблюдениям. Выборочная средняя и выборочная доля являются случайными величинами, которые зависят от того, какие единицы совокупности попали в выборку. Следовательно, ошибки выборки также являются случай-

ными величинами и могут принимать различные значения, поэтому определяют среднюю из возможных ошибок – среднюю ошибку выборки.

**При случайном повторном отборе** средние ошибки рассчитываются по формулам:

- для *средней количественного признака*:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \quad (5.7)$$

- для *доли (альтернативного признака)*:

$$\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}. \quad (5.8)$$

Поскольку практически дисперсия признака в генеральной совокупности  $\sigma^2$  точно неизвестна, на практике пользуются значением дисперсии  $S^2$ , рассчитанным для выборочной совокупности на основании закона больших чисел.

Таким образом, расчетные формулы можно представить иначе:

- для *средней количественного признака*:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}, \quad (5.9)$$

- для *доли (альтернативного признака)*:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}. \quad (5.10)$$

Однако дисперсия выборочной совокупности не равна дисперсии генеральной совокупности, и, следовательно, средние ошибки выборки, рассчитанные по формулам 5.9 и 5.10, будут приближенными. Но генеральная дисперсия выражается через выборочную соотношением:

$$\sigma^2 = S^2 \frac{n}{n-1}. \quad (5.11)$$

Так как  $n/(n-1)$  при достаточно больших  $n$  – величина, близкая к единице, то можно принять, что  $\sigma^2 \approx S^2$ , а, следовательно, в практических расчетах средних ошибок выборки можно использовать эти формулы. И только в случаях малой выборки (когда объем не превышает 30) необходимо учитывать коэффициент:

$$\mu_{\text{м.в.}} = \sqrt{\frac{S^2}{n-1}}. \quad (5.12)$$

**При случайном бесповторном отборе** формулы расчета средней ошибки выборки примут вид:

- для *средней количественного признака*:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (5.13)$$

- для *доли (альтернативного признака)*:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (5.14)$$

**Механическая выборка** состоит в том, что отбор единиц в выборочную совокупность из генеральной совокупности, разбитой по нейтральному признаку на равные интервалы (группы), производится таким образом, что из каждой такой группы в выборку отбирается лишь одна единица, которая находится в середине каждой группы. При организации механического отбора единицы совокупности предварительно располагают в определенном порядке, после чего отбирают заданное число механически, через определенный интервал. При этом размер интервала в генеральной совокупности равен обратному значению доли выборки.

При достаточно большой совокупности механический отбор по точности результатов близок к собственно-случайному отбору. Поэтому при определении средней ошибки механической выборки используют формулы собственно-случайной бесповторной выборки.

Для отбора единиц из неоднородной совокупности применяется *типическая выборка*, которая используется в тех случаях, когда все единицы генеральной совокупности можно разбить на несколько качественно однородных, однотипных групп по признакам, влияющим на изучаемые показатели.

Типическая выборка дает более точные результаты по сравнению с другими способами отбора. Типизация генеральной совокупности обеспечивает репрезентативность такой выборки, представительство в ней каждой типологической группы, что позволяет исключить влияние межгрупповой дисперсии на среднюю ошибку выборки.

При определении средней ошибки типической выборки в качестве показателя вариации выступает средняя из внутригрупповых дисперсий:

- для *средней количественного признака*:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\overline{S_i^2}}{n}} \text{ (повторный отбор),} \quad (5.15)$$

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\overline{S_i^2}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \text{ (бесповторный),} \quad (5.16)$$

- для *доли (альтернативного признака)*:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{w_i(1-w_i)}}{n}} \text{ (повторный),} \quad (5.17)$$

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{w_i(1-w_i)}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \text{ (бесповторный),} \quad (5.18)$$

где  $\overline{S_i^2}$  – средняя из внутригрупповых дисперсий по выборочной совокупности;

$\overline{w_i(1-w_i)}$  – средняя из внутригрупповых дисперсий доли по выборочной совокупности.

**Серийная выборка** предполагает случайный отбор из генеральной совокупности не отдельных единиц, а их равновеликих групп с тем, чтобы в таких группах подвергать наблюдению все без исключения единицы.

Так как внутри групп обследуются все единицы, то средняя ошибка выборки зависит только от межгрупповой дисперсии.

*Средняя ошибка выборки для средней количественного признака:*

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{r}} \text{ (повторный отбор)}, \quad (5.19)$$

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} \text{ (бесповторный)}, \quad (5.20)$$

где  $r$  – число отобранных серий,  $R$  – общее число серий.

Межгрупповую дисперсию серийной выборки вычисляют по формуле:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{r}, \quad (5.21)$$

где  $\tilde{x}_i$  – средняя  $i$ -й серии,  $\tilde{x}$  – общая средняя по всей выборочной совокупности.

*Средняя ошибка выборки для доли (альтернативного признака):*

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}} \text{ (повторный отбор)}. \quad (5.22)$$

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} \text{ (бесповторный)}. \quad (5.23)$$

Межгрупповую дисперсию доли серийной выборки определяют по формуле:

$$\delta_w^2 = \frac{\sum (w_i - \bar{w})^2}{r}, \quad (5.24)$$

где  $w_i$  – доля признака в  $i$ -й серии,  $\bar{w}$  – общая доля признака во всей выборочной совокупности.

*Комбинированный отбор* представляет собой сочетание применения ранее определенных видов отбора.

*Многоступенчатый отбор* – из генеральной совокупности сначала извлекаются укрупненные группы, потом более мелкие, и так до тех пор, пока не будут отобраны те единицы, которые подвергаются обследованию.

*Многофазная выборка* в отличие от многоступенчатой предполагает сохранение одной и той же единицы отбора на всех этапах его проведения, при этом отобранные на каждой стадии единицы подвергаются дальнейшему обследованию (на каждой последующей стадии отбора программа обследования расширяется).

### **Предельная ошибка**

Конечной целью выборочного наблюдения является характеристика генеральной совокупности на основе выборочных результатов. Выборочные средние и относительные величины распространяются на генеральную совокупность с учетом предела их возможной ошибки. В каждой конкретной выборке расхождение между выборочной средней и генеральной, то есть  $|\tilde{x} - \bar{x}|$  может быть меньше средней ошибки выборки, равно ей или больше.

Причем каждое такое расхождение имеет различную вероятность. Поэтому фактические расхождения между выборочной средней и генеральной можно рассматривать как некую предельную ошибку, связанную со средней ошибкой и гарантируемую с определенной вероятностью  $P$ .

Предельную ошибку выборки для средней ( $\Delta_{\bar{x}}$ ) при повторном отборе рассчитывают по формуле:

$$\Delta_{\bar{x}} = t\mu_{\bar{x}} = t\sqrt{\frac{S^2}{n}}, \quad (5.25)$$

где  $t$  – нормированное отклонение («коэффициент доверия»), зависящий от вероятности, с которой гарантируется предельная ошибка выборки,  $\mu_{\bar{x}}$  – средняя ошибка выборки.

Предельная ошибка выборки для доли  $\Delta_w$  при повторном отборе:

$$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}. \quad (5.26)$$

При случайном бесповторном отборе в формулах расчета предельных ошибок выборки (5.25 и 5.26) необходимо умножить подкоренное выражение на  $1-(n/N)$ .

Формула предельной ошибки выборки вытекает из основных положений теории выборочного метода, сформулированных в ряде теорем теории вероятностей, отражающих закон больших чисел.

На основании теоремы П. Л. Чебышева *с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, можно утверждать, что при достаточно большом объеме выборки и ограниченной генеральной дисперсии выборочные обобщающие показатели (средняя, доля) будут сколь угодно мало отличаться от соответствующих генеральных показателей.*

Применительно к нахождению среднего значения признака эта теорема может быть записана так:

$$P\left[\left|\bar{x} - \bar{x}\right| \leq \Delta_{\bar{x}}\right] = \Phi(t), \quad (5.27)$$

а для доли признака:

$$P\left[|w - p| \leq \Delta_w\right] = \Phi(t), \quad (5.28)$$

где

$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (5.29)$$

Таким образом, величина предельной ошибки выборки может быть установлена с определенной вероятностью. Значения функции  $\Phi(t)$  при различных значениях  $t$  как коэффициента кратности средней ошибки выборки определяются на основе специально составленных таблиц. Некоторые значения, применяемые для выборки достаточно большого объема ( $n \geq 30$ ):

|           |       |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $t$       | 1,000 | 1,960 | 2,000 | 2,580 | 3,000 |
| $\Phi(t)$ | 0,683 | 0,950 | 0,954 | 0,990 | 0,997 |

Предельная ошибка выборки отвечает на вопрос о точности выборки с определенной вероятностью, значение которой определяется коэффициентом  $t$  (в практических расчетах, как правило, заданная вероятность не должна быть менее 0,95).

Так, при  $t = 1$  предельная ошибка составит  $\Delta = \mu$ . Следовательно, с вероятностью 0,683 можно утверждать, что разность между выборочными и генеральными показателями не пре-

высит одной средней ошибки выборки. Другими словами, в 68,3 % случаев ошибка репрезентативности не выйдет за пределы  $\pm 1\mu$ .

Выборочное наблюдение проводится в целях распространения выводов, полученных по данным выборки, на генеральную совокупность. Одной из основных задач является оценка по данным выборки исследуемых характеристик генеральной совокупности.

Предельная ошибка выборки позволяет определить *предельные значения характеристик генеральной совокупности и их доверительные интервалы*:

$$1) \text{ для средней } \bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}}; \quad \tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}, \quad (5.30)$$

$$2) \text{ для доли } p = w \pm \Delta_w; \quad w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w. \quad (5.31)$$

Это означает, что с заданной вероятностью можно утверждать, что значение генеральной средней следует ожидать в пределах от  $\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}}$  до  $\tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$ .

Аналогичным образом может быть записан доверительный интервал генеральной доли:  $w - \Delta_w; w + \Delta_w$ .

Наряду с абсолютным значением предельной ошибки выборки рассчитывается и предельная относительная ошибка выборки, которая определяется как процентное отношение предельной ошибки выборки к соответствующей характеристике выборочной совокупности:

$$\text{для средней, \% :} \quad \Delta_{\%} = \frac{\Delta_{\tilde{x}}}{\tilde{x}} 100; \quad (5.32)$$

$$\text{для доли, \% :} \quad \Delta_{\%} = \frac{\Delta_w}{w} 100. \quad (5.33)$$

**Определение необходимого объема выборки.** При проектировании выборочного наблюдения с заранее заданным значением допустимой ошибки выборки очень важно правильно определить численность выборочной совокупности, которая с определенной вероятностью обеспечит заданную точность результатов наблюдения.

*Необходимая численность выборки для средней количественного признака при повторном отборе:*

$$n = \frac{t^2 S^2}{\Delta_x^2}, \quad (5.34)$$

*для доли:*

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}. \quad (5.35)$$

*Необходимая численность выборки для средней количественного признака при бесповторном отборе:*

$$n = \frac{t^2 S^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 S^2}, \quad (5.36)$$

*для доли:*

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}. \quad (5.37)$$

Формулы показывают, что с увеличением предполагаемой ошибки выборки значительно уменьшается необходимый объем выборки.

## РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### ПРИМЕР 1

Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее ее распределение, основанное на результатах повторного выборочного обследования:

| Группировка значений признака | Число единиц выборочной совокупности, входящих в данный интервал |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| До 4                          | 10                                                               |
| 4–8                           | 20                                                               |
| 8–12                          | 36                                                               |
| 12–16                         | 20                                                               |
| 16–20                         | 14                                                               |
| <b>Итого:</b>                 | <b>100</b>                                                       |

Уровень доверительной вероятности определите самостоятельно.

**РЕШЕНИЕ:**

Среднее значение признака в генеральной совокупности находится в интервале:

$$\tilde{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta,$$

где  $\bar{x}$  – среднее значение признака в генеральной совокупности;  $\tilde{x}$  – среднее значение признака в выборочной совокупности;  $\Delta$  – предельная ошибка выборочной средней.

Для повторного отбора:  $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$

где  $t$  – коэффициент доверия;  $\sigma^2$  – дисперсия признака в выборочной совокупности;  $n$  – объем выборки.

Определяем:  $\tilde{x}$ ,  $\sigma^2$ ,  $\Delta$ .

1. Среднее значение признака по выборке:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 10 + 6 \cdot 20 + 10 \cdot 36 + 14 \cdot 20 + 18 \cdot 14}{100} = \frac{1032}{100} = 10,32.$$

2. Выборочная дисперсия:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(2 - 10,32)^2 \cdot 10 + (6 - 10,32)^2 \cdot 20 + (10 - 10,32)^2 \cdot 36 + (14 - 10,32)^2 \cdot 20 + (18 - 10,32)^2 \cdot 14}{100} \\ &= \frac{640 + 320 + 320 + 896}{100} = \frac{2176}{100} = 21,76. \end{aligned}$$

3. Вероятность ошибки установлена – 0,954, соответственно уровень коэффициента доверия составит 2.

$$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{21,76}{100}} = 0,47.$$

Имеем:

$$\tilde{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta,$$

$$10,3 - 0,94 \leq x \leq 10,3 + 0,94;$$

$$9,36 \leq x \leq 11,24.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно предположить, что среднее значение признака в генеральной совокупности будет находиться в пределах от 9,36 до 11,24.

### ПРИМЕР 2

В результате случайной повторной выборки в городе предполагается определить долю семей с тремя детьми и более. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,02, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,27?

*РЕШЕНИЕ:*

Предельная ошибка доли при повторном отборе определяется:

$$\Delta_{\omega} = t \cdot \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}},$$

где  $\omega$  – выборочная доля;  $t$  – коэффициент доверия;  $n$  – объем выборки.

Следовательно:

$$n = \frac{\omega(1-\omega) \cdot t^2}{\Delta^2}$$

$t = 2$  при  $p = 0,954$

$$\omega(1-\omega) = 0,27$$

$$\Delta = 0,02$$

$$n = \frac{\omega(1-\omega) \cdot t^2}{\Delta^2} = \frac{2^2 \cdot 0,27}{0,02^2} = \frac{1,08}{0,0004} = 2700.$$

Численность выборки должна составить 2700 семей.

### ПРИМЕР 3

Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта. При механическом способе отбора из партии готовых изделий в 20000 ед. было обследовано 800 ед., из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

*РЕШЕНИЕ:*

В случае механического отбора предельная ошибка определяется по следующей формуле:

$$\Delta_{\omega} = t \cdot \sqrt{\frac{\varpi(1-\varpi)}{n}} \left(1 - \frac{n}{N}\right),$$

где  $t$  – коэффициент доверия,  $t = 3$  при  $p = 0,997$ ;  $N$  – численность генеральной совокупности;  $n$  – численность выборки;  $\omega$  – выборочная доля.

Границы генеральной доли изделий высшего сорта:

$$p = \omega \pm \Delta_{\omega}$$

$$\varpi = \frac{640}{800} = 0,8$$

$$\Delta_{\varpi} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,8 \cdot (1 - 0,8)}{800} \cdot \left(1 - \frac{800}{20000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,16}{800} \cdot 0,96} = 3 \cdot 0,014 = 0,04.$$

$$p = 0,8 \pm 0,04$$

Следовательно, генеральная доля находится в пределах:

$$0,76 \leq p \leq 0,84.$$

#### **Пример 4**

Партия роз (80 000 шт.), поступивших из Голландии, была подвергнута выбраковке. Для этого было обследовано 800 роз, отобранных при помощи механического способа отбора. Среди обследованных обнаружено 160 бракованных.

Определите с вероятностью 0,997 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 10 руб.

#### **РЕШЕНИЕ:**

Чтобы узнать возможный размер убытка, определим процент брака во всей партии (см. решение примера 3).

Доля бракованных роз:

$$\omega_{\text{брака}} = \frac{160}{800} = 0,20.$$

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_{\omega} = t \cdot \sqrt{\frac{\varpi(1-\varpi)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

$$\Delta_{\varpi} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{800} \cdot \left(1 - \frac{800}{80000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{0,000198} = 0,04.$$

Пределы доли бракованных роз и убытков, соответственно:

$$P_{\text{брака}} = 0,2 \pm 0,04$$

$$0,16 \leq p_{\text{брака}} \leq 0,24$$

Возможный размер убытка ( $Y$ ) находится в пределах

$$80000 \cdot 0,16 - 10,0 \leq Y \leq 80000 \cdot 0,24 \cdot 10,0$$

$$128,0 \text{ тыс. руб.} \leq Y \leq 192,0 \text{ тыс. руб.}$$

### ПРИМЕР 5

В области 11 ремонтно-строительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 13, 8, 29, 37, 49, 53, 41, 27, 11, 3 и 4 млн. руб. и 8 общестроительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 30, 50, 70, 60, 50, 45, 75, 80 млн. руб.

Для разработки межотраслевого баланса отберите 25 % строительных организаций области и рассчитайте коэффициент репрезентативности.

Указание: отбор осуществлять по типическим группам с механической выборкой внутри групп.

#### РЕШЕНИЕ:

Отбор выполняется отдельно по каждой типической группе.

В первой группе – группе из 11 ед. ремонтно-строительных предприятий выбираем:

$$11 \cdot 25 \% = 2,75 \text{ предприятия.}$$

Во второй группе – группе из 8 ед. общестроительных предприятий выбираем:

$$8 \cdot 25 \% = 2 \text{ предприятия.}$$

Процедуру отбора рассмотрим на примере общестроительных организаций.

При механическом способе единицы совокупности выбираются через равные интервалы, следовательно,  $(8/2 = 4)$  отбираем каждую четвертую организацию. Отбор делаем до тех пор, пока коэффициент репрезентативности не будет максимальным.

Определяем генеральную среднюю:

$$\bar{x} = \frac{30 + 50 + 70 + 60 + 50 + 45 + 75 + 80}{8} = 57,7 \text{ (млн руб.)}$$

#### 1-я итерация

Выбираем, начиная с первой организации: первая, пятая организации.

$$\tilde{x} = 30 + 50 = 40,0 \text{ (млн руб.)};$$

$$k_{\text{репрез.}} = \frac{40,0}{57,7} = 0,696.$$

#### 2-я итерация

Выбираем, начиная со второй организации: вторая, шестая организации.

$$\tilde{x} = \frac{50 + 45}{2} = 47,5 \text{ (млн руб.)};$$

$$k_{\text{репрез.}} = \frac{47,5}{57,7} = 0,826.$$

И так далее.

Результаты представим в таблице:

Расчетная таблица

| Итерация | Предприятие,<br>попавшее в выборку | Выборочная<br>средняя | Коэффициент<br>репрезентативности |
|----------|------------------------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| 1        | 1,5                                | 40,0                  | 0,696                             |
| 2        | 2,6                                | 47,5                  | 0,826                             |
| 3        | 3,7                                | 72,5                  | 1,261                             |
| 4        | 4,8                                | 70,0                  | 1,210                             |

Наиболее репрезентативен второй вариант отбора.

## ЗАДАЧИ

### Задача 5.1

Методом механического отбора проведено пятипроцентное обследование веса расфасованного груза (мешки муки). Распределение 60 отобранных мешков по весу дало следующие результаты:

| Вес мешка, кг | Число мешков, шт. |
|---------------|-------------------|
| До 45         | 3                 |
| 50–55         | 40                |
| 55–60         | 7                 |
| 60 и более    | 4                 |
| <b>Итого:</b> | 60                |

Определите:

- 1) средний вес одного мешка муки в выборке;
- 2) долю мешков муки, вес которых не превышает 50 кг, в выборке;
- 3) с вероятностью 0,997 пределы, в которых может быть гарантирован средний вес мешка муки во всей партии и доли мешков с весом менее 50 кг;
- 4) отклонение фактического объема полученного груза от объявленного (один вагон – 60 тонн, нормативный вес мешка – 50 кг).

### Задача 5.2

При выборочном бесповторном собственнo-случайном отборе получены следующие данные о недовесе коробок конфет весом 20 кг:

|                             |         |         |         |         |         |
|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Недовес одной коробки, кг   | 0,4–0,6 | 0,6–0,8 | 0,8–1,0 | 1,0–1,2 | 1,2–1,4 |
| Число обследованных коробок | 8       | 20      | 38      | 23      | 10      |

Определите:

- 1) средний недовес коробок конфет и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей партии, состоящей из 990 единиц;
- 2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли коробок с недовесом до 1 кг;
- 3) какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,06 (с вероятностью 0,954).

### Задача 5.3

Для анализа структуры вкладов населения проведено выборочное бесповторное собственнo-случайное обследование 10 % банковских вкладов.

В результате получено следующее распределение:

|                  |       |       |        |         |             |
|------------------|-------|-------|--------|---------|-------------|
| Вклад, тыс. руб. | До 10 | 10–50 | 50–100 | 100–150 | 150 и более |
| Доля вкладов, %  | 20,0  | 25,0  | 40,0   | 10,0    | 5,0         |

Определите:

- 1) средний размер вклада и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей совокупности вкладов населения;
- 2) с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли вкладов свыше 100 тыс. руб.

#### Задача 5.4

Необходимо определить абсолютный и относительный объемы случайного бесповторного отбора для исследования генеральной доли, чтобы ошибка частоты с вероятностью 0,997 не превышала 0,02; дисперсия равна 0,25, если выборка производится из генеральной совокупности объемов:

- а) 10 000;
- б) 100000.

#### Задача 5.5

Из 5 % опрошенных выпускников университета 30 % удовлетворены полученными за время обучения знаниями. Какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 0,05 (с вероятностью 0,954 и при количестве выпускников 2000 чел.)?

#### Задача 5.6

Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта. При механическом способе отбора из партии в 20 000 ед. готовых изделий было обследовано 800 ед., из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

#### Задача 5.7

Партия роз в 20 000 шт., поступившая из Голландии, была подвергнута выбраковке. Для этого обследовано 200 роз, отобранных механическим способом. Среди обследованных обнаружено 40 бракованных.

Определите с вероятностью 0,954 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 20 руб.

#### Задача 5.8

Выборочное обследование антропометрических показателей 200 новорожденных установило, что средний вес новорожденного составляет 3950 г, а среднее квадратическое отклонение – 300 г.

Определите с вероятностью 0,954 ошибку выборки.

#### Задача 5.9

Используя условие предыдущей задачи, определите необходимую численность выборки, чтобы ошибка выборки не превышала 30 г (с вероятностью 0,683).

#### Задача 5.10

Дорасчет валового внутреннего продукта провели с использованием распределения малых предприятий региона по объему выпуска продукции (работ, услуг), полученного на основе 10-процентного выборочного наблюдения:

| Группы предприятий<br>по объему выпуска продукции<br>(работ, услуг), млн руб. | Число<br>предприятий |
|-------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| До 1,0                                                                        | 84                   |
| 1,0–2,0                                                                       | 156                  |
| 2,0–3,0                                                                       | 492                  |
| 3,0–4,0                                                                       | 324                  |

| Группы предприятий по объему выпуска продукции (работ, услуг), млн руб. | Число предприятий |
|-------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 4,0–5,0                                                                 | 108               |
| 5,0 и более                                                             | 36                |
| <b>Итого:</b>                                                           | 1200              |

Определите:

1) по предприятиям, включенным в выборку:

а) средний размер произведенной продукции (работ, услуг) на одно предприятие;

б) долю предприятий с объемом производства продукции (работ, услуг) более 4,0 млн руб.;

2) в целом по региону с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать:

а) средний объем производства продукции (работ, услуг) на одно предприятие;

б) долю предприятий с объемом производства продукции более 4,0 млн руб.;

3) общий объем выпуска продукции (работ, услуг) по региону.

### Задача 5.11

Для определения среднего размера вклада одной из категорий вкладчиков по отделению банка, где число вкладчиков 5700, необходимо провести выборку лицевых счетов методом механического отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение размера вклада составляет 140 тыс. руб.

Определите необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 20,0 тыс. руб.

### Задача 5.12

Для изучения дифференциации процентных ставок по вкладам населения в отделении банка проведена пятипроцентная механическая выборка. В результате получено следующее распределение вкладов по срокам хранения:

| Группы вкладов по сроку хранения, дней | Число вкладов |
|----------------------------------------|---------------|
| До 30                                  | 98            |
| 30–60                                  | 140           |
| 60–90                                  | 175           |
| 90–180                                 | 105           |
| 180–360                                | 56            |
| 360 и более                            | 26            |

Определите:

1) средний срок хранения вкладов по вкладам, включенным в выборку;

2) долю вкладов со сроком хранения более 180 дней по вкладам, включенным в выборку;

3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность хранения вклада и доли вкладов со сроком более 180 дней в целом по отделению банка;

4) необходимую численность выборки при определении доли вкладов со сроком хранения более 180 дней, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превысила 7 %.

### Задача 5.13

Определите необходимую численность механической выборки при изучении доли заказных писем, отправляемых на почтамте бюджетными организациями, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка репрезентативности не превышала 2 %. Удельный вес этой корреспонденции по выборке, проведенной ранее, составил 43 %, объем обрабатываемой корреспонденции – 120 тыс. писем.

### Задача 5.14

В коммерческом банке в порядке собственно-случайной выборки обследовано 5 % кредитных договоров, в результате чего установлено:

| Группы договоров с ссудозаемщиками по размеру кредита, тыс. руб. | Число договоров с ссудозаемщиками |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| До 200                                                           | 47                                |
| 200–600                                                          | 117                               |
| 600–1400                                                         | 105                               |
| 1400–3000                                                        | 47                                |
| 3000 и более                                                     | 34                                |
| <b>Итого:</b>                                                    | <b>350</b>                        |

Определите:

- 1) по договорам, включенным в выборку:
  - а) средний размер выданного ссудозаемщикам кредита;
  - б) долю ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 3000 тыс. руб.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать средний размер выданного ссудозаемщикам кредита и доли ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 3000 тыс. руб., в целом по отделению банка;
- 3) общий валовой доход банка от этого вида финансовых услуг, если кредитование осуществлялось под 40 % годовых.

### Задача 5.15

Для оценки стоимости основных средств региона был проведен пятипроцентный механический отбор, в результате чего установлено:

| Группы предприятий по стоимости основных средств, тыс. руб. | Число предприятий |
|-------------------------------------------------------------|-------------------|
| До 1000                                                     | 131               |
| 1000–2000                                                   | 227               |
| 2000–3000                                                   | 294               |
| 3000–4000                                                   | 146               |
| 4000–5000                                                   | 128               |
| 5000 и выше                                                 | 74                |

Определите:

- 1) по включенным в выборку предприятиям:
  - а) среднюю стоимость основных средств на одно предприятие;
  - б) долю предприятий со стоимостью основных средств более 5000 тыс. руб.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю стоимость основных средств на одно предприятие и долю предприятий со стоимостью выше 5000 тыс. руб. в целом по региону;
- 3) ожидаемую сумму налога на имущество (2 %) со стоимости основных средств по обследованной группе предприятий и по региону в целом.

### Задача 5.16

В регионе 11 ремонтно-строительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 14, 9, 32, 37, 49, 54, 42, 28, 10, 4, 5 млн руб. и 8 общестроительных предприятий с объемом выполненных за год работ: 40, 60, 80, 70, 60, 55, 85, 80 млн руб. Для разработки межотраслевого баланса отберите 25 % строительных организаций региона и рассчитайте коэффициент репрезентативности.

Указание: отбор осуществлять по типическим группам с механической выборкой внутри групп.

### Задача 5.17

В результате механической выборки в городе предполагается определить долю семей с тремя детьми и более. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,03, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,4?

### Задача 5.18

В порядке повторного выборочного обследования выработки на земляных работах у 144 рабочих установлено, что средняя выработка одного рабочего была равна  $4,95 \text{ м}^3$ , а средний квадрат отклонений, или дисперсия, равен 2,25.

Определите точность выборочного наблюдения, рассчитав размер средней ошибки выборки.

### Задача 5.19

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 гарантировать, что размер ошибки выборки не превысит 0,1. При этом установлено, что дисперсия, или средний квадрат отклонений, равна 2,25.

### Задача 5.20

Определите, какова будет численность выборки, если размер ошибки выборки не превышает 0,1, а дисперсия равна 1,44.

### Задача 5.21

Для изучения безработицы в регионе проведена пятипроцентная механическая выборка, которая дала следующие результаты:

| Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес. | Число безработных |
|-----------------------------------------------------------------|-------------------|
| До 3                                                            | 6                 |
| 3–6                                                             | 21                |
| 6–9                                                             | 70                |
| 9–12                                                            | 115               |
| 12–15                                                           | 60                |
| 15–18                                                           | 21                |
| 18 и более                                                      | 7                 |

Определите:

- 1) среднюю продолжительность отсутствия работы у опрошенных;
- 2) долю лиц, не имеющих работу более одного года;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность безработицы и долю безработных более одного года в генеральной совокупности;

4) необходимую численность выборки при определении средней продолжительности отсутствия работы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила трех месяцев.

### Задача 5.22

Для оценки уровня жизни региона проведен пятипроцентный опрос, в результате чего установлено:

| Группы опрошенных по уровню<br>среднедушевого дохода, минимальных<br>зарплат в месяц | Число опрошенных |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| До 20                                                                                | 150              |
| 20–40                                                                                | 650              |
| 40–60                                                                                | 850              |
| 60–80                                                                                | 340              |
| 80–100                                                                               | 80               |
| 100–120                                                                              | 70               |
| 120 и более                                                                          | 6                |

Определите:

- 1) среднедушевой доход опрошенных;
  - 2) долю опрошенных со среднедушевым доходом 120 минимальных заработных плат и более;
  - 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднедушевые доходы жителей региона, а также долю наиболее обеспеченного населения (более 120 минимальных заработных плат);
  - 4) уровень среднедушевых доходов у 10 % наиболее и наименее обеспеченных граждан региона.
- Сделайте выводы.

## ТЕСТ

### Вопрос 1. Выборочным наблюдением называют:

- 1) сплошное наблюдение генеральной статистической совокупности;
- 2) несплошное наблюдение, при котором обследованию подвергаются единицы изучаемой совокупности, отобранные по заранее известной или заданной системе;
- 3) генерация случайного ряда чисел;
- 4) наблюдение, при котором для каждой единицы совокупности фиксируется только один выбранный показатель;
- 5) группировка единиц генеральной совокупности.

### Вопрос 2. Типический отбор – это...

- 1) отбор единиц из генеральной совокупности наугад или наудачу без всякой системности;
- 2) выбор из генеральной совокупности, разбитой на несколько типических групп;
- 3) выбор из генеральной совокупности, каким-либо образом упорядоченной;
- 4) собственно-случайный либо механический отбор серий, внутри которых производится сплошное обследование единиц совокупности.

### Вопрос 3. Необходимый объем выборки прямо пропорционален...

- 1) величине допустимой ошибки при выборочном наблюдении;
- 2) количеству признаков генеральной совокупности;

- 3) необходимому времени проведения обследования;
- 4) коэффициенту вариации генеральной совокупности;
- 5) дисперсии признака.

**Вопрос 4. Какие преимущества выборочного наблюдения делают его важнейшим источником статистической информации:**

- 1) использование выборочного обследования позволяет значительно сэкономить силы и средства;
- 2) использование выборочного обследования дает возможность значительно ускорить получение необходимых данных;
- 3) позволяет более широко и детально изучить отдельные единицы и группы статистической совокупности;
- 4) позволяет уменьшить штат привлекаемых к обследованию сотрудников, одновременно увеличив их штат;
- 5) все перечисленное.

**Вопрос 5. Проведено собственнo-случайное бесповторное обследование заработной платы сотрудников аппарата управления двух финансовых корпораций. Обследовано одинаковое число сотрудников. Дисперсия заработной платы для двух финансовых корпораций одинакова, а численность аппарата управления больше на первой корпорации. Средняя ошибка выборки:**

- 1) больше на первой корпорации;
- 2) больше на второй корпорации;
- 3) на обеих корпорациях одинакова;
- 4) данные не позволяют сделать вывод.

## ***Тема 6: «Изучение взаимосвязей статистических показателей»***

Исследование объективно существующих связей между явлениями – важнейшая задача общей теории статистики. В процессе статистического исследования зависимостей вскрываются причинно-следственные отношения между явлениями, что позволяет выявлять факторы (признаки), оказывающие существенное влияние на вариацию изучаемых явлений и процессов.

**Причинно-следственные отношения** – это связь явлений и процессов, при которой изменение одного из них (причины) ведет к изменению другого (следствия). Необходимая обусловленность явлений множеством факторов называется *детерминизмом*.

Объектом исследования при статистическом измерении связей служит, как правило, детерминированность следствия факторами (причиной и условиями). Для изучения связей признаки делятся по значению на два класса. Признаки, обуславливающие изменение других связанных с ними признаков, называются *факторными*, или просто факторами. Признаки, изменяющиеся под действием факторов, называются *результативными*.

Выявление связей между признаками основывается на результатах качественного теоретического анализа. Задача статистики – количественная оценка закономерности связей, математическая определенность позволяет использовать результаты экономических разработок для практических целей. Вместе с тем качественный анализ должен не только предшествовать статистическому, но и являться подтверждением справедливости его результатов.

### Функциональные и стохастические связи

Между различными явлениями и их признаками необходимо, прежде всего, выделить два типа связей: *функциональную (жестко детерминированную)* и *статистическую (стохастически детерминированную)*.

В соответствии с жестко детерминистическим представлением о функционировании экономических систем необходимость и закономерность однозначно проявляются в каждом отдельном явлении, то есть любое действие вызывает строго определенный результат; случайными (непредвиденными заранее) воздействиями при этом пренебрегают. Поэтому при заданных начальных условиях состояние такой системы может быть определено с вероятностью, равной единице. Разновидностью такой закономерности является *функциональная связь*.

Связь признака  $y$  с признаком  $x$  называется функциональной, если каждому возможному значению независимого признака  $x$  соответствует одно или несколько строго определенных значений зависимого признака  $y$ .

Характерной особенностью функциональных связей является то, что в каждом отдельном случае известен полный перечень факторов, определяющих значение зависимого (результативного) признака, а также точный механизм их влияния, выраженный определенным уравнением.

Функциональную связь можно представить уравнением:

$$y_i = f(x_i), \quad (6.1)$$

где  $y_i$  – результативный признак ( $i = 1, \dots, n$ );

$f(x_i)$  – известная функция связи результативного и факторного признаков;

$x_i$  – факторный признак.

*Стохастическая связь* – это связь между величинами, при которой одна из них, случайная величина  $y$ , реагирует на изменение другой величины  $x$  или других величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , (случайных или неслучайных) изменением закона распределения. Это обуславливается тем, что зависимая переменная (результативный признак), кроме рассматриваемых независимых, подвержена влиянию ряда неучтенных или неконтролируемых (случайных) факторов, а также некоторых неизбежных ошибок измерения переменных. Поскольку значения зависимой переменной подвержены случайному разбросу, они не могут быть предсказаны с достаточной точностью, а только указаны с определенной вероятностью.

Характерной особенностью стохастических связей является то, что они проявляются во всей совокупности, а не в каждой ее единице (причем не известен ни полный перечень факторов, определяющих значение результативного признака, ни точный механизм их функционирования и взаимодействия с результативным признаком). Всегда имеет место влияние случайного. Появляющиеся различные значения зависимой переменной – реализация случайной величины.

Модель стохастической связи может быть представлена в общем виде уравнением:

$$\hat{y}_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad (6.2)$$

где  $\hat{y}_i$ , – расчетное значение результативного признака;

$f(x_i)$  – часть результативного признака, сформировавшаяся под воздействием учтенных известных факторных признаков (одного или множества), находящихся в стохастической связи с признаком;

$\varepsilon_i$  – часть результативного признака, возникшая вследствие действия неконтролируемых или неучтенных факторов, а также измерения признаков, неизбежно сопровождающегося некоторыми случайными ошибками.

Проявление стохастических связей подвержено действию закона больших чисел: лишь в достаточно большом числе единиц индивидуальные особенности сглаживаются, случайности взаимопогасаются и зависимость, если она имеет существенную силу, проявится достаточно отчетливо.

Частным случаем стохастической связи является корреляционная связь.

*Корреляционная связь* существует там, где взаимосвязанные явления характеризуются только случайными величинами. При такой связи среднее значение (математическое ожидание) случайной величины результативного признака  $y$  закономерно в  $x$  изменяется в зависимости от изменения другой величины  $x$  или в других случайных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Корреляционная связь проявляется не в каждом отдельном случае, а во всей совокупности в целом. Только при достаточно большом количестве случаев каждому значению случайного признака  $x$  будет соответствовать распределение средних значений случайного признака  $y$ .

**По направлению** выделяют прямую и обратную связи. При *прямой связи* направление изменения результативного признака совпадает с направлением изменения признака-фактора, то есть с увеличением факторного признака увеличивается и результативный, и наоборот. В противном случае между рассматриваемыми величинами существуют обратные связи. Например, чем выше квалификация рабочего (разряд), тем выше уровень производительности труда – прямая связь. А чем выше производительность труда, тем ниже себестоимость единицы продукции – обратная связь.

**По аналитическому выражению (форме)** связи могут быть прямолинейными и криволинейными. При *прямолинейной связи* с возрастанием значения факторного признака происходит непрерывное возрастание (или убывание) значений результативного признака. Математически такая связь представляется уравнением прямой, а графически – прямой линией. Отсюда ее более короткое название – линейная связь. При *криволинейных связях* с возрастанием значения факторного признака возрастание (или убывание) результативного признака происходит неравномерно или же направление его изменения меняется на обратное. Геометрически такие связи представляются кривыми линиями (гиперболой, параболой и т. д.).

**По количеству факторов, действующих на результативный признак**, связи различаются на однофакторные (один фактор) и многофакторные (два и более факторов). *Однофакторные (простые) связи* обычно называются парными (так как рассматривается пара признаков). Например, корреляционная связь между прибылью и производительностью труда. В случае многофакторной (множественной) связи имеют в виду, что все факторы действуют комплексно, то есть одновременно и во взаимосвязи, например, корреляционная связь между производительностью труда и уровнем организации труда, автоматизации производства, квалификации рабочих, производственным стажем, простоями и другими факторными признаками.

#### ***Статистические методы моделирования связи***

Для выявления наличия связи в статистике используются следующие методы: приведение параллельных данных (сопоставление двух параллельных рядов), построение аналитических группировок, графические методы, методы корреляции.

**Метод сопоставления двух параллельных рядов.** С его помощью можно установить наличие стохастической связи, а также получить представление о ее характере и направлении. Для этого факторы, характеризующие результативный признак, располагают в возрастающем или убывающем порядке (в зависимости от эволюции процесса и целей исследования), а затем прослеживают изменение величины результативного признака. Сопоставление и анализ расположенных таким образом рядов значений изучаемых величин позволяют установить наличие связи и ее направление. Зависимость между факторами и показателями может прослеживаться во времени (параллельные динамические ряды).

До исследования методом параллельных рядов (априори) необходимо провести анализ сопоставляемых явлений и установить наличие между ними причинных связей (а не простого сопутствия).

К недостатку метода взаимозависимых параллельных рядов следует отнести невозможность определения количественной меры связи между изучаемыми признаками. Однако он удобен и эффективен, когда речь идет о необходимости установления связей между показателями и факторами, характеризующими экономический процесс.

**Метод аналитических группировок.** Стохастическая связь будет проявляться отчетливее, если применить для ее изучения аналитические группировки. Чтобы выявить зависимость с помощью этого метода, нужно произвести группировку единиц совокупности по факторному признаку и для каждой группы вычислить среднее или относительное значение результативного признака. Сопоставляя затем изменения результативного признака по мере изменения факторного, можно выявить направление, характер и тесноту связи между ними с помощью эмпирического корреляционного отношения. Однако метод группировок не позволяет определить форму (аналитическое выражение) факторных признаков на результативный.

**Корреляционный метод** имеет своей задачей количественное определение тесноты связи между двумя признаками (при парной связи) и между результативным и множеством факторных признаков (при многофакторной связи).

*Корреляция* – это статистическая зависимость между случайными величинами, не имеющими строго функционального характера, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания другой.

В статистике принято различать следующие варианты зависимостей:

1. Парная корреляция – связь между двумя признаками (результативным и факторным или между двумя факторными).
2. Частная корреляция – зависимость между результативным и одним факторным признаком при фиксации значений других факторных признаков.
3. Множественная корреляция – зависимость результативного от двух или более факторных признаков, включенных в исследование.

**Графически** взаимосвязь двух признаков изображается путем построения поля корреляции. В системе координат оси абсцисс откладываются значения факторного признака, а на оси ординат – результативного. Точки с соответствующими координатами наносятся на плоскость. При отсутствии тесных связей имеет место беспорядочное расположение точек на графике. Чем сильнее связь между признаками, тем теснее будут группироваться точки вокруг определенной линии.

В общем виде задача статистики в области изучения взаимосвязей состоит не только в количественной оценке их наличия, направления и силы связи, но и в определении формы (аналитического выражения) влияния факторных признаков на результативный. Для ее решения применяют методы корреляционного и регрессионного анализов.

*Корреляционный анализ* имеет своей задачей количественное определение тесноты связи между признаками: при парной корреляции – между двумя признаками; при множественной корреляции – между несколькими.

Теснота связи количественно выражается величиной коэффициента корреляции.

*Регрессионный анализ* заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (называемой зависимой или результативным признаком) обусловлено влиянием одной или нескольких переменных независимых величин, называемых факторами-признаками.

Регрессия может быть однофакторной (парной) и многофакторной (множественной). По форме зависимости различают регрессию линейную (выражается уравнением прямой):

$$\overline{Y}_x = a_0 + a_1 x, \quad (6.3)$$

и нелинейную (выражается уравнением параболы, гиперболы и др.):

$$\overline{Y_x} = a_0 + a_1x + a_2x^2 \text{ (парабола)}, \quad (6.4)$$

$$\overline{Y_x} = a_0 + \frac{a_1}{x} \text{ (гипербола)}. \quad (6.5)$$

*Корреляционно-регрессионный анализ* как общее понятие включает в себя измерение тесноты и направления связи и установление аналитического выражения (формы) связи. Корреляция и регрессия тесно связаны между собой: первая оценивает силу (тесноту связи), вторая исследует ее форму.

Корреляционный анализ изучает взаимозависимости показателей и позволяет оценить:

- 1) тесноту связи между показателями;
- 2) адекватность уравнения регрессии.

### **Парная регрессия**

*Парная регрессия* характеризует связь между двумя признаками: результативным и факторным. *Уравнение однофакторной (парной) линейной корреляционной связи:*

$$\hat{y} = a_0 + a_1x, \quad (6.6)$$

где  $\hat{y}$  – теоретические значения результативного признака, полученные по уравнению регрессии;

$a_0, a_1$  – коэффициенты уравнения регрессии.

Поскольку  $a_0$  является средним значением  $y$  в точке  $x=0$ , экономическая интерпретация часто затруднена или вообще невозможна. Коэффициент  $a_1$  имеет смысл показателя силы связи между вариацией факторного признака  $x$  и вариацией результативного признака  $y$ . Это уравнение показывает среднее значение изменения результативного признака  $y$  при изменении факторного признака  $x$  на одну единицу вариации  $x$ . Знак  $a_1$  указывает направление этого изменения.

Параметры уравнения  $a_0, a_1$  находят методом наименьших квадратов (метод решения систем уравнений, при котором в качестве решения принимается точка минимума суммы квадратов отклонений).

Система нормальных уравнений для нахождения параметров линейной регрессии имеет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ \{ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}, \quad (6.7)$$

где  $n$  – число наблюдений.

Для расчета параметров уравнения параболы используются соотношения:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum yx^2 \end{cases}. \quad (6.8)$$

Оценка обратной зависимости между  $x$  и  $y$ , когда с увеличением (уменьшением)  $x$  уменьшается (увеличивается) значение  $y$ , записывается уравнением (6.5), система уравнений для гиперболы будет выглядеть так:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x} \end{cases} \quad (6.9)$$

### **Множественная регрессия**

*Множественной* (или многофакторной) регрессией называется изучение зависимости между тремя и более связанными между собой признаками.

При исследовании зависимостей методами множественной регрессии задача формулируется так же, как и при использовании парной регрессии, то есть требуется определить аналитическое выражение связи между результат-признаком ( $y$ ) и факторными признаками ( $x_1, x_2, \dots, x_k$ ), найти функцию:

$$\bar{y} = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (6.10)$$

*Этапы построения множественной регрессии:*

- выбор формы связи (уравнение регрессии);
- отбор факторных признаков;
- обеспечение достаточного объема совокупности для получения состоятельных и несмещенных оценок.

Наиболее приемлемым способом определения исходного уравнения регрессии является *метод перебора* различных уравнений.

Практика построения многофакторных моделей взаимосвязи показывает, что все реально существующие зависимости между массовыми процессами и явлениями можно описать, используя пять основных типов моделей:

$$1) \text{ линейная: } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k; \quad (6.11)$$

$$2) \text{ степенная: } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k}; \quad (6.12)$$

$$3) \text{ показательная: } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = e^{a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k}; \quad (6.13)$$

$$4) \text{ параболическая: } \bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_k x_k^2; \quad (6.14)$$

$$5) \text{ гиперболическая: } \bar{y}_{1,2,\dots,K} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_k}{x_k}. \quad (6.15)$$

Основное значение имеют линейные модели в силу простоты и логичности их содержательной интерпретации. Кроме этого, нелинейные формы моделей в большинстве случаев можно привести к линейным, используя методы линеаризации.

### **Оценка тесноты связи**

Теснота корреляционной связи, как и любой другой, может быть измерена с помощью *корреляционного отношения* ( $R$ ), которое представляет собой относительную величину, получающуюся в результате сравнения дисперсии выравненных значений результативного признака ( $\sigma_{y_x}^2$ ), то есть рассчитанных по уравнению регрессии с дисперсией значений (фактических) результативности признака ( $\sigma_y^2$ ):

$$R = \pm \sqrt{\frac{\sigma_{y_x}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (6.16)$$

$$\text{где } \sigma_{y_x}^2 = \frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{n}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}.$$

В основе расчета корреляционного отношения лежит правило сложения дисперсий:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y_x}^2 + \sigma_{ост}^2. \quad (6.17)$$

Здесь ( $\sigma_{y_x}^2$ ) отражает вариацию результативного признака (у), обусловленную вариацией факторного признака (х), а  $\sigma_{ост}^2$  отражает вариацию у за счет всех остальных факторов, кроме х, то есть является *остаточной дисперсией*:

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum (y - y_x)^2}{n}. \quad (6.18)$$

Тогда формулу корреляционного отношения можно преобразовать к следующему виду:

$$R = \pm \sqrt{\frac{\sigma_{y_x}^2}{\sigma_y^2}} = \pm \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}} = \pm \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}}. \quad (6.19)$$

Подкоренное выражение корреляционного отношения представляет собой *коэффициент детерминации* (меры определенности, причинности).

Корреляционное отношение применяется для измерения тесноты связи при линейной и криволинейной зависимостях между результативным и факторным признаками. При нелинейных связях корреляционное отношение, исчисляемое по формуле (6.18), часто называют *индексом корреляции R*.

Чем ближе корреляционное отношение к единице, тем связь между признаками теснее.

При линейной форме уравнения применяется другой показатель тесноты связи – *линейный коэффициент корреляции*.

В практике применяются различные математические формулировки этого коэффициента. Приведем три из них:

$$r = \frac{\overline{(x - \bar{x})(y - \bar{y})}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (6.20)$$

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2}{2\sigma_x \sigma_y}, \quad (6.21)$$

$$r = a_1 \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y}. \quad (6.22)$$

Формулы (6.19) и (6.20) применяются при изучении совокупности малого объема (не более 30 значений). Формула (6.21) имеет более универсальное применение.

Линейный коэффициент корреляции изменяется в пределах от -1 до 1. Знаки коэффициентов регрессии и корреляции совпадают. Интерпретация значений коэффициента корреляции представлена в таблице № 6.1.

## Оценка линейного коэффициента корреляции

| Значение линейного коэффициента корреляции | Характер связи | Интерпретация связи                                                                     |
|--------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| $r = 0$                                    | Отсутствует    |                                                                                         |
| $0 < r < 1$                                | Прямая         | С увеличением $x$ увеличивается $y$                                                     |
| $-1 < r < 0$                               | Обратная       | С увеличением $x$ уменьшается $y$                                                       |
| $r = 1$                                    | Функциональная | Каждому значению факторного признака строго соответствует одно значение результативного |

Значение линейного коэффициента корреляции важно для исследования социально-экономических явлений и процессов, распределение которых близко к нормальному. Оно принимает значения в интервале:  $-1 < r < 1$ . Отрицательные значения указывают на обратную связь. Положительные – на прямую. При  $r = 0$  линейная связь отсутствует. Чем ближе коэффициент корреляции по абсолютной величине к единице, тем теснее связь между признаками. И, наконец, при  $r = \pm 1$  связь – функциональная.

Степень тесноты связи полностью соответствует корреляционному отношению, которое является более универсальным показателем тесноты связи по сравнению с линейным коэффициентом корреляции.

Факт совпадений и несовпадений значений корреляционного отношения ( $R$ ) и линейного коэффициента корреляции ( $r$ ) используется для оценки формы связи.

Выше отмечалось, что посредством корреляционного отношения измеряется теснота связи любой формы, а с помощью линейного коэффициента корреляции – только прямолинейной. Следовательно, значения  $R$  и  $r$  совпадают только при наличии прямолинейной связи. Несовпадение этих величин свидетельствует, что связь между изучаемыми признаками не прямолинейная, а криволинейная.

Для оценки значимости коэффициента корреляции  $r$  обычно используется  $t$ -критерий Стьюдента, который можно рассчитать по формуле:

$$t_{pac} = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}, \quad (6.23)$$

где  $(n-2)$  – число степеней свободы при заданном уровне значимости  $\alpha$  и объеме выборки  $n$ .

Полученное значение  $t_{pac}$  сравнивают с табличным значением  $t$ -критерия  $t_{табл}$  (для заданного уровня значимости:  $\alpha = 0,05$  или  $0,01$ ). Если рассчитанное значение  $t_{pac}$  превосходит табличное значение критерия  $t_{табл}$ , то практически невероятно, что найденное значение обусловлено только случайными колебаниями (то есть отклоняется гипотеза о его случайности).

Для измерения тесноты связи используются также и другие показатели: множественный коэффициент корреляции; частные коэффициенты корреляции и некоторые другие.

Применение корреляционного и регрессионного анализа требует, чтобы все признаки были количественно измеренными. Построение аналитических группировок предполагает, что количественным должен быть результативный признак. Параметрические методы основаны на использовании основных количественных параметров распределения (средних величин и дисперсий).

Вместе с тем в статистике применяются также непараметрические методы, с помощью которых устанавливается связь между качественными (атрибутивными) признаками. Сфера их применения шире, чем параметрических, поскольку не требуется соблюдение условия нормальности распределения зависимой переменной, однако при этом снижается глубина

исследования связей. При изучении зависимости между качественными признаками не ставится задача представления ее уравнением. Здесь речь идет только об установлении наличия связи и измерении ее тесноты.

В практике статистических исследований приходится иногда анализировать связи между *альтернативными признаками*. Тесноту связи в этом случае можно оценить с помощью *коэффициентов ассоциации и контингенции*.

Для расчета этих коэффициентов строится четырехклеточная таблица, которая имеет следующий вид:

|       |       |               |
|-------|-------|---------------|
| a     | b     | a + b         |
| c     | a     | c + d         |
| a + c | b + d | a + b + c + d |

Применительно к таблице с частотами a, b, c и d коэффициент ассоциации выражается формулой:

$$k_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}, \quad (6.24)$$

а коэффициент контингенции:

$$k_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}}. \quad (6.25)$$

Коэффициенты ассоциации и контингенции изменяются от -1 до +1, чем ближе к +1 или -1, тем сильнее связаны между собой изучаемые признаки.

Если по каждому из взаимосвязанных признаков выделяется число групп более двух, то теснота связи между такими качественными признаками может быть измерена с помощью *показателя взаимной сопряженности А. А. Чупрова*:

$$T = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(k_1 - 1)(k_2 - 1)}}}, \quad (6.26)$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  – число возможных градаций первого признака (число групп по столбцам) и второго признака (число групп по строкам);

$\varphi^2$  – показатель взаимной сопряженности (определяется как сумма отношений квадратов частот клетки таблицы распределения к произведению итоговых частот соответствующего столбца и строки).

В анализе массовых процессов и явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам, которые называются *рангом*, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи. Эти коэффициенты исчисляются при условии, что исследуемые признаки подчиняются различным законам распределения.

*Ранжирование* – процедура упорядочивания объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения.

*Ранг* – порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величины. Если значения признака имеют одинаковую количественную оценку, то ранг всех этих значений принимается равным средней арифметической от соответствующих номеров мест, которые они определяют. Данные ранги называются связными.

Среди непараметрических методов оценки тесноты связи наибольшее распространение получили ранговые коэффициенты Спирмена ( $\rho$ ) и Кендала ( $\tau$ ). Эти коэффициенты могут быть использованы для определения тесноты связей как между количественными, так и между качественными признаками при условии, если их значения упорядочить или ранжировать по степени убывания или возрастания признака.

*Коэффициент корреляции рангов* (коэффициент Спирмена) рассчитывается для случаев, когда нет связанных рангов. Его формула:

$$\rho_{xy} = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (6.27)$$

где  $d_i^2$  – квадрат разности рангов;

$n$  – число наблюдений (число пар рангов).

Коэффициент Спирмена принимает любые значения в интервале  $(-1 \dots 1)$ . Значимость коэффициента корреляции рангов Спирмена проверяется на основе критерия Стьюдента.

Расчет коэффициента Спирмена осуществляется по алгоритму: сначала ранжируются значения результирующего признака, затем ранжируются значения факторного признака. Значения рангов парных признаков – результирующего и факторного – сравниваются, вычисляется разница рангов, которая возводится в квадрат и далее подставляется в формулу.

*Ранговый коэффициент корреляции Кендала* может использоваться для измерения взаимосвязи между качественными и количественными признаками, характеризующими однородные объекты и ранжированными по одному принципу:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \quad (6.28)$$

где  $n$  – число наблюдений;

$S$  – сумма разностей между числом последовательностей ( $P$ ) и числом инверсий ( $\theta$ ) по второму признаку.

$$S = P + \theta.$$

Расчет данного коэффициента выполняется в следующей последовательности:

- 1) значения  $x$  ранжируются в порядке возрастания или убывания;
- 2) значения  $y$  располагаются в порядке, соответствующем значениям  $x$ ;
- 3) для каждого ранга  $y$  определяется число следующих за ним рангов, превышающих его величину. Суммируя таким образом числа, определяется величина  $P$  как мера соответствия последовательностей рангов  $x$  и  $y$  учитывается со знаком (+);
- 4) для каждого ранга  $y$  определяется число следующих за ним рангов, меньших его величине. Суммарная величина обозначается через  $\theta$  и фиксируется со знаком (–);
- 5) определяется сумма баллов по всем членам ряда.

Формула Кендала используется и для связанных рангов.

Как правило, коэффициент Кендала меньше коэффициента Спирмена и составляет  $2/3$  его.

Связь между признаками можно признать статистически значимой, если значения коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендала больше 0,5.

Для определения тесноты связи между произвольным числом признаков применяется *множественный коэффициент ранговой корреляции (коэффициент конкордации)* ( $W$ ), который определяется по формуле:

$$W = \frac{12S}{m(n^3 - n)}, \quad (6.29)$$

где  $m$  – количество факторов;

$n$  – число наблюдений;

$S$  – отклонение суммы квадратов рангов от средней квадратов рангов.

Коэффициент конкордации принимает любые значения в интервале  $(-1...1)$ .

Ранговые коэффициенты корреляции Спирмена, Кендала и конкордации обладают тем преимуществом, что с их помощью можно измерять и оценивать связи как между количественными, так и между атрибутивными признаками, которые поддаются ранжированию.

## ТЕСТ

### Вопрос 1. По направлению связи бывают...

- 1) умеренные;
- 2) прямые;
- 3) прямолинейные.

### Вопрос 2. Функциональной является связь...

- 1) между двумя признаками;
- 2) при которой определенному значению факторного признака соответствует несколько значений результативного;
- 3) при которой определенному значению факторного признака соответствует одно значение результативного признака.

### Вопрос 3. Регрессионный анализ – это...

- 1) сопоставление двух или нескольких рядов статистических величин;
- 2) определение аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (называемой зависимой или результативным признаком) обусловлено влиянием одной или нескольких переменных;
- 3) количественное определение тесноты связи между признаками;
- 4) измерение тесноты и направления связи и установление аналитического выражения связи;
- 5) определение точности параметров генеральной совокупности на основании параметров выборки.

### Вопрос 4. Формула $\overline{y_x} = a_0 + a_1x$ является аналитической записью...

- 1) парной линейной регрессии;
- 2) парной гиперболической регрессии;
- 3) парной параболической регрессии;
- 4) коэффициента корреляции;
- 5) коэффициента детерминации.

### Вопрос 5. Оценка связей социальных явлений производится на основе...

- 1) коэффициента ассоциации;
- 2) коэффициента контингенции;
- 3) коэффициента эластичности.

## **Тема 7: «Статистическое изучение динамики социально-экономических явлений»**

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменений анализируемых показателей во времени, то есть их *динамика*. Эта задача решается при помощи анализа рядов динамики (или временных рядов).

*Ряд динамики* (или динамический ряд) представляет собой ряд расположенных в хронологической последовательности числовых значений статистического показателя, характеризующих изменение общественных явлений во времени.

В каждом ряду динамики имеются два основных элемента: время  $t$  и конкретное значение показателя (уровень ряда)  $y$ .

*Уровни ряда* – это показатели, числовые значения которых составляют динамический ряд. *Время* – это моменты или периоды, к которым относятся уровни.

Построение и анализ рядов динамики позволяют выявить и измерить закономерности развития общественных явлений во времени. Эти закономерности не проявляются четко на каждом конкретном уровне, а лишь в тенденции, в достаточно длительной динамике. На основную закономерность динамики накладываются другие, прежде всего случайные, иногда сезонные влияния. Выявление основной тенденции в изменении уровней, именуемой *трендом*, является одной из главных задач анализа рядов динамики.

Существуют различные виды рядов динамики. Их можно классифицировать по следующим признакам:

1. В зависимости от **способа выражения уровней** ряды динамики подразделяются на *ряды абсолютных, относительных и средних величин*.

2. В зависимости от того, **как выражают уровни ряда состояние явления** на определенные моменты времени (начало месяца, квартала, года) или его величину за определенные интервалы времени (за сутки, за месяц), различают соответственно *моментные* и *интервальные ряды динамики*.

Значения уровней интервального ряда в отличие от уровней моментного ряда не содержатся в предыдущих или последующих показателях, их можно просуммировать, что позволяет получать ряды динамики более укрупненных периодов.

Интервальный ряд, где последовательные уровни могут суммироваться, можно представить как ряд с *нарастающими итогами*. При построении таких рядов производится последовательное суммирование смежных уровней. Этим достигается суммарное обобщение результата развития изучаемого явления с начала отчетного периода (месяца, квартала, года и т. д.).

3. В зависимости от **расстояния между уровнями** ряды динамики подразделяются на ряды динамики с *равноотстоящими уровнями* и *неравноотстоящими уровнями* во времени.

Ряды динамики следующих друг за другом периодов или следующих через определенные промежутки дат называются *равноотстоящими*. Если же в рядах даются прерывающиеся периоды или неравномерные промежутки между датами, то ряды называются *неравноотстоящими*.

4. В зависимости от **наличия основной тенденции изучаемого процесса** ряды динамики подразделяются на *стационарные* и *нестационарные*.

Если математическое ожидание значения признака и дисперсия (основные характеристики случайного процесса) постоянны, не зависят от времени, то процесс считается *стационарным* и ряды динамики также называются *стационарными*. Экономические процессы во времени обычно не являются стационарными, так как содержат основную тенденцию развития, но их можно преобразовать в стационарные путем исключения тенденций.

5. По **числу показателей** можно выделить *изолированные* и *комплексные* (многомерные) ряды динамики. Если ведется анализ во времени одного показателя, то ряд динамики

изолированный. В многомерном ряду представлена динамика нескольких показателей, характеризующих одно явление.

Важнейшим условием правильного построения ряда динамики является сопоставимость всех входящих в него уровней. Данное условие решается либо в процессе сбора и обработки данных, либо путем их пересчета.

**Приведение уровней ряда к сопоставимому виду** – этот прием осуществляется методом *смыкания рядов динамики*. Под смыканием понимают объединение в один ряд (более длинный) двух или нескольких рядов динамики, уровни которых исчислены по разной методологии или разным территориальным границам. Для осуществления смыкания необходимо, чтобы для одного из периодов (переходного) имелись данные, исчисленные по разной методологии (или в разных границах).

Другой способ смыкания рядов динамики заключается в том, что уровни года, в котором произошли изменения, как до изменений, так и после принимаются за 100 %, а остальные пересчитываются в процентах по отношению к этим уровням соответственно.

**Приведение рядов динамики к одному основанию** – та же проблема приведения к сопоставимому виду возникает и при параллельном анализе развития во времени экономических показателей отдельных стран, административных и территориальных районов. Это, во-первых, вопрос о сопоставимости цен сравниваемых стран, во-вторых, о сопоставимости методики расчета сравниваемых показателей. В таких случаях ряды динамики приводятся к *одному основанию*, то есть одному и тому же периоду или моменту времени, уровень которого принимается за базу сравнения, а все остальные уровни выражаются в виде коэффициентов или в процентах по отношению к нему.

Сравнение интенсивности изменений уровней рядов во времени возможно с помощью **коэффициентов опережения (отставания)**, представляющих собой отношение базисных темпов роста (или прироста) двух рядов динамики за одинаковые отрезки времени:

$$K_{on} = \frac{T'_p}{T''_p}, \quad (7.1)$$

$$K_{on} = \frac{T'_{np}}{T''_{np}}, \quad (7.2)$$

где  $T'_p, T'_{np}, T''_p, T''_{np}$  – базисные темпы роста и прироста первого и второго рядов динамики соответственно.

Коэффициенты опережения (отставания) могут быть исчислены на основе сравнения средних темпов роста (или прироста) двух динамических рядов за одинаковый период времени:

$$K_{on} = \frac{\overline{T'^n_p}}{\overline{T''^n_p}}, \quad (7.3)$$

где  $\overline{T'^n_p}, \overline{T''^n_p}$  – средние темпы роста первого и второго рядов динамики соответственно;

$n$  – число лет в периоде.

Коэффициент опережения (отставания) показывает, во сколько раз быстрее растет (отстает) уровень одного ряда динамики по сравнению с другим. При этом сравнении темпы должны характеризовать тенденцию одного направления.

### **Показатели анализа ряда динамики**

При изучении динамики общественных явлений возникает проблема описания интенсивности изменения и расчета средних показателей динамики.

Анализ интенсивности изменения во времени осуществляется с помощью показателей, получаемых в результате сравнения уровней, к таким показателям относятся: *абсолютный прирост, темп роста, темп прироста*, абсолютное значение одного процента прироста.

Система средних показателей включает: *средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста*.

Показатели анализа динамики могут вычисляться на постоянной и переменных базах сравнения. При этом принято называть сравниваемый уровень *отчетным*, а уровень, с которым производится сравнение, – *базисным*.

Для расчета показателей анализа динамики на постоянной базе каждый уровень ряда сравнивается с одним и тем же базисным уровнем. В качестве базисного выбирается либо начальный уровень в ряду динамики, либо уровень, с которого начинается какой-то новый этап развития явления. Исчисляемые при этом показатели называются *базисными*.

Для расчета показателей анализа динамики на переменной базе каждый последующий уровень ряда сравнивается с предыдущим. Вычисленные таким образом показатели анализа динамики называются *цепными*.

Важнейшим статистическим показателем анализа динамики является **абсолютный прирост (сокращение)**, то есть абсолютное изменение, характеризующее увеличение или уменьшение уровня ряда за определенный промежуток времени. Абсолютный прирост с переменной базой называют *скоростью роста*.

- Абсолютный прирост (цепной):

$$\Delta y^u = y_i - y_{i-1}, \quad (7.4)$$

- Абсолютный прирост (базисный):

$$\Delta y^b = y_i - y_0, \quad (7.5)$$

где  $y_i$  – уровень сравниваемого периода;

$y_{i-1}$  – уровень предшествующего периода;

$y_0$  – уровень базисного периода.

Цепные и базисные абсолютные приросты связаны между собой: *сумма последовательных цепных абсолютных приростов равна базисному, то есть общему, приросту за весь промежуток времени* ( $\sum \Delta y^u = \Delta y^b$ ).

Для оценки интенсивности, то есть относительного изменения уровня динамического ряда за какой-либо период времени, исчисляют *темпы роста (снижения)*. Интенсивность изменения уровня динамического ряда оценивается отношением отчетного уровня к базисному.

Показатель интенсивности изменения уровня ряда, выраженный в долях единицы, называется коэффициентом роста, а в процентах – темпом роста. Эти показатели интенсивности изменения отличаются только единицами измерения.

**Коэффициент роста (снижения)** показывает, во сколько раз сравниваемый уровень больше уровня, с которым производится сравнение (если этот коэффициент больше единицы), или какую часть уровня, с которым производится сравнение, составляет сравниваемый уровень (если он меньше единицы). Темп роста всегда представляет собой положительное число.

- Коэффициент роста (цепной):

$$K_p^u = \frac{y_i}{y_{i-1}}; \quad (7.6)$$

- Темп роста (цепной):

$$T_p^y = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100; \quad (7.7)$$

- коэффициент роста (базисный):

$$K_p^\delta = \frac{y_i}{y_0}; \quad (7.8)$$

- темп роста (базисный):

$$T_p^\delta = \frac{y_i}{y_0} 100. \quad (7.9)$$

Итак,  $T_p = K_p \times 100$ .

Между цепными и базисными коэффициентами роста существует взаимосвязь (если базисные коэффициенты исчислены по отношению к начальному уровню ряда динамики): *произведение последовательных цепных коэффициентов роста равно базисному коэффициенту роста за весь период* ( $\Pi K_p^c = K_p^\delta$ ), *а частное от деления последующего базисного темпа роста на предыдущий равно соответствующему цепному темпу роста*.

Относительную оценку скорости измерения уровня ряда в единицу времени дают показатели *темпа прироста (сокращения)*.

**Темп прироста (сокращения)** показывает, на сколько процентов сравниваемый уровень больше или меньше уровня, принятого за базу сравнения, и вычисляется как отношение абсолютного прироста к абсолютному уровню, принятому за базу сравнения.

Темп прироста может быть положительным, отрицательным или равным нулю, выражается он в процентах и долях единицы (коэффициенты прироста).

- Темп прироста (цепной):

$$T_{np}^y = \frac{\sum \Delta y_y}{y_{i-1}} 100; \quad (7.10)$$

- темп прироста (базисный):

$$T_{np}^\delta = \frac{\Delta y_\delta}{y_0} 100. \quad (7.11)$$

Темп прироста (сокращения) можно получить и из темпа роста, выраженного в процентах, если из него вычесть 100 %. Коэффициент прироста получается вычитанием единицы из коэффициента роста:

$$T_{np} = T_p - 100; \quad (7.12)$$

$$K_{np} = K_p - 1. \quad (7.13)$$

При анализе динамики развития следует также знать, какие абсолютные значения скрываются за темпами роста и прироста. Сравнение абсолютного прироста и темпа прироста за одни и те же периоды времени показывает, что при снижении (замедлении) темпов прироста абсолютный прирост не всегда уменьшается, в отдельных случаях он может воз-

растать. Поэтому, чтобы правильно оценить значение полученного темпа прироста, его рассматривают в сопоставлении с показателем абсолютного прироста. Результат выражают показателем, который называют **абсолютным значением (содержанием) одного процента прироста**, и рассчитывают как отношение абсолютного прироста к темпу прироста за тот же период времени, %:

$$A_{\%} = \frac{\Delta y_i}{T_{np}^i} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} 100} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01 y_{i-1}. \quad (7.14)$$

Абсолютное значение одного процента прироста равно сотой части предыдущего (или базисного) уровня. Оно показывает, какое абсолютное значение скрывается за относительным показателем – одним процентом прироста.

В тех случаях, когда сравнение производится с отдалением периода времени, принятого за базу сравнения, рассчитывают так называемые **пункты роста**, которые представляют собой разность базисных темпов роста, процентов, двух смежных периодов.

В отличие от темпов прироста, которые нельзя ни суммировать, ни перемножать, пункты роста можно суммировать, в результате получаем темп прироста соответствующего периода по сравнению с базисным.

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяют средние показатели: *средние уровни ряда и средние показатели изменения уровней ряда*.

**Средний уровень ряда** характеризует обобщенную величину абсолютных уровней. Он рассчитывается по средней хронологической, то есть по средней исчисленной из значений, изменяющихся во времени.

Методы расчета среднего уровня интервального и моментного рядов динамики различны.

Для интервальных рядов динамики из абсолютных уровней средний уровень за период времени определяется по формуле средней арифметической:

- при равных интервалах применяется средняя арифметическая простая:

$$\overline{y}_{np} = \frac{\sum y}{n} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}, \quad (7.15)$$

где  $y$  – абсолютные уровни ряда;  $n$  – число уровней ряда;

- при неравных интервалах – средняя арифметическая взвешенная:

$$\overline{y}_{вз} = \frac{y_1 t_1 + \dots + y_n t_n}{t_1 + \dots + t_n} = \frac{\sum y t}{\sum t}, \quad (7.16)$$

где  $y_1, \dots, y_n$  – уровни ряда динамики, сохраняющиеся без изменения в течение промежутка времени  $t$ ;

$t_1, \dots, t_n$  – длительность интервалов времени (дней, месяцев) между смежными датами.

**Средний уровень** моментного ряда динамики с равностоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической моментного ряда:

$$\overline{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}, \quad (7.17)$$

где  $y_1, \dots, y_n$  – уровни периода, за который делается расчет;

$n$  – число уровней;

$n-1$  – длительность периода времени.

**Средний уровень** моментных рядов с неравностоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2(t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1})} = \frac{\sum (y_i + y_{i+1})t_{n-1}}{2\sum t_{n-1}}, \quad (7.18)$$

где  $y_i, y_n$  – уровни ряда динамики;

$t$  – интервал времени между смежными уровнями.

Обобщающий показатель скорости изменения уровней во времени – **средний абсолютный прирост (убыль)**, представляющий собой обобщенную характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики. По цепным данным об абсолютных приростах за ряд лет можно рассчитать средний абсолютный прирост как среднюю арифметическую простую:

$$\overline{\Delta y^u} = \frac{\sum \Delta y^u}{n}, \quad (7.19)$$

где  $n$  – число цепных абсолютных приростов ( $\Delta y^u$ ) в изучаемом периоде.

Сводной обобщающей характеристикой интенсивности изменения уровней ряда динамики служит **средний темп роста (снижения)**, показывающий, во сколько раз в среднем за единицу времени изменяется уровень ряда динамики.

Средний темп роста (снижения) – обобщенная характеристика индивидуальных темпов роста ряда динамики. В качестве основы и критерия правильности исчисления среднего темпа роста (снижения) применяется *определяющий показатель* – произведение цепных темпов роста, равное темпу роста за весь рассматриваемый период. Следовательно, если значение признака образуется как произведение отдельных вариантов, то, согласно общему правилу, нужно применять среднюю геометрическую.

Поскольку средний темп роста представляет собой средний коэффициент роста, выраженный в процентах ( $\bar{T} = \bar{K} \cdot 100$ ), то для равностоящих рядов динамики расчеты по средней геометрической сводятся к исчислению средних коэффициентов роста из цепных коэффициентов роста (по цепному способу):

$$\overline{K_p^u} = \sqrt[n]{K_{p_1}^u \cdot K_{p_2}^u \cdot \dots \cdot K_{p_n}^u} = \sqrt[n]{PK_p^u} = \sqrt[n]{K_p^b}, \quad (7.20)$$

где  $n$  – число цепных коэффициентов роста;

$K_{p_1}^u, \dots, K_{p_n}^u$  – цепные коэффициенты роста;

$K_p^b$  – базисный коэффициент роста за весь период.

Если известны уровни динамического ряда, то расчет среднего коэффициента роста упрощается. Так как произведение цепных коэффициентов роста равно базисному, то в подкоренное выражение подставляется базисный коэффициент роста. Базисный коэффициент, как известно, получается непосредственно как частное от деления уровня последнего периода  $y_n$  на уровень базисного периода  $y_0$ .

Тогда формула для расчета **среднего коэффициента роста** для равностоящих рядов динамики (по базисному способу):

$$\overline{K_p^{\sigma}} = m^{-1} \sqrt{\frac{y_n}{y_0}}, \quad (7.21)$$

где  $m$  – число уровней ряда динамики в изучаемом периоде, включая базисный.

**Средние темпы прироста (сокращения)** рассчитываются на основе средних темпов роста вычитанием из последних 100 %. Соответственно, при исчислении средних коэффициентов прироста из значений коэффициентов роста вычитается единица:

$$\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 100, \quad (7.22)$$

$$\overline{K_{np}} = \overline{K_p} - 1, \quad (7.23)$$

где  $\overline{T_{np}}$  – средний темп прироста;

$\overline{K_{np}}$  – средний коэффициент прироста.

Если уровни ряда динамики снижаются, то средний темп роста будет меньше 100 %, а средний темп прироста – отрицательной величиной. Отрицательный темп прироста представляет собой средний темп сокращения и характеризует среднюю относительную скорость снижения уровня.

При анализе развития явлений, отражаемых двумя динамическими рядами, представляет интерес сравнение интенсивностей изменения во времени обоих явлений. Такое сопоставление интенсивностей изменения производится при сравнении динамических рядов одинакового содержания, но относящихся к разным территориям (странам, республикам, районам и т. п.) или к различным организациям (министерствам, предприятиям, учреждениям), или при сравнении рядов разного содержания, но характеризующих один и тот же объект. Например, сравнение рядов динамики, характеризующих производство важнейших видов продукции в Российской Федерации и других странах.

Массовые процессы и явления, исследуемые с помощью динамических рядов, изменяются во времени под воздействием факторов разного характера и природы. Влияние постоянно действующих факторов проявляется в *тенденции развития*, или *тренде*. Влияние периодически действующих факторов проявляется в динамике ряда в виде *циклических (конъюнктурных)* или *сезонных колебаний*.

Циклические колебания можно представить в виде синусоиды относительно тренда. Сезонные колебания – это колебания, периодически повторяющиеся в некоторое определенное время каждого года.

Изменения динамического ряда могут возникать также под воздействием нерегулярных колебаний.

### **Методы выявления основной тенденции развития в рядах динамики**

*Основной тенденцией развития (трендом)* называется плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, свободное от случайных колебаний.

Задача состоит в том, чтобы выявить общую тенденцию в изменении уровней ряда, освобожденную от действия различных случайных факторов. С этой целью ряды динамики подвергаются обработке *методами укрупнения интервалов, скользящей средней и аналитического выравнивания*.

Одним из наиболее простых методов изучения основной тенденции в рядах динамики является **укрупнение интервалов**. Он основан на укрупнении периодов времени, к которым относятся уровни ряда динамики (одновременно уменьшается количество интервалов).

Средняя, исчисленная по укрупненным интервалам, позволяет выявлять направление и характер (ускорение или замедление роста) основной тенденции развития.

Выявление основной тенденции может осуществляться также методом **скользящей (подвижной) средней**. Сущность его заключается в том, что исчисляется средний уровень из определенного числа, обычно нечетного (3, 5, 7 и т. д.), первых по счету уровней ряда, затем – из такого же числа уровней, но начиная со второго по счету, далее – начиная с третьего и т. д. Таким образом, средняя как бы «скользит» по ряду динамики, передвигаясь на один срок.

Недостатком сглаживания ряда является «укорачивание» сглаженного ряда по сравнению с фактическим, а следовательно, потеря информации.

Рассмотренные приемы сглаживания динамических рядов (укрупнение интервалов и метод скользящей средней) дают возможность определить лишь общую тенденцию развития явления, более или менее освобожденную от случайных и волнообразных колебаний. Однако получить обобщенную статистическую модель тренда посредством этих методов нельзя.

Для того чтобы дать количественную модель, выражающую основную тенденцию изменения уровней динамического ряда во времени, используется *аналитическое выравнивание ряда динамики*.

Основным содержанием метода **аналитического выравнивания** в рядах динамики является то, что общая тенденция развития рассчитывается как функция времени:

$$\hat{y}_t = f(t),$$

где  $\hat{y}_t$  – уровни динамического ряда, вычисленные по соответствующему аналитическому уравнению на момент времени.

Определение теоретических (расчетных) уровней  $\hat{y}_t$  производится на основе так называемой *адекватной математической модели*, которая наилучшим образом отображает основную тенденцию ряда динамики.

Выбор типа модели зависит от цели исследования и должен быть основан на теоретическом анализе, выявляющем характер развития явления, а также на графическом изображении ряда динамики (линейной диаграмме).

Например, простейшими моделями (формулами), выражающими тенденцию развития, являются:

- *линейная функция* – прямая  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ , где  $a_1, a_0$  – параметры уравнения;  $t$  – время;
- *показательная функция*  $\hat{y}_t = a_0 a_1^t$ ;
- *степенная функция* – кривая второго порядка (парабола)  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ .

В тех случаях, когда требуется особо точное изучение тенденции развития (например, модели тренда для прогнозирования), при выборе вида адекватной функции можно использовать специальные критерии математической статистики.

Расчет параметров функции обычно производится *методом наименьших квадратов*, в котором в качестве решения принимается точка минимума суммы квадратов отклонений между теоретическими и эмпирическими уровнями:

$$\sum (\hat{y}_t - y_i)^2 \rightarrow \min, \quad (7.24)$$

где  $\hat{y}_t$  – выравненные (расчетные) уровни;  $y_i$  – фактические уровни.

Параметры уравнения  $a_i$ , удовлетворяющие этому условию, могут быть найдены решением системы нормальных уравнений. На основе найденного уравнения тренда вычисляются выравненные уровни. Таким образом, выравнивание ряда динамики заключается в замене

фактических уровней  $y_i$  плавно изменяющимися уровнями  $\hat{y}_t$ , наилучшим образом аппроксимирующими статистические данные.

*Выравнивание по прямой* используется, как правило, в тех случаях, когда абсолютные приросты практически постоянны, то есть когда уровни изменяются в арифметической прогрессии (или близко к ней).

*Выравнивание по показательной функции* используется в тех случаях, когда ряд отражает развитие в геометрической прогрессии, то есть когда цепные коэффициенты роста практически постоянны.

Рассмотрим «технику» выравнивания ряда динамики по прямой:  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ . Параметры  $a_0$ ,  $a_1$ , согласно методу наименьших квадратов, находятся решением следующей системы нормальных уравнений, полученной путем алгебраического преобразования условия (7.24):

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y, \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases},$$

где  $y$  – фактические (эмпирические) уровни ряда;  $t$  – время (порядковый номер периода или момента времени).

Расчет параметров значительно упрощается, если за начало отсчета времени ( $t = 0$ ) принять центральный интервал (момент).

### ***Методы изучения сезонных колебаний***

При сравнении квартальных и месячных данных многих социально-экономических явлений часто обнаруживаются *периодические колебания*, возникающие под влиянием смены времен года. Они являются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов, а также многочисленных и разнообразных факторов, которые часто являются регулируемыми.

В статистике периодические колебания, которые имеют определенный и постоянный период, равный годовому промежутку, носят название *сезонные колебания*, или *сезонные волны*, а динамический ряд в этом случае называют *сезонным рядом динамики*.

Сезонные колебания наблюдаются в различных отраслях экономики. Они обычно отрицательно влияют на результаты производственной деятельности, вызывая нарушения ритмичности производства. Поэтому хозяйственные организации принимают меры для смягчения сезонности за счет рационального сочетания отраслей, механизации трудоемких процессов, создания агропромышленных фирм и т. д.

Комплексное регулирование сезонных изменений по отдельным отраслям экономики должно основываться на исследовании сезонных колебаний.

В статистике существует ряд методов изучения и измерения сезонных колебаний. Самый простой заключается в построении специальных показателей, которые называются индексами сезонности  $I_s$ . Совокупность этих показателей отражает сезонную волну.

*Индексами сезонности* являются процентные отношения фактических (эмпирических) внутригрупповых уровней к теоретическим (расчетным) уровням, выступающим в качестве базы сравнения.

Для того чтобы выявить устойчивую сезонную волну, на которой не отражались бы случайные условия одного года, индексы сезонности вычисляют по данным за несколько лет (не менее трех), распределенным по месяцам.

Если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенденции в развитии, то индексы сезонности вычисляются непосредственно по эмпирическим данным без их предварительного выравнивания.

Для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня, например, за три года ( $\bar{y}_i$ ), затем вычисляется среднемесячный уровень для всего ряда  $\bar{y}$ . После чего определяется показатель сезонной волны – индекс сезонности  $I_s$  как процентное отношение средних для каждого месяца к общему среднемесячному уровню ряда, %:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100, \quad (7.25)$$

где  $\bar{y}_i$  – средний уровень для каждого месяца (минимум за три года);

$\bar{y}$  – среднемесячный уровень для всего ряда.

Для наглядного представления сезонной волны исчисленные индексы сезонности изображают в виде графика.

Таблица 7.1

### Классификация методов измерения сезонных волн

| Метод                       | Способ вычисления                                                                                                                                                  |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Средней арифметической      | 1. Метод абсолютных разностей.<br>2. Метод отношений средних помесечных к средней за весь период.<br>3. Метод отношений помесечных уровней к средней данного года. |
| Относительных величин       | 1. Метод относительных величин.<br>2. Метод относительных величин на основе медианы.<br>3. Метод У. Персона (цепной метод).                                        |
| Механического выравнивания  | 1. Метод скользящих средних.<br>2. Метод скользящих сумм и скользящих средних.                                                                                     |
| Аналитического выравнивания | 1. Выравнивание по прямой.<br>2. Выравнивание по параболе и экспоненте.<br>3. Выравнивание по ряду Фурье.                                                          |

### Элементы прогнозирования и интерполяции

Исследование динамики массовых процессов и явлений дает основание для прогнозирования, то есть определения будущих численных значений уровней этих процессов и явлений.

Прогнозирование предполагает, что закономерности развития, действующие в прошлом (внутри ряда динамики), сохраняются и в будущем. В этом случае прогноз основан на *экстраполяции*. Экстраполяция, проводимая в будущее, называется *перспективной*, а в прошлое – *ретроспективной*. Возможность распространения тенденции как в будущее, так и в прошлое заложена в свойстве массовых явлений и процессов, называемом *инерционностью*. То есть если массовое явление или процесс обладают определенным свойством, то оно теряет или изменяет это свойство не мгновенно, а постепенно. Экстраполяция в прогнозировании базируется на двух основных предпосылках:

- развитие описывается плавной кривой;
- общая тенденция развития в прошлом и настоящем не претерпевает серьезных изменений. Чем короче срок экстраполяции (период упреждения), тем более надежные и точные результаты дает прогноз. В зависимости от того, какие принципы и исходные данные положены в основу прогноза, выделяют следующие методы экстраполяции:

- среднего абсолютного прироста;
- среднего темпа роста;
- выравнивания по аналитической формуле.

Эти методы экстраполяции тренда являются самыми приближенными.

Прогнозирование по среднему абсолютному приросту может быть выполнено в том случае, если есть уверенность считать общую тенденцию линейной.

Прогнозирование по среднему темпу роста осуществляется в случае, когда есть основание считать, что общая тенденция ряда характеризуется показательной (экспоненциальной) кривой. В этом случае экстраполяция осуществляется по формуле:

$$\hat{y}_{i+t} = y_i \cdot \overline{k_p^t}, \quad (7.26)$$

где  $y_i$  – последний уровень ряда динамики,  $t$  – срок прогноза,  $\overline{k_p}$  – средний коэффициент роста.

Наиболее распространенным методом прогнозирования считают *аналитическое выравнивание тренда*. При анализе рядов динамики иногда прибегают к определению неизвестных уровней внутри ряда, то есть к *интерполяции*. Как и экстраполяция, интерполяция может производиться на основе среднего абсолютного темпа роста и с помощью аналитического выравнивания.

## РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### ПРИМЕР 1

По данным о числе казненных и помилованных заключенных рассчитайте по каждому ряду в отдельности:

- 1) абсолютные (цепные и базисные) и средние показатели динамики. Результаты представьте в расчетной таблице;
- 2) нанесите на график динамику рядов.

| Год  | Количество казней | Помиловано |
|------|-------------------|------------|
| 1998 | 404               | 5          |
| 1999 | 277               | 12         |
| 2000 | 130               | 10         |
| 2001 | 88                | 9          |
| 2002 | 76                | 4          |
| 2003 | 72                | 12         |
| 2004 | 15                | 37         |
| 2005 | 1                 | 55         |
| 2006 | 4                 | 149        |
| 2007 | 19                | 134        |
| 2008 | 86                | 5          |
| 2009 | 53                | 0          |

### РЕШЕНИЕ:

Рассчитаем все показатели по ряду динамики, характеризующему число казненных:

- 1) абсолютный прирост:

$$\Delta_{\text{цеп}} = y_i - y_{i-1},$$

где  $\Delta^{\text{цеп}}$  – цепной абсолютный прирост значений признака (прирост по сравнению с предыдущим моментом (периодом) времени);  $y_i, y_{i-1}$  – значение уровня ряда в момент (период) времени  $i$  и  $i-1$  соответственно;

$$\Delta_{99}^{\text{цеп}} = y_{99} - y_{98} = 277 - 404 = -127 \text{ (чел.)};$$

$$\Delta_{2000}^{\text{цеп}} = y_{2000} - y_{99} = 130 - 277 = -147 \text{ (чел.)};$$

$$\Delta^{\text{баз}} = y_i - y_0,$$

где  $\Delta^{\text{баз}}$  – базисный абсолютный прирост значений признака (прирост по сравнению с моментом (периодом) времени, принятым за базу);  $y_0$  – значение уровня ряда в момент (период) времени, принятый за базу сравнения.

$$\Delta_{2000}^{\text{баз}} = 130 - 404 = -274 \text{ (чел.)};$$

2) темп роста:

$$T_p^{\text{цеп.}} = \frac{y_i}{y_{i-1}},$$

где  $T_p^{\text{цеп}}$  – цепной темп роста (темп роста по сравнению с предыдущим моментом времени).

$$T_p^{\text{цеп.}} = \frac{y_{2000}}{y_{99}} = \frac{130}{277} = 0,469 \text{ (46,9 \%)};$$

$$T_p^{\text{цеп.}} = \frac{y_i}{y_0},$$

где  $T_p^{\text{баз}}$  – базисный темп роста (темп роста по сравнению с моментом времени, принятым за базу сравнения).

$$T_p^{\text{цеп.}} = \frac{y_{2000}}{y_{98}} = \frac{130}{404} = 0,322 \text{ (32,2 \%)};$$

3) темп прироста:

$$T_{np}^{\text{цеп.}} = T_p^{\text{цеп.}} - 1$$

$$T_{np2000}^{\text{цеп.}} = T_{p2000}^{\text{цеп.}} - 1 = 0,469 - 1 = -0,531 \text{ (-53,1 \%)};$$

$$T_{np}^{\text{баз}} = T_p^{\text{баз}} - 1$$

$$T_{np2000}^{\text{баз}} = T_{p2000}^{\text{баз}} - 1 = 0,322 - 1 = -0,678 \text{ (-67,8 \%)};$$

4) абсолютное значение 1 % прироста:

$$A = \frac{y_{i-1}}{100}.$$

$$A = \frac{y_{2000}}{100} = \frac{404}{100} = 4,04.$$

| Год               | Число казней | Абсолютный прирост ( $\Delta$ ) |      | Темп роста, $T_p$ , % |       | Темп прироста, $T_{пр}$ , % |       | Абсолютное значение 1 % прироста |
|-------------------|--------------|---------------------------------|------|-----------------------|-------|-----------------------------|-------|----------------------------------|
|                   |              | цеп.                            | баз. | цеп.                  | баз.  | цеп.                        | баз.  |                                  |
| 1998              | 404          | –                               | –    | 100,0                 | 100,0 | 0,0                         | 0,0   | –                                |
| 1999              | 277          | -127                            | -127 | 68,6                  | 68,6  | -31,4                       | -31,4 | 4,04                             |
| 2000              | 130          | -147                            | -274 | 46,9                  | 32,2  | -53,1                       | -67,8 | 2,77                             |
| 2001              | 88           | -112                            | -316 | 67,7                  | 21,8  | -32,3                       | -78,2 | 1,30                             |
| 2002              | 76           | -12                             | -328 | 86,4                  | 18,8  | -13,6                       | -81,2 | 0,88                             |
| 2003              | 72           | -4                              | -332 | 94,7                  | 17,8  | -5,3                        | -82,2 | 0,76                             |
| 2004              | 15           | -57                             | -389 | 20,8                  | 3,7   | -79,2                       | -96,3 | 0,72                             |
| 2005              | 1            | -14                             | -403 | 6,7                   | 0,2   | -93,3                       | -99,8 | 0,15                             |
| 2006              | 4            | 3                               | -400 | 400,0                 | 1,0   | 300,0                       | -99,0 | 0,01                             |
| 2007              | 19           | 15                              | -385 | 475,0                 | 4,7   | 375,0                       | -95,3 | 0,04                             |
| 2008              | 86           | 67                              | -318 | 452,6                 | 21,3  | 352,6                       | -78,7 | 0,19                             |
| 2009              | 53           | -33                             | -351 | 61,6                  | 13,1  | 38,4                        | -86,9 | 0,86                             |
| <b>В среднем:</b> | 102          | -32                             | -32  | 83,3                  | 83,3  | -16,7                       | -16,7 | –                                |

5) средние показатели:

а) средний уровень:

$$\bar{y} = \frac{y}{n} = \frac{1225}{12} = 102;$$

б) средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta^{баз}}{m} = \frac{-351}{11} = -32;$$

в) средний темп роста:

$$\sqrt[m]{\prod_{i=1}^m T_p^{баз}},$$

где m – число базисных темпов роста,

$$\bar{T}_p = \sqrt[11]{68,6 \cdot 46,9 \cdot 67,7 \cdot 86,4 \cdot 94,7 \cdot 20,8 \cdot 6,7 \cdot 400,0 \cdot 475,0 \cdot 452,6 \cdot 6} = 83,3.$$

## ПРИМЕР 2

По нижеприведенным данным о кредитных вложениях банков одной из республик России в 2009 г. рассчитайте:

- 1) средний уровень каждого ряда;
- 2) среднеквартальный темп роста вложений всего, в том числе по видам;
- 3) определите коэффициенты опережения.

| Показатель         | 01.01.09 | 01.04.09 | 01.07.09 | 01.10.09 | 01.01.00 |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Кредитные вложения | 1216,5   | 1331,9   | 1360,5   | 1532,2   | 1397,5   |
| в том числе:       |          |          |          |          |          |
| краткосрочные      | 1194,7   | 1268,4   | 13243    | 1493,0   | 1359,1   |
| долгосрочные       | 21,8     | 63,5     | 36,3     | 39,2     | 38,4     |

**РЕШЕНИЕ:**

1. Средний уровень каждого ряда определяется по формуле средней хронологической простой (так как ряд динамики моментный):

$$\bar{y} = \frac{1/2 \cdot y_1 + y_2 + \dots + 1/2 \cdot y_n}{n-1},$$

$$\bar{y}_{\text{кратк}} = \frac{1/2 \cdot 1194,7 + 1268,4 + 1324,3 + 1493,0 + 1/2}{5-1} = \frac{5362,6}{4} = 1340,7 \text{ (млн руб.)},$$

$$\bar{y}_{\text{долг}} = \frac{169,1}{4} = 42,3 \text{ (млн руб.)}.$$

2. Среднеквартальный темп роста вложений определяется по формуле:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

где n – количество моментов времени в рассматриваемом периоде.

$$\bar{T}_{p\text{кв}} = \sqrt[4]{\frac{1397,5}{1216,5}} = \sqrt[4]{1,149} = 1,035 (103,5 \%),$$

$$\bar{T}_{p\text{кратк}} = \sqrt[4]{\frac{1359,1}{1194,7}} = \sqrt[4]{138} = 1,033 (103,3 \%),$$

$$\bar{T}_{p\text{долг}} = \sqrt[4]{\frac{38,4}{21,8}} = \sqrt[4]{1,761} = 1,152 (115,2 \%).$$

3. Коэффициент опережения темпа роста долгосрочных вложений над темпом роста краткосрочных вложений:

$$K_{\text{опереж}} = \frac{\bar{T}_{\text{долг}}}{\bar{T}_{\text{кратк}}} = \frac{1,152}{1,033} = 1,115 (111,5 \%).$$

**ПРИМЕР 3**

Имеются данные об изменении объемов промышленного производства России:

| Месяц    | Темп роста общего объема промышленного производства,<br>в % к декабрю 2008 г. |         |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------|---------|
|          | 2009 г.                                                                       | 2010 г. |
| Январь   | 92,0                                                                          | 86,0    |
| Февраль  | 90,5                                                                          | 86,2    |
| Март     | 95,0                                                                          | 91,0    |
| Апрель   | 88,2                                                                          | 88,2    |
| Май      | 89,0                                                                          | 84,0    |
| Июнь     | 90,7                                                                          | 83,8    |
| Июль     | 89,3                                                                          | 83,9    |
| Август   | 93,0                                                                          | 84,2    |
| Сентябрь | 92,6                                                                          | 85,0    |

| Месяц   | Темп роста общего объема промышленного производства,<br>в % к декабрю 2008 г. |         |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------|---------|
|         | 2009 г.                                                                       | 2010 г. |
| Октябрь | 94,9                                                                          | 89,8    |
| Ноябрь  | 91,8                                                                          | 86,3    |
| Декабрь | 92,2                                                                          | 87,1    |

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- 1) на основе индекса сезонности;
- 2) применяя графический метод.

**РЕШЕНИЕ:**

Так как тренда нет, то индекс сезонности рассчитываем по формуле:

$$i_{сез} = T_p / \bar{T}_p,$$

где  $i_{сез}$  – индекс сезонности за каждый месяц каждого года,

$T_p$  – темп роста за каждый месяц;

$\bar{T}_p$  – средний темп роста за год;

$$\bar{T}_p = \sqrt[12]{\prod T_p},$$

$$\bar{T}_{p2009} = \sqrt[12]{0,3479} = 0,915,$$

$$\bar{T}_{p2010} = \sqrt[12]{0,170} = 0,863,$$

$i_{сез} = \frac{\sum i_{сез}}{2}$  – средний индекс сезонности по каждому месяцу за весь рассматриваемый отрезок времени.

$$i_{сез}^{январь} = \frac{1,005 + 0,997}{2} = 1,001.$$

И так далее.

| Месяц    | Темп роста, в %<br>к декабрю 2008 г. |         | Индексы сезонности,<br>$i_{сез}$ |         | Индекс сезонности<br>средний,<br>$I_{сез}$ |
|----------|--------------------------------------|---------|----------------------------------|---------|--------------------------------------------|
|          | 2009 г.                              | 2010 г. | 2009 г.                          | 2010 г. |                                            |
| Январь   | 92,0                                 | 86,0    | 1,005                            | 0,997   | 1,001                                      |
| Февраль  | 90,5                                 | 86,2    | 0,989                            | 0,999   | 0,994                                      |
| Март     | 95,0                                 | 91,0    | 1,038                            | 1,054   | 1,046                                      |
| Апрель   | 88,2                                 | 88,2    | 0,964                            | 1,022   | 0,993                                      |
| Май      | 89,0                                 | 84,0    | 0,973                            | 0,973   | 0,973                                      |
| Июнь     | 90,7                                 | 83,8    | 0,991                            | 0,971   | 0,981                                      |
| Июль     | 89,3                                 | 83,9    | 0,976                            | 0,972   | 0,974                                      |
| Август   | 93,0                                 | 84,2    | 1,016                            | 0,976   | 0,996                                      |
| Сентябрь | 92,6                                 | 85,0    | 1,012                            | 0,985   | 0,999                                      |
| Октябрь  | 94,9                                 | 89,8    | 1,037                            | 1,041   | 1,039                                      |
| Ноябрь   | 91,8                                 | 86,3    | 1,003                            | 1,000   | 1,002                                      |
| Декабрь  | 92,2                                 | 87,1    | 1,008                            | 1,009   | 1,009                                      |

#### ПРИМЕР 4

Отмечался официальный курс рубля к немецкой марке и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2008 г.:

| Дата  | Курс евро, руб.<br>за один евро | Объем продаж, евро |
|-------|---------------------------------|--------------------|
| 01.01 | 32,4294                         | 250                |
| 05.01 | 32,2271                         | 4                  |
| 10.01 | 32,3381                         | 14                 |
| 12.01 | 32,5504                         | 32                 |
| 17.01 | 32,1156                         | 83                 |
| 19.01 | 31,8940                         | 73                 |
| 24.01 | 31,8925                         | 87                 |
| 26.01 | 31,9302                         | 180                |
| 31.01 | 31,9018                         | 200                |
| 02.02 | 31,7660                         | 236                |
| 07.02 | 32,2950                         | 348                |
| 09.02 | 32,0114                         | 421                |
| 14.02 | 32,2167                         | 652                |
| 16.02 | 32,4826                         | 411                |
| 21.02 | 32,7835                         | 472                |
| 23.02 | 32,9408                         | 457                |
| 28.02 | 33,2069                         | 487                |
| 01.03 | 32,8157                         | 652                |
| 06.03 | 32,5790                         | 1007               |
| 08.03 | 32,5222                         | 1170               |
| 13.03 | 32,5469                         | 878                |
| 15.03 | 32,8620                         | 1153               |
| 20.03 | 32,7423                         | 1120               |
| 22.03 | 32,8451                         | 2212               |
| 27.03 | 32,8635                         | 1746               |
| 29.03 | 32,6803                         | 2256               |

1. По данным таблицы рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов евро и объемов продаж.

Результаты представьте в расчетной таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. Проведите периодизацию объемов продаж, выделив следующие периоды:

- а) практическое отсутствие сделок;
- б) незначительный объем продаж;
- в) значительный объем продаж.

#### РЕШЕНИЕ:

1. Расчет цепных абсолютных приростов и темпов роста представлен в расчетной таблице (в решении примера 1).

*Расчетная таблица*

| Дата  | Курс евро             |                             | Объем продаж          |                             |
|-------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------------|
|       | $\Delta_{\text{цеп}}$ | $T_{\text{р}}^{\text{цеп}}$ | $\Delta_{\text{цеп}}$ | $T_{\text{р}}^{\text{цеп}}$ |
| 01.01 | —                     | —                           | —                     | —                           |
| 05.01 | -20,23                | 0,9938                      | -246                  | 0,016                       |
| 10.01 | 11,10                 | 1,0034                      | 10                    | 3,500                       |
| 12.01 | 21,23                 | 1,0066                      | 18                    | 2,286                       |

| Дата  | Курс евро             |                             | Объем продаж          |                             |
|-------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------------|
|       | $\Delta_{\text{цеп}}$ | $T_{\text{р}}^{\text{цеп}}$ | $\Delta_{\text{цеп}}$ | $T_{\text{р}}^{\text{цеп}}$ |
| 17.01 | -43,48                | 0,9866                      | 51                    | 2,594                       |
| 19.01 | -22,16                | 0,9931                      | -10                   | 0,879                       |
| 24.01 | -0,15                 | 0,9999                      | 14                    | 1,192                       |
| 26.01 | 3,77                  | 1,0012                      | 93                    | 2,069                       |
| 31.01 | -2,84                 | 0,9991                      | 20                    | 1,111                       |
| 02.02 | -13,58                | 0,9957                      | 36                    | 1,180                       |
| 07.02 | 52,90                 | 1,0167                      | 112                   | 1,475                       |
| 09.02 | -28,36                | 0,9912                      | 73                    | 1,210                       |
| 14.02 | 20,53                 | 1,0064                      | 231                   | 1,549                       |
| 16.02 | 26,59                 | 1,0083                      | -241                  | 0,630                       |
| 21.02 | 30,09                 | 1,0093                      | 61                    | 1,148                       |
| 23.02 | 15,73                 | 1,0048                      | -15                   | 0,968                       |
| 28.02 | 26,61                 | 1,0081                      | 30                    | 1,066                       |
| 01.03 | -39,12                | 0,9882                      | 165                   | 1,339                       |
| 06.03 | -23,67                | 0,9928                      | 355                   | 1,544                       |
| 08.03 | -5,68                 | 0,9983                      | 163                   | 1,162                       |
| 13.03 | 2,47                  | 1,0008                      | -292                  | 0,750                       |
| 15.03 | 31,51                 | 1,0097                      | 275                   | 1,313                       |
| 20.03 | -11,97                | 0,9964                      | -33                   | 0,971                       |
| 22.03 | 10,28                 | 1,0031                      | 1092                  | 1,975                       |
| 27.03 | 1,84                  | 1,0006                      | -466                  | 0,789                       |
| 29.03 | -18,32                | 0,9944                      | 510                   | 1,292                       |

2. Для проведения периодизации состояния объемов продаж необходимо:

а) провести градацию уровней объемов продаж. Принимаем следующую группировку:

| Объем продаж | Характеристика состояния       |
|--------------|--------------------------------|
| До 100       | Практическое отсутствие сделок |
| 100–1000     | Незначительный объем продаж    |
| Свыше 1000   | Значительный объем продаж      |

б) разбить ряд динамики на интервалы, в которых уровни показателя изменяются в пределах принятой градации.

| Период      | Характеристика                 |
|-------------|--------------------------------|
| 05.01–24.01 | Практическое отсутствие сделок |
| 01.01       | –                              |
| 26.01–10.03 | –                              |
| 13.03       | Незначительный объем продаж    |
| 06.03–08.03 | –                              |
| 15.03–29.03 | Значительный объем продаж      |

Градацию объемов продаж можно провести другим способом, а именно: разбить на три группы с равными интервалами, интервал рассчитывается следующим образом:

$$i = \frac{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}}{n} = \frac{2256 - 4}{3} = 751 \text{ (сделка)}.$$

В соответствии с этим в период практического отсутствия сделок попадают даты, когда объем продаж изменяется в пределах от 4 до 755 в день – с 01.01 по 01.03 включительно; в период, соответствующий незначительному объему продаж, – с 01.01 по 01.03 включитель-

но; в период, соответствующий незначительному объему продаж, – даты с объемом продаж от 756 до 1507 сделок – с 06.03 по 20.03 включительно; в период, соответствующий значительному объему продаж, – даты с объемом продаж свыше 1507 сделок в день – с 22.03.08 г.

### ПРИМЕР 5

Отмечался официальный курс рубля к австралийскому доллару и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2008 г.

| Дата  | Курс австралийского доллара, руб. | Объем продаж, австрал. доллар |
|-------|-----------------------------------|-------------------------------|
| 29.03 | 9,5762                            | 1771                          |
| 03.04 | 9,6345                            | 401                           |
| 05.04 | 9,6658                            | 1959                          |
| 10.04 | 9,6850                            | 2468                          |
| 12.04 | 9,6070                            | 2152                          |
| 17.04 | 9,5841                            | 1236                          |
| 19.04 | 9,6199                            | 1248                          |
| 24.04 | 9,5881                            | 3557                          |
| 26.04 | 9,5702                            | 1039                          |
| 01.05 | 9,5774                            | 3054                          |
| 08.05 | 9,6311                            | 4160                          |
| 15.05 | 9,5888                            | 4213                          |
| 17.05 | 4,5733                            | 2555                          |
| 18.05 | 9,6090                            | 7647                          |
| 21.05 | 9,5923                            | 8539                          |
| 22.05 | 9,6101                            | 6104                          |
| 23.05 | 9,56.34                           | 10971                         |
| 24.05 | 9,57,29                           | 10480                         |
| 25.05 | 9,5841                            | 6002                          |
| 28.05 | 4,5992                            | 13280                         |
| 29.05 | 4,5746                            | 14600                         |
| 30.05 | 4,5836                            | 13100                         |
| 31.05 | 4,6544                            | 17419                         |
| 01.06 | 9,6638                            | 12938                         |
| 04.06 | 9,7536                            | 8640                          |
| 05.06 | 9,7193                            | 25707                         |
| 06.06 | 9,7167                            | 7841                          |
| 07.06 | 4,7114                            | 14711                         |
| 08.06 | 9,7372                            | 16089                         |
| 11.06 | 9,7163                            | 11924                         |
| 12.06 | 9,7234                            | 10341                         |
| 14.06 | 9,7132                            | 16101                         |
| 15.06 | 9,7890                            | 10722                         |
| 18.06 | 9,7991                            | 12048                         |
| 19.06 | 9,8229                            | 11427                         |
| 20.06 | 9,8401                            | 12449                         |
| 21.06 | 9,7939                            | 14 558                        |
| 22.06 | 9,7857                            | 14422                         |
| 25.06 | 9,7546                            | 14944                         |
| 26.06 | 9,7736                            | 14126                         |
| 27.06 | 9,8067                            | 12050                         |
| 28.06 | 9,8731                            | 6497                          |
| 24.06 | 9,9206                            | 6889                          |

1. По данным таблицы рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов австрал. доллара и объемов продаж.

2. На основе анализа полученных результатов осуществите градацию оценки состояния рынка.

**РЕШЕНИЕ:**

1. Рассчитаем цепные показатели абсолютного прироста и темпа роста курсов и объемов продаж. Результаты представим в расчетной таблице.

*Расчетная таблица*

| Дата  | Курс французского франка |                             | Объем продаж          |                             |
|-------|--------------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------------------|
|       | $\Delta_{\text{цеп}}$    | $T_{\text{р}}^{\text{цеп}}$ | $\Delta_{\text{цеп}}$ | $T_{\text{р}}^{\text{цеп}}$ |
| 29.03 | —                        | —                           | —                     | —                           |
| 03.04 | 5,83                     | 1,0061                      | -1370                 | 0,2264                      |
| 05.04 | 3,13                     | 1,0032                      | 1558                  | 4,8853                      |
| 10.04 | 1,92                     | 1,0020                      | 509                   | 1,2598                      |
| 12.04 | -7,80                    | 0,9919                      | -316                  | 0,8720                      |
| 17.04 | -2,29                    | 0,9976                      | -916                  | 0,5743                      |
| 19.04 | 3,58                     | 1,0037                      | 12                    | 1,0097                      |
| 24.04 | -3,18                    | 0,9967                      | 2309                  | 2,8502                      |
| 26.04 | -1,79                    | 0,9981                      | -2518                 | 0,2921                      |
| 01.05 | 0,72                     | 1,0008                      | 2015                  | 2,9394                      |
| 08.05 | 5,37                     | 1,0056                      | 1106                  | 1,3621                      |
| 15.05 | -4,23                    | 0,9956                      | 53                    | 1,0127                      |
| 17.05 | -1,55                    | 0,9984                      | -1658                 | 0,6065                      |
| 18.05 | 3,57                     | 1,0037                      | 5092                  | 2,9930                      |
| 21.05 | -1,67                    | 0,9983                      | 892                   | 1,1166                      |
| 22.05 | 1,78                     | 1,0019                      | -2435                 | 0,7148                      |
| 23.05 | -4,67                    | 0,9951                      | 4867                  | 1,7973                      |
| 24.05 | 0,95                     | 1,0010                      | -491                  | 0,9552                      |
| 25.05 | 1,12                     | 1,0012                      | -4478                 | 0,5727                      |
| 28.05 | 1,51                     | 1,0016                      | 7278                  | 2,2126                      |
| 29.05 | -2,46                    | 0,9974                      | 1320                  | 1,0994                      |
| 30.05 | 0,90                     | 1,0009                      | -1500                 | 0,8973                      |
| 31.05 | 7,08                     | 1,0007                      | 4319                  | 1,3297                      |
| 01.06 | 8,02                     | 1,0010                      | -4481                 | 0,7428                      |
| 04.06 | 8,98                     | 1,0093                      | 4298                  | 0,6678                      |
| 05.06 | -4,33                    | 0,9956                      | 17067                 | 2,9753                      |
| 06.06 | 0,64                     | 1,0007                      | -17866                | 0,3050                      |
| 07.06 | -0,53                    | 0,9995                      | 6870                  | 1,8762                      |
| 08.06 | 2,58                     | 1,0027                      | 1378                  | 1,0937                      |
| 11.06 | -2,09                    | 0,9979                      | -4165                 | 0,7411                      |
| 12.06 | 0,71                     | 1,0007                      | -1583                 | 0,8672                      |
| 14.06 | -1,02                    | 0,9989                      | 5760                  | 1,5570                      |
| 15.06 | 7,58                     | 1,0078                      | -5379                 | 0,6659                      |
| 18.06 | 1,01                     | 1,0010                      | 1326                  | 1,1237                      |
| 19.06 | 2,38                     | 1,0024                      | -621                  | 0,9485                      |
| 20.06 | 1,72                     | 1,0018                      | 1022                  | 1,0894                      |
| 21.06 | -4,62                    | 0,9953                      | 2109                  | 1,1694                      |
| 22.06 | 0,82                     | 0,9992                      | -136                  | 0,9907                      |
| 25.06 | -3,11                    | 0,9968                      | 522                   | 1,0362                      |
| 26.06 | 1,90                     | 1,0019                      | -818                  | 0,9453                      |
| 27.06 | 3,31                     | 1,0034                      | -2076                 | 0,8530                      |
| 28.06 | 6,64                     | 1,0068                      | -5553                 | 0,5392                      |
| 29.06 | 4,75                     | 1,0048                      | 392                   | 1,0603                      |

2. Для градации оценки рынка необходимо осуществить градацию уровней показателей. Выделяются следующие периоды:

|          |                |
|----------|----------------|
| Для цен: |                |
| низкие   | до 968 руб.    |
| средние  | 968–980 руб.   |
| высокие  | свыше 980 руб. |

|                                |                 |
|--------------------------------|-----------------|
| Для объема продаж:             |                 |
| практическое отсутствие сделок | до 1000 шт.     |
| незначительный объем продаж    | 1000–6000 шт.   |
| значительный объем продаж      | 6000–12000 шт.  |
| большой объем продаж           | свыше 12000 шт. |

Далее необходимо тщательно сопоставить полученные результаты периодизации. Для удобства данные заносятся в расчетную таблицу:

*Расчетная таблица*

| Цены    | Объем продаж                   |                                          |                                          |                                                        |
|---------|--------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
|         | практическое отсутствие сделок | незначительный объем продаж              | значительный объем продаж                | большой объем продаж                                   |
| Низкие  | 03.04, 17.04, 19.04, 26.04     | 29.03, 05.04, 12.04, 24.04, 01.05, 08.05 | 18.05, 21.05, 22.05, 23.05, 24.05, 25.05 | 28.05, 29.05, 30.05, 31.05, 01.06                      |
|         |                                | «Вялый»                                  | «Неустойчивый»                           |                                                        |
| Средние |                                |                                          | 04.06, 06.06, 11.06, 12.06, 15.06        | 05.06, 07.06, 08.06, 14.06, 18.06, 22.06, 25.06, 26.06 |
|         |                                |                                          | «Устойчивый»                             |                                                        |
| Высокие |                                |                                          | 19.06, 21.06, 28.06, 29.06               | 20.06, 27.06                                           |
|         | «Ленивый»                      |                                          | «Крепкий»                                |                                                        |

Таким образом, градация оценки рынка выглядит следующим образом:

- «ленивый»: 03.04, 17.04, 19.04, 26.04;
- «вялый, или слабый»: 29.03, 05.04–12.04, 24.04, 01.05–17.05;
- «устойчивый»: 04.06–18.06, 22.06–26.06;
- «неустойчивый, или неуверенный»: 18.05–01.06;
- «крепкий, или сильный»: 19.06–21.06, 27.06–29.06.

#### **ПРИМЕР 6**

Отмечался официальный курс рубля к украинской гривне и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2008 г.

| Дата  | Курс украинской гривны, руб. за одну гривну | Объем продаж украинской гривны |
|-------|---------------------------------------------|--------------------------------|
| 02.07 | 5,119                                       | 15103                          |
| 03.07 | 5,124                                       | 210187                         |

| Дата  | Курс украинской гривны,<br>руб. за одну гривну | Объем продаж украин-<br>ской гривны |
|-------|------------------------------------------------|-------------------------------------|
| 05.07 | 5,125                                          | 24819                               |
| 09.07 | 5,129                                          | 28369                               |
| 10.07 | 5,131                                          | 11099                               |
| 11.07 | 5,133                                          | 13869                               |
| 12.07 | 5,131                                          | 11530                               |
| 16.07 | 5,135                                          | 12316                               |
| 17.07 | 5,136                                          | 28933                               |
| 18.07 | 5,140                                          | 16306                               |
| 19.07 | 5,150                                          | 5858                                |
| 20.07 | 5,156                                          | 6951                                |
| 23.07 | 5,165                                          | 17785                               |
| 24.07 | 5,169                                          | 13976                               |
| 25.07 | 5,175                                          | 35545                               |
| 26.07 | 5,180                                          | 22036                               |
| 27.07 | 5,182                                          | 35522                               |
| 30.07 | 5,188                                          | 32717                               |
| 31.07 | 5,191                                          | 7872                                |

1. Рассчитайте уравнение регрессии и оцените его надежность.

2. На основе рассчитанного уравнения регрессии определите:

а) на сколько увеличится или уменьшится объем продаж при росте курса на один пункт;

б) какой рынок («продавца» или «покупателя») сложился за анализируемый промежуток времени?

**РЕШЕНИЕ:**

Поэтапно выполняются следующие действия:

1. Исключение автокорреляции.

Необходимо от исходных рядов динамики перейти к новым, построенным, например, по первым разностям:

$$x'_i = \Delta x_i = x_i - x_{i-1},$$

$$y'_i = \Delta y_i = y_i - y_{i-1}.$$

| Дата  | Курс украинской гривны,<br>руб./гривна |                | Объем продаж, гривна |                |
|-------|----------------------------------------|----------------|----------------------|----------------|
|       | x                                      | $\Delta x(x')$ | y                    | $\Delta y(y')$ |
| 02.07 | 5,119                                  | -              | 15103                | -              |
| 03.07 | 5,124                                  | 5              | 21 087               | 5984           |
| 05.07 | 5,125                                  | 1              | 24819                | 3732           |
| 09.07 | 5,129                                  | 4              | 28369                | 3550           |
| 10.07 | 5,131                                  | 2              | 11099                | -17270         |
| 11.07 | 5,133                                  | 2              | 11530                | 2770           |
| 12.07 | 5,131                                  | -2             | 11530                | -2339          |
| 16.07 | 5,135                                  | 4              | 12316                | 786            |
| 17.07 | 5,136                                  | 1              | 28933                | 16617          |
| 18.07 | 5,140                                  | 4              | 16306                | -12627         |
| 19.07 | 5,150                                  | 10             | 5858                 | -10448         |
| 20.07 | 5,156                                  | 6              | 6951                 | 1039           |
| 23.07 | 5,165                                  | 9              | 17785                | 10834          |
| 24.07 | 5,169                                  | 4              | 13976                | -3809          |
| 25.07 | 5,175                                  | 6              | 35545                | 21569          |
| 26.07 | 5,180                                  | 5              | 22036                | -13509         |

|       |       |   |       |         |
|-------|-------|---|-------|---------|
| 27.07 | 5,182 | 2 | 35522 | 13486   |
| 30.07 | 5,188 | 6 | 32117 | -2805   |
| 31.07 | 5,191 | 3 | 7872  | -24 845 |

2. По новым уровням ( $\Delta x$  и  $\Delta y$ ) строится уравнение регрессии:

$$y' = f(x') = a_0 + a_1 \cdot x'.$$

Параметры уравнения регрессии рассчитываются следующим образом:

$$a_0 = \frac{\Sigma y' \cdot \Sigma (x')^2 - \Sigma x' \cdot \Sigma y x'}{n \Sigma (x')^2 - (\Sigma x')^2},$$

$$a_1 = \frac{\Sigma y' x' - \Sigma x' \cdot \Sigma y'}{n \Sigma (x')^2 - (\Sigma x')^2}.$$

| Дата          | $x'$ | $y'$   | $(x')^2$ | $x'y'$  | $(y')^2$   | $y'f$    |
|---------------|------|--------|----------|---------|------------|----------|
| 2.07          | –    | –      | –        | –       | –          | –        |
| 3.07          | 5    | 5984   | 25       | 29920   | 35808256   | -376,84  |
| 5.07          | 1    | 3732   | 1        | 3732    | 13927824   | -476,32  |
| 09.07         | 4    | 3550   | 16       | 14200   | 12602500   | -401,71  |
| 10.07         | 2    | -17270 | 4        | -34540  | 298252900  | -451,45  |
| 11.07         | 2    | 2770   | 4        | 5540    | 7672900    | -451,45  |
| 12.07         | -2   | -2339  | 4        | 4678    | 5470921    | -550,93  |
| 16.07         | 4    | 786    | 16       | 3114    | 617796     | -401,71  |
| 17.07         | 1    | 16617  | 1        | 16617   | 276124689  | -476,32  |
| 18.07         | 4    | -12627 | 16       | -50508  | 159441129  | -401,71  |
| 19.07         | 10   | -10448 | 100      | -104480 | 109160704  | -252,79  |
| 20.07         | 6    | 1093   | 36       | 6558    | 1194649    | -351,97  |
| 23.07         | 9    | 10834  | 81       | 97506   | 117375556  | -277,36  |
| 24.07         | 4    | -3809  | 16       | -15236  | 14508481   | -401,71  |
| 25.07         | 6    | 21569  | 36       | 129414  | 465221761  | -351,97  |
| 26.07         | 5    | -13509 | 25       | -67545  | 18249381   | -376,84  |
| 27.07         | 2    | 13486  | 4        | 26972   | 181842196  | -451,75  |
| 30.07         | 6    | -2805  | 36       | -16830  | 7868025    | -351,97  |
| 31.07         | 3    | -24845 | 9        | -74535  | 617274025  | -426,58  |
| <b>Итого:</b> | 72   | -7231  | 430      | -25393  | 2506887393 | -7230,78 |

$$a_0 = \frac{-7231 \cdot 430 - 72(25393)}{18 \cdot 430 - 72^2} = \frac{-3109330 + 1828296}{7740 - 5184} = \frac{-1281034}{2556} = -501,19$$

$$a_1 = \frac{18 \cdot (-25393) - 72 \cdot (-7231)}{2556} = \frac{-457074 + 520632}{2556} = 24,87.$$

Полученные параметры можно охарактеризовать следующим образом:

$a_0 = -501,19$  – это значит, что средний абсолютный прирост объема продаж до июля 2008 г. составлял  $-501,19$  доллара;

$a_1 = 24,87$  – сила связи, это значит, что при росте курса на один пункт отрицательный прирост объема продаж уменьшится на 24,87 доллара.

3. Оценим уравнение регрессии на надежность по критерию Фишера:

$$F_{расч} = \frac{\frac{1 \cdot \sigma_{фактор}^2}{k+1}}{\frac{1 \cdot \sigma_{ост}^2}{n-k-1}},$$

где  $k$  – число параметров функции, описывающей тенденцию,  $n$  – число уровней ряда,  
 $\sigma_{фактор}^2 = \sigma_y^2 - \sigma_{ост}^2$  – факторная дисперсия,

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y' - \bar{y}')^2}{n} \text{ – общая дисперсия,}$$

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum (y' - \bar{y}'_x)^2}{n} \text{ – остаточная дисперсия.}$$

Имеем:

$$\bar{y} = \frac{7231}{18} = -401,7$$

$$\sigma_{y'}^2 = \frac{(5984 - (-401,7))^2 + (3732 - (-401,7))^2 + \dots + (-24845 - (-401,7))^2}{18} = 139110141,1$$

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{(5984 - (-376,84))^2 + (3732 - (-476,32))^2 + \dots + (-24845 - (-426,58))^2}{18} = 139105263,2$$

$$\sigma_{фактор}^2 = 139110141,1 - 139105263,2 = 4877,9$$

$$F_{расч} = \frac{\frac{1 \cdot 139110141,1}{1+1}}{\frac{1 \cdot 139105263,2}{18-1-1}} = \frac{69555070,55}{8694078,95} = 8,0,$$

$$F_{табл} = \begin{pmatrix} \alpha = 0,05 \\ \nu_1 = k + 1 + 2 \\ \nu_2 = n - k - 1 = 16 \end{pmatrix}$$

$F_{расч} > F_{табл}$ , следовательно, уравнение значимо, то есть построенное нами уравнение связи адекватно отражает сложившуюся зависимость.

4. Для характеристики рынка, сложившейся на торгах в июле, необходимо рассчитать коэффициент корреляции между курсом американского доллара и объемом продаж:

$$r = \frac{\sum x'y'}{\sqrt{\sum (x')^2} \sqrt{\sum (y')^2}} = \frac{-25393}{\sqrt{420 \cdot 2506887393}} = \frac{-25393}{1026105,6} = -0,025.$$

Так как коэффициент корреляции отрицательный, то можно сделать вывод, что в июле на торгах ММВБ сложился рынок «покупателя».

### ПРИМЕР 7

Имеются показатели здоровья населения России за 1990–2007 гг.

| Год  | Продолжительность жизни, лет |        |        | Смертность населения, ‰ | Рождаемость, ‰ | Младенческая смертность, ‰ | Онкологические заболевания, на 100 тыс. чел. |
|------|------------------------------|--------|--------|-------------------------|----------------|----------------------------|----------------------------------------------|
|      | общая                        | мужчин | женщин |                         |                |                            |                                              |
| 1990 | 69,3                         | 64,4   | 73,4   | 8,2                     | 17,4           | 24,7                       | 177                                          |
| 1991 | 69,4                         | 64,5   | 73,5   | 8,2                     | 17,8           | 22,9                       | 180                                          |
| 1992 | 69,5                         | 64,5   | 73,6   | 8,5                     | 17,8           | 24,7                       | 182                                          |
| 1993 | 69,3                         | 64,4   | 73,4   | 8,7                     | 17,6           | 26,4                       | 186                                          |
| 1994 | 69,1                         | 64,0   | 73,2   | 8,7                     | 18,0           | 27,9                       | 189                                          |
| 1995 | 68,8                         | 63,7   | 73,1   | 9,3                     | 18,1           | 30,6                       | 192                                          |
| 1996 | 68,4                         | 63,2   | 72,8   | 9,5                     | 18,4           | 31,4                       | 196                                          |
| 1997 | 68,1                         | 62,9   | 72,6   | 9,6                     | 18,1           | 30,5                       | 198                                          |
| 1998 | 68,0                         | 62,7   | 72,6   | 9,7                     | 18,2           | 29,2                       | 201                                          |
| 1999 | 67,9                         | 62,5   | 72,6   | 10,1                    | 18,2           | 27,4                       | 204                                          |
| 2000 | 67,7                         | 62,2   | 72,5   | 10,3                    | 18,3           | 27,3                       | 205                                          |
| 2001 | 67,7                         | 62,3   | 72,5   | 10,2                    | 18,5           | 26,9                       | 208                                          |
| 2002 | 67,8                         | 62,4   | 72,6   | 10,1                    | 18,9           | 25,7                       | 212                                          |
| 2003 | 67,9                         | 62,6   | 72,8   | 10,4                    | 19,8           | 25,3                       | 217                                          |
| 2004 | 67,7                         | 62,4   | 72,6   | 10,8                    | 19,6           | 25,9                       | 220                                          |
| 2005 | 68,4                         | 63,3   | 72,9   | 10,6                    | 19,4           | 26,0                       | 222                                          |
| 2006 | 69,6                         | 65,0   | 73,6   | 9,8                     | 20,0           | 25,4                       | 229                                          |
| 2007 | 69,8                         | 65,1   | 73,8   | 9,9                     | 19,8           | 25,4                       | 234                                          |

Применяя методику многомерной средней, выполним периодизацию динамики здоровья населения России в этом временном интервале (по цепным абсолютным приростам).

### РЕШЕНИЕ:

Периодизация – процесс выделения однокачественных этапов развития. Чаще решается задача периодизации с помощью теоретического анализа. Ввиду «многомерности» и сложности динамических процессов в здоровье, погрешностей учета и некоторых других причин результативнее в решении этой задачи применять численные методы, например, метод, основанный на многомерной средней.

Идея метода: для каждого момента (интервала) времени определяется:

$$\overline{P'_{ti}} = \frac{1 \cdot \sum P_{ij}}{KP_{j \max}}.$$

$$\text{Далее рассчитывается } t_{(ti) \text{ расч}} = \frac{\overline{P'_{ti}} - \overline{P'_{ti-1}}}{\mu(t_i; t_{i-1})}.$$

Сравнивается  $t_{(ti) \text{ расч}}$  с  $t_{(ti) \text{ табл}}$  ( $\alpha = 0,05$ ;  $l = k - 2$ ). Если  $t_{\text{расч}} > t_{\text{табл}}$  – принадлежат разным этапам развития здоровья, в противном случае – одному.

Здесь  $t_{(ti)}$  – расчетное значение статистики Стьюдента в момент (интервал)  $t_i$ ,  $k$  – число показателей здоровья;  $P_{ij}$  – значение  $i$ -го показателя в  $i$ -й момент времени;  $P_{ij \max}$  – максимальное по абсолютной величине значение  $j$ -го показателя;

$$\mu(t_{ij}; t_{i-1}) = \sqrt{\frac{\sigma_{ti-1}^2 + \sigma_{ti}^2}{k}},$$

– средняя ошибка разности средних:

$$\sigma_{ti} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (P'_{ij} - P'_i)^2,$$

где  $\overline{P'_i}$  – средний нормированный уровень динамики здоровья. В качестве  $P_{ij}$  можно взять уровень ряда, абсолютный цепной прирост, темп роста и некоторые другие. Если применять абсолютный прирост, то многомерная средняя определяется с учетом направления изменения показателя. Например, прирост по продолжительности жизни, рождаемости учитывают со знаком (+), а остальные – со знаком (–).

В таблице представлены нормированные цепные абсолютные приросты показателей здоровья по России, также:

| Год  | Продолжительность жизни |            |            | Смертность населения (-) | Младенческая смертность (-) | Онкологические заболевания (-) | $\overline{p'}$ | $\sigma$ | $t_{расч}$ |
|------|-------------------------|------------|------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------------|-----------------|----------|------------|
|      | общая (+)               | мужчин (+) | женщин (+) |                          |                             |                                |                 |          |            |
| 1991 | 0,125                   | 0,058      | 0,143      | 0,0                      | 0,444                       | -0,666                         | 0,144           | 0,319    | 1,92       |
| 1992 | 0,125                   | 0,0        | 0,143      | 0,375                    | 0,0                         | 0,666                          | -0,151          | 0,220    | 2,01       |
| 1993 | -0,250                  | -0,059     | -0,286     | 0,250                    | 0,222                       | 0,630                          | -0,324          | 0,364    | 1,07       |
| 1994 | -0,250                  | -0,253     | -0,286     | 0,0                      | 0,444                       | 0,555                          | -0,187          | 0,344    | 0,72       |
| 1995 | -0,375                  | -0,176     | -0,286     | 0,750                    | 0,111                       | 1,000                          | -0,415          | 0,494    | 1,00       |
| 1996 | -0,500                  | -0,294     | -0,429     | 0,250                    | 0,333                       | 0,296                          | -0,287          | 0,396    | 0,54       |
| 1997 | -0,375                  | -0,176     | -0,286     | 0,125                    | -0,333                      | -0,333                         | -0,178          | 0,240    | 0,62       |
| 1998 | -0,125                  | -0,118     | 0,0        | 0,125                    | 0,111                       | -0,481                         | -0,029          | 0,260    | 1,11       |
| 1999 | -0,125                  | -0,118     | 0,0        | 0,500                    | 0,0                         | -0,666                         | -0,072          | 0,360    | 0,26       |
| 2000 | -0,250                  | -0,176     | -0,143     | 0,250                    | 0,111                       | -0,037                         | -0,116          | 0,173    | 0,29       |
| 2001 | 0,0                     | 0,058      | 0,0        | -0,125                   | 0,222                       | -0,148                         | 0,018           | 0,188    | 1,40       |
| 2002 | 0,125                   | 0,058      | 0,143      | -0,125                   | 0,444                       | -0,444                         | 0,110           | 0,314    | 0,67       |
| 2003 | 0,125                   | 0,118      | 0,286      | 0,375                    | 1,000                       | -0,148                         | 0,065           | 0,361    | 0,24       |
| 2004 | -0,250                  | -0,118     | -0,286     | 0,500                    | -0,222                      | 0,222                          | -0,290          | 0,312    | 1,98       |
| 2005 | 0,875                   | 0,529      | 0,429      | -0,250                   | -0,222                      | 0,037                          | 0,220           | 0,382    | 2,74       |
| 2006 | 1,00                    | 1,00       | 1,00       | -1,00                    | 0,666                       | -0,222                         | 0,555           | 0,737    | 1,07       |
| 2007 | 0,250                   | 0,058      | 0,286      | 0,125                    | 0,222                       | 0,0                            | -0,067          | 0,271    | 2,09       |

Так, например:

$$P'_{1991} = \frac{69,4 - 69,3}{69,6 - 68,4} = 0,125$$

$$\overline{P'}_{1991} = \frac{0,125 + 0,058 + 0,143 - 0,0 + 0,444 - (-0,666)}{7} = \frac{1,008}{7} = 0,144$$

$$\sigma_{1991} = \sqrt{\frac{0,125^2 + 0,058^2 + \dots + 0,429^2}{7} - (0,125 + 0,058 + \dots + 0,429)^2} = 0,319$$

$$t_{1991} = \frac{(-0,151) - 0,144}{\sqrt{\frac{0,319^2}{7} + \frac{0,22^2}{7}}} = -2,01$$

$$t_{(t1)табл} (\alpha = 0,05; l = k - 2 = 7 - 2 = 5) = 2,57$$

$$t_{(ti)расч} > t_{(ti)табл} = 2,57 \text{ только для 2005 г.}$$

Таким образом, можно выделить следующие этапы динамики здоровья населения России (в промежутке 1991–2007 гг.):

I) 1991–2004 гг. – период снижения уровня здоровья населения (причем 2004 г. можно рассматривать как год резкого спада);

II) 2005–2006 гг. – период улучшения показателей здоровья.

Для 2007 г.  $t_{расч} = 2,09$ , что дает основание рассматривать 2007 г. как переходный, как возврат к периоду неблагоприятных тенденций в здоровье населения страны.

### ПРИМЕР 8

Имеются данные о днях трудопотерь вследствие заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на машиностроительном заводе за 1997–2009 гг.:

*(дни на 100 работающих)*

| Год  | Болезни нервной системы | Хронические заболевания органов дыхания |
|------|-------------------------|-----------------------------------------|
| 1997 | 47,8                    | 24,5                                    |
| 1998 | 51,9                    | 16,6                                    |
| 1999 | 40,7                    | 19,7                                    |
| 2000 | 52,2                    | 29,1                                    |
| 2001 | 66,1                    | 36,1                                    |
| 2002 | 75,6                    | 45,4                                    |
| 2003 | 49,7                    | 45,8                                    |
| 2004 | 49,1                    | 41,9                                    |
| 2005 | 67,2                    | 58,1                                    |
| 2006 | 60,7                    | 69,1                                    |
| 2007 | 20,6                    | 66,9                                    |
| 2008 | 13,7                    | 52,2                                    |
| 2009 | 10,8                    | 42,1                                    |

1. По каждой группе болезней для определения тенденций развития проведите:

- а) укрупнение интервалов;
- б) расчет скользящей средней (пятилетней);
- в) аналитическое выравнивание (по прямой).

2. На основании полученных коэффициентов регрессии (п. 1, в) проведите динамическую группировку болезней, выделив при этом три группы:

- растущие ( $a_1$  – положителен, причем значимо его отклонение от 0);
- благополучные ( $a_1$  – отрицателен, значимо его отклонение от 0);
- стабильные ( $a_1$  – статистически не отличается от 0). Сделайте выводы.

### РЕШЕНИЕ:

*Расчеты по болезням нервов:*

Число уровней ряда равно 13, укрупненных интервалов минимальное число – 3, тогда:

- |                                                                                  |   |                |
|----------------------------------------------------------------------------------|---|----------------|
| 1) 2007–2000 гг. – 192,6<br>2) 2001–2004 гг. – 240,5<br>3) 2005–2008 гг. – 162,4 | } | тенденции нет; |
|----------------------------------------------------------------------------------|---|----------------|

следовательно, данный вид заболеваемости нужно считать стабильным (ввиду близости, можно даже отнести к благополучным).

### ПРИМЕР 9

Имеются данные о заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на заводе «Электросигнал» в отчетном году по некоторым нозологическим группам:

(дни на 100 работающих)

| Месяц    | Группы болезней   |                          |                        |                          | Всего по заводу |
|----------|-------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|-----------------|
|          | кишечные инфекции | психические расстройства | периф. нервная система | острый фарингит и ангина |                 |
| Январь   | 0,26              | 4,25                     | 1,46                   | 3,22                     | 104,90          |
| Февраль  | 0,69              | 4,41                     | 0,44                   | 2,49                     | 99,24           |
| Март     | 0,01              | 3,33                     | 0,14                   | 1,82                     | 106,45          |
| Апрель   | 0,24              | 2,89                     | 1,01                   | 3,18                     | 86,73           |
| Май      | 0,33              | 3,66                     | 0,42                   | 1,46                     | 81,79           |
| Июнь     | 0,23              | 3,27                     | 0,41                   | 1,87                     | 78,51           |
| Июль     | 0,36              | 3,45                     | 1,07                   | 2,01                     | 78,33           |
| Август   | 0,30              | 3,76                     | 0,85                   | 2,39                     | 74,54           |
| Сентябрь | 0,69              | 4,67                     | 1,47                   | 2,82                     | 91,33           |
| Октябрь  | 0,93              | 1,97                     | 0,98                   | 3,76                     | 109,13          |
| Ноябрь   | 1,01              | 1,42                     | 0,95                   | 3,37                     | 100,56          |
| Декабрь  | 0,37              | 6,14                     | 1,56                   | 3,51                     | 115,40          |

По каждой болезни и в целом по заводу для оценки уровня сезонности выполните:

- 1) расчет индексов сезонности;
- 2) гармонический анализ сезонности. Сделайте выводы.

#### РЕШЕНИЕ:

1. Индекс сезонности можно рассчитать в данном случае по формуле:

$$i_{сез} = y / \bar{y}_{мес},$$

где  $y$  – уровень анализируемого месяца;  $\bar{y}_{мес}$  – средний уровень:

$$\bar{y}_{мес} = \frac{\sum y}{12}.$$

Проведем расчеты по фарингиту и ангине:

$$\bar{y}_{мес} = \frac{31,9}{12} = 2,66.$$

Например, для января:

$$i_{сез}^{янв} = \frac{3,22}{2,66} = 1,21.$$

| Месяц   | Индекс, $i_{сез}$ |
|---------|-------------------|
| Январь  | 1,210             |
| Февраль | 0,936             |
| Март    | 0,684             |
| Апрель  | 1,200             |
| Май     | 0,549             |
| Июнь    | 0,307             |

| Месяц    | Индекс, $i_{сез}$ |
|----------|-------------------|
| Июль     | 0,756             |
| Август   | 0,898             |
| Сентябрь | 1,060             |
| Октябрь  | 1,410             |
| Ноябрь   | 1,270             |
| Декабрь  | 1,320             |

Для данной болезни характерна сезонность: снижение в летний период и рост в зимние месяцы. Более нагляден уровень сезонности по кварталам:

$$\bar{y}_{мес} = \frac{31,9}{4} = 7,975.$$

| Квартал | 1     | 2     | 3     | 4     |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| Индекс  | 0,944 | 0,816 | 0,905 | 1,334 |

2. В гармоническом анализе динамические уровни представляют в виде ряда Фурье:

$$y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{T/2} (A_k \cdot \cos(k \cdot x_t) + B_k \cdot \sin(k \cdot x_t)),$$

где  $x_t = 2/T = 2/12$ .

В процедуре гармонического анализа определяют параметры А, В, а также долю каждой гармоники в дисперсии ряда динамики сезонности (расчетная таблица).

*Расчетная таблица*

| Гармоника | A(cos) | B(sin) | Доля в дисперсии ряда, % | Доля в сумме ряда, % |
|-----------|--------|--------|--------------------------|----------------------|
| 1         | 0,690  | 0,043  | 45                       | 26                   |
| 2         | -0,114 | -0,083 | 2                        | 5                    |
| 3         | 0,070  | 0,140  | 2                        | 5                    |
| 4         | -0,224 | 0,407  | 21                       | 18                   |
| 5         | -0,211 | -0,132 | 6                        | 9                    |
| 6         | 0,163  | 0,000  | 5                        | 6                    |

По результатам видно, что наибольшее значение имеет первая гармоника (45 % вариации ряда). Это колебание с периодом один год. Следовательно, для группы болезней фарингит и ангина характерен процесс спада и подъема раз в год. Следующая по значимости гармоника – четвертая (то есть спад и подъем раз в квартал), 21 % вариации ряда. Остальные гармоники незначительны по вкладу.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### ЗАДАЧА 7.1

Среднегодовая численность населения области выглядит следующим образом:

| Год  | Среднегодовая численность населения, тыс. чел. |
|------|------------------------------------------------|
| 2002 | 2528,0                                         |
| 2003 | 2655,0                                         |

| Год  | Среднегодовая численность населения, тыс. чел. |
|------|------------------------------------------------|
| 2004 | 26,89                                          |
| 2005 | 2722,0                                         |
| 2006 | 2747,4                                         |
| 2007 | 2747,7                                         |
| 2008 | 2750,5                                         |
| 2009 | 2747,9                                         |
| 2010 | 2739,0                                         |

По этим данным:

- 1) рассчитайте абсолютные (цепные и базисные) и средние показатели динамики. Результаты представьте в таблице;
- 2) нанесите на график динамику ряда.

### ЗАДАЧА 7.2

Потребительские цены РФ в 2010 г. по сравнению с декабрем 2009 г. изменялись следующим образом:

| Месяц    | Непродовольственные товары | Продовольственные товары | Платные услуги населению |
|----------|----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Январь   | 102,2                      | 102,2                    | 103,4                    |
| Февраль  | 103,5                      | 102,6                    | 106,4                    |
| Март     | 105,0                      | 102,7                    | 108,0                    |
| Апрель   | 106,5                      | 103,0                    | 110,3                    |
| Май      | 107,7                      | 105,3                    | 111,8                    |
| Июнь     | 108,6                      | 108,7                    | 115,2                    |
| Июль     | 109,5                      | 110,6                    | 119,5                    |
| Август   | 111,0                      | 110,9                    | 123,1                    |
| Сентябрь | 113,3                      | 111,6                    | 126,5                    |
| Октябрь  | 115,4                      | 114,0                    | 129,5                    |
| Ноябрь   | 117,1                      | 115,7                    | 131,6                    |
| Декабрь  | 118,5                      | 117,9                    | 133,7                    |

По данным, характеризующим групповые индексы цен, определите:

- 1) в каком полугодии инфляция была выше и по какой группе товаров и услуг цены росли быстрее;
- 2) какой месяц второго полугодия выделяется максимальным ростом цен.

### ЗАДАЧА 7.3

По нижеприведенным данным о кредитных вложениях коммерческих банков в отчетном периоде рассчитайте:

- 1) средний уровень каждого ряда;
- 2) среднегодовой темп роста вложений всего и в том числе по видам;
- 3) сопоставьте данные, определите коэффициенты опережения и замедления.

| Показатель (млрд. руб.) | 1 января текущего года | 1 апреля | 1 июля | 1 октября | 1 января следующего года |
|-------------------------|------------------------|----------|--------|-----------|--------------------------|
| Кредитные вложения      | 12,2                   | 13,3     | 13,6   | 15,3      | 14,0                     |
| В том числе:            |                        |          |        |           |                          |
| краткосрочные           | 11,9                   | 12,7     | 13,2   | 14,9      | 13,6                     |
| долгосрочные            | 0,3                    | 0,6      | 0,4    | 0,4       | 0,4                      |

**ЗАДАЧА 7.4**

Имеются данные о вкладах граждан в банках:

|                           | 01.01.09 | 01.04.09 | 01.07.09 | 01.10.09 | 01.01.10 |
|---------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Вклады граждан в банках   | ?        | 580,6    | 754,8    | 850,3    | 986,4    |
| Из них:<br>в коммерческих | 105,8    | 260,9    | ?        | 410,2    | 543,7    |

Применяя метод ретроэкстраполяции и интерполяции, определите недостающие данные.

**ЗАДАЧА 7.5**

Имеются данные об объеме промышленного производства России:

| Месяц    | Общий объем промышленного производства,<br>млрд руб. |         |
|----------|------------------------------------------------------|---------|
|          | 2009 г.                                              | 2010 г. |
| Январь   | 290,7                                                | 331,7   |
| Февраль  | 300,6                                                | 350,8   |
| Март     | 345,1                                                | 387,5   |
| Апрель   | 328,0                                                | 359,2   |
| Май      | 316,2                                                | 361,1   |
| Июнь     | 342,1                                                | 384,5   |
| Июль     | 350,0                                                | 391,6   |
| Август   | 360,2                                                | 407,7   |
| Сентябрь | 377,2                                                | 417,6   |
| Октябрь  | 388,7                                                | 442,7   |
| Ноябрь   | 404,9                                                | 451,9   |
| Декабрь  | 458,3                                                | 476,2   |

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- 1) на основе индекса сезонности;
- 2) применяя графический метод.

**ЗАДАЧА 7.6**

Отмечался официальный курс рубля к доллару и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2008 г.:

| Дата  | Курс доллара, руб. за один доллар | Объем продаж, доллар |
|-------|-----------------------------------|----------------------|
| 29.03 | 25,71                             | 1771                 |
| 03.04 | 25,23                             | 401                  |
| 05.04 | 25,86                             | 1959                 |
| 10.04 | 26,02                             | 2468                 |
| 12.04 | 25,68                             | 2152                 |
| 17.04 | 25,64                             | 1236                 |
| 19.04 | 25,44                             | 1248                 |
| 24.04 | 26,12                             | 3557                 |
| 26.04 | 25,82                             | 1039                 |
| 01.05 | 25,67                             | 3054                 |
| 08.05 | 25,84                             | 4160                 |
| 15.05 | 25,33                             | 4213                 |
| 17.05 | 25,42                             | 2555                 |
| 18.05 | 25,71                             | 7647                 |
| 21.05 | 25,65                             | 8539                 |
| 22.05 | 25,65                             | 6104                 |

| Дата  | Курс доллара, руб. за один доллар | Объем продаж, доллар |
|-------|-----------------------------------|----------------------|
| 23.05 | 25,43                             | 10971                |
| 24.05 | 25,15                             | 10480                |
| 25.05 | 24,90                             | 6002                 |
| 28.05 | 25,01                             | 13 280               |
| 29.05 | 24,98                             | 14600                |
| 30.05 | 24,93                             | 13100                |
| 31.05 | 24,87                             | 17419                |
| 01.06 | 24,82                             | 12938                |
| 04.06 | 24,72                             | 8640                 |
| 05.06 | 24,83                             | 25707                |
| 06.06 | 24,63                             | 7841                 |
| 07.06 | 24,86                             | 14711                |
| 08.06 | 24,70                             | 16089                |
| 11.06 | 24,78                             | 11924                |
| 12.06 | 24,78                             | 10341                |
| 14.06 | 24,85                             | 16101                |
| 15.06 | 24,86                             | 10722                |
| 18.06 | 25,07                             | 12048                |
| 19.06 | 25,08                             | 11427                |
| 20.06 | 25,00                             | 12449                |
| 21.06 | 24,86                             | 14558                |
| 22.06 | 24,87                             | 14422                |
| 25.06 | 24,85                             | 14944                |
| 26.06 | 25,01                             | 14 126               |
| 27.06 | 25,04                             | 12050                |
| 28.06 | 25,14                             | 6497                 |
| 29.06 | 25,03                             | 6889                 |

1. По данным табл. из задачи 5.5 рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курса и объемов продаж. Результаты представьте в расчетной таблице.
2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.
3. Проведите периодизацию объемов продаж, выделив следующие периоды:
  - а) практическое отсутствие сделок;
  - б) незначительный объем продаж;
  - в) значительный объем продаж.

### ЗАДАЧА 7.7

Отмечен официальный курс рубля к китайскому юаню и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2008 г.:

| Дата  | Курс китайского юаня, руб. за один юань | Объем продаж, юань |
|-------|-----------------------------------------|--------------------|
| 01.01 | 13,37                                   | 250                |
| 05.01 | 13,56                                   | 4                  |
| 10.01 | 13,73                                   | 14                 |
| 12.01 | 13,64                                   | 32                 |
| 17.01 | 13,61                                   | 83                 |
| 19.01 | 13,61                                   | 73                 |
| 24.01 | 13,68                                   | 87                 |
| 26.01 | 13,37                                   | 180                |
| 31.01 | 13,29                                   | 200                |
| 02.02 | 13,66                                   | 236                |
| 07.02 | 13,62                                   | 348                |
| 09.02 | 13,53                                   | 421                |
| 14.02 | 13,63                                   | 652                |

| Дата  | Курс китайского юаня, руб. за один юань | Объем продаж, юань |
|-------|-----------------------------------------|--------------------|
| 16.02 | 13,47                                   | 411                |
| 21.02 | 13,51                                   | 472                |
| 23.02 | 13,31                                   | 457                |
| 28.02 | 13,40                                   | 487                |
| 01.03 | 13,44                                   | 652                |
| 06.03 | 13,67                                   | 1007               |
| 08.03 | 13,70                                   | 1170               |
| 13.03 | 13,68                                   | 878                |
| 15.03 | 13,39                                   | 1153               |
| 20.03 | 13,10                                   | 1120               |
| 22.03 | 13,31                                   | 2212               |
| 27.03 | 13,11                                   | 1746               |
| 29.03 | 13,14                                   | 2256               |

1. По данным табл. рассчитайте цепные абсолютные приросты, темпы роста курсов юаня и объемов продаж.

Результат представьте в расчетной таблице.

2. Постройте графики изменения курсов и объемов продаж.

3. На основе анализа полученных результатов осуществите градацию оценки состояния рынка. А именно:

а) «крепкий, или сильный, рынок» – значительный и большой объем продаж при высоких ценах;

б) «вялый, или слабый, рынок» – незначительный объем продаж при низких ценах;

в) «устойчивый рынок» – средний уровень цен при значительном и высоком объеме продаж;

г) «неустойчивый, или неуверенный, рынок» – значительный и большой объем продаж при низких ценах;

д) «ленивый рынок» – практическое отсутствие сделок.

### ЗАДАЧА 7.8

Отмечался официальный курс рубля к корейской воне и объем продаж валюты на торгах ММВБ в 2008 г.:

| Дата  | Курс корейской воны, руб. за одну вону | Объем продаж, вона |
|-------|----------------------------------------|--------------------|
| 01.11 | 12,32                                  | 1120               |
| 02.11 | 12,32                                  | 2212               |
| 05.11 | 12,34                                  | 1746               |
| 09.11 | 12,25                                  | 2256               |
| 10.11 | 12,09                                  | 1771               |
| 11.11 | 12,32                                  | 401                |
| 14.11 | 12,28                                  | 2152               |
| 15.11 | 12,18                                  | 1236               |
| 16.11 | 12,15                                  | 1248               |
| 17.11 | 12,19                                  | 3557               |
| 18.11 | 12,16                                  | 1309               |
| 21.11 | 12,09                                  | 3054               |
| 22.11 | 12,12                                  | 4160               |
| 23.11 | 12,07                                  | 4213               |
| 24.11 | 12,02                                  | 2555               |
| 25.11 | 11,95                                  | 7647               |
| 28.11 | 11,98                                  | 8539               |
| 29.11 | 12,16                                  | 6104               |
| 30.11 | 12,21                                  | 10971              |
| 01.12 | 12,26                                  | 10480              |

| Дата  | Курс корейской воны, руб. за одну вону | Объем продаж, вона |
|-------|----------------------------------------|--------------------|
| 02.12 | 12,48                                  | 6002               |
| 05.12 | 12,53                                  | 13280              |
| 06.12 | 12,67                                  | 14600              |
| 07.12 | 12,56                                  | 13100              |
| 08.12 | 12,77                                  | 17419              |
| 09.12 | 12,68                                  | 12938              |
| 10.12 | 12,68                                  | 8640               |
| 14.12 | 12,54                                  | 25707              |
| 15.12 | 12,54                                  | 14711              |
| 16.12 | 12,77                                  | 7841               |
| 19.12 | 12,84                                  | 11924              |
| 20.12 | 12,78                                  | 10341              |
| 21.12 | 12,84                                  | 16701              |
| 22.12 | 12,95                                  | 10722              |
| 23.12 | 13,10                                  | 16769              |
| 26.12 | 13,21                                  | 12048              |
| 27.12 | 13,28                                  | 11427              |
| 28.12 | 13,40                                  | 12449              |
| 30.12 | 13,37                                  | 14558              |

1. Рассчитайте уравнение регрессии и оцените его надежность.

2. На основе рассчитанного уравнения регрессии определите:

а) на сколько увеличится или уменьшится объем продаж при росте курса на один пункт;

б) какой рынок («продавца» или «покупателя»)<sup>1</sup> сложился за анализируемый промежуток времени?

### ЗАДАЧА 7.9

По одному из предприятий региона имеются следующие данные об объеме производства макаронных изделий:

| Год  | Объем производства, т | Год  | Объем производства, т |
|------|-----------------------|------|-----------------------|
| 2000 | 138,4                 | 2006 | 184,2                 |
| 2001 | 155,4                 | 2007 | 189,7                 |
| 2002 | 165,4                 | 2008 | 190,5                 |
| 2003 | 168,1                 | 2009 | 200,2                 |
| 2004 | 173,9                 | 2010 | 209,7                 |
| 2005 | 178,1                 |      |                       |

Для анализа динамики производства макаронных изделий исчислите:

1) среднегодовое производство макаронных изделий;

2) базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста производства макаронных изделий;

3) проверьте ряд динамики производства макаронных изделий на наличие тренда. Используя метод аналитического выравнивания, постройте уравнение прямой;

4) изобразите динамику производства макаронных изделий на графике.

Сделайте выводы.

<sup>1</sup> Если коэффициент корреляции положителен – рынок «продавца», если коэффициент корреляции отрицательный – рынок «покупателя».

### ЗАДАЧА 7.10

По одному из отделений Сберегательного банка имеются следующие данные об остатках вкладов за 2009 г. и на 1 января 2010 г. (млн руб.):

|      |       |      |       |
|------|-------|------|-------|
| 1.01 | 262,4 | 1.08 | 476,8 |
| 1.02 | 275,8 | 1.09 | 470,2 |
| 1.03 | 295,4 | 1.10 | 586,0 |
| 1.04 | 292,5 | 1.11 | 610,9 |
| 1.05 | 337,4 | 1.12 | 645,8 |
| 1.06 | 396,7 | 1.01 | 708,9 |
| 1.07 | 421,3 |      |       |

Определите:

- 1) среднеквартальные и среднегодовые остатки вкладов по отделению банка;
  - 2) произведите сглаживание ряда динамики методом скользящей средней и аналитического выравнивания (по прямой);
  - 3) на основе исчисленных показателей определите ожидаемые уровни остатков вкладов населения на 01.04.2011 г.;
  - 4) изобразите динамику и ожидаемые уровни остатков вкладов по отделению банка на графике.
- Сделайте выводы.

### ЗАДАЧА 7.11

По одному из сельскохозяйственных предприятий области имеются следующие данные о динамике валового сбора зерновых культур:

| Год  | Валовой сбор, т | Год  | Валовой сбор, т |
|------|-----------------|------|-----------------|
| 2000 | 162             | 2006 | 187             |
| 2001 | 178             | 2007 | 190             |
| 2002 | 180             | 2008 | 192             |
| 2003 | 183             | 2009 | 196             |
| 2004 | 185             | 2010 | 198             |
| 2005 | 184             |      |                 |

Для анализа динамики производства зерновых культур исчислите:

- 1) среднегодовой валовой сбор зерновых культур;
  - 2) базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста производства зерновых культур;
  - 3) на основе средних абсолютных приростов и темпов роста определите ожидаемый уровень валового сбора зерновых культур в 2002 г.;
  - 4) изобразите динамику производства зерновых культур на графике.
- Сделайте выводы.

### ЗАДАЧА 7.12

Имеются следующие данные о вводе жилых домов по одной из строительных компаний:

| Год  | Введено общей площади, тыс. м <sup>2</sup> | Год  | Введено общей площади, тыс. м <sup>2</sup> |
|------|--------------------------------------------|------|--------------------------------------------|
| 2000 | 33                                         | 2006 | 48                                         |
| 2001 | 35                                         | 2007 | 50                                         |

| Год  | Введено общей площади, тыс. м <sup>2</sup> | Год  | Введено общей площади, тыс. м <sup>2</sup> |
|------|--------------------------------------------|------|--------------------------------------------|
| 2002 | 35                                         | 2008 | 52                                         |
| 2003 | 37                                         | 2009 | 54                                         |
| 2004 | 42                                         | 2010 | 58                                         |
| 2005 | 46                                         |      |                                            |

Для анализа динамики ввода жилых домов исчислите:

- 1) среднегодовой ввод жилых домов;
  - 2) базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста ввода жилых домов;
  - 3) на основе средних абсолютных приростов и темпов роста определите ожидаемый уровень ввода жилых домов в 2005 г.;
  - 4) изобразите динамику ввода жилых домов на графике.
- Сделайте выводы.

### ЗАДАЧА 7.13

Имеются данные о днях трудопотерь вследствие заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на машиностроительном заводе за 1994–2010 гг.:

(дни трудопотерь)

| Годы | Группы болезней         |                         |                         |                  |          |                                 | Всего  |
|------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|----------|---------------------------------|--------|
|      | болезни нервной системы | гипертоническая болезнь | хронические заболевания | язвенная болезнь | гастриты | болезни костно-мышечной системы |        |
| 1994 | 46,8                    | 23,5                    | 19,1                    | 17,2             | 11,2     | 40,9                            | 933,4  |
| 1995 | 51,8                    | 16,7                    | 22,9                    | 12,8             | 10,0     | 51,3                            | 904,0  |
| 1996 | 41,7                    | 19,9                    | 26,5                    | 12,4             | 7,5      | 61,1                            | 965,0  |
| 1997 | 52,4                    | 28,1                    | 31,4                    | 20,3             | 10,0     | 57,7                            | 1014,1 |
| 1998 | 65,1                    | 35,1                    | 32,4                    | 13,4             | 8,4      | 38,9                            | 1064,8 |
| 1999 | 75,9                    | 45,4                    | 31,0                    | 18,1             | 8,0      | 77,5                            | 1122,9 |
| 2000 | 48,7                    | 45,8                    | 24,2                    | 16,7             | 7,6      | 69,2                            | 1196,1 |
| 2001 | 49,5                    | 39,9                    | 23,5                    | 17,8             | 9,9      | 84,5                            | 1137,5 |
| 2002 | 66,2                    | 58,1                    | 32,3                    | 19,8             | 15,8     | 102,8                           | 1118,0 |
| 2003 | 60,4                    | 69,1                    | 26,7                    | 22,0             | 24,7     | 120,5                           | 1290,2 |
| 2004 | 21,6                    | 66,9                    | 34,7                    | 25,5             | 26,9     | 138,6                           | 1421,7 |
| 2005 | 13,8                    | 53,2                    | 36,9                    | 26,7             | 19,8     | 139,4                           | 1235,6 |
| 2006 | 11,8                    | 43,1                    | 33,3                    | 22,0             | 19,4     | 144,1                           | 1127,6 |
| 2007 | 12,5                    | 38,4                    | 32,8                    | 24,5             | 18,6     | 140,2                           | 1253,4 |
| 2008 | 59,4                    | 65,4                    | 34,9                    | 25,9             | 24,0     | 134,3                           | 1398,2 |
| 2009 | 45,4                    | 53,2                    | 34,6                    | 23,4             | 19,7     | 133,4                           | 1234,8 |
| 2010 | 15,6                    | 43,2                    | 33,9                    | 22,6             | 18,5     | 130,5                           | 1135,8 |

1. По каждой группе болезней для определения тенденций развития проведите:

- а) укрупнение временных интервалов;
- б) расчет скользящей средней (пятилетней);
- в) аналитическое выравнивание (по прямой).

2. На основании полученных коэффициентов регрессии (п. 1, в) проведите динамическую группировку болезней, при этом выделите три группы:

- а) растущие ( $a_1$  – положителен, причем значимо его отклонение от 0);
- б) благополучные ( $a_1$  – отрицателен, причем значимо его отклонение от 0);
- в) стабильные ( $a_1$  – статистически не отличается от 0).

Сделайте выводы.

#### ЗАДАЧА 7.14

Имеются данные о заболеваемости с временной утратой трудоспособности (ВУТ) на заводе «Электросигнал» в 2009 г. по некоторым нозологическим группам:

(дни на 100 работающих)

| Месяц    | Группы болезней   |                          |                        |                          | Всего  |
|----------|-------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|--------|
|          | кишечные инфекции | психические расстройства | периф. нервная система | острый фарингит и ангина |        |
| Январь   | 0,25              | 4,25                     | 1,47                   | 3,22                     | 105,90 |
| Февраль  | 0,70              | 4,43                     | 0,44                   | 2,54                     | 99,44  |
| Март     | 0,12              | 3,36                     | 0,16                   | 2,82                     | 104,45 |
| Апрель   | 0,26              | 2,89                     | 1,03                   | 3,21                     | 86,75  |
| Май      | 0,34              | 3,69                     | 0,42                   | 1,45                     | 81,89  |
| Июнь     | 0,26              | 3,46                     | 0,46                   | 1,88                     | 78,51  |
| Июль     | 0,39              | 3,72                     | 1,05                   | 2,01                     | 78,33  |
| Август   | 0,32              | 3,76                     | 0,87                   | 2,43                     | 74,54  |
| Сентябрь | 0,71              | 4,77                     | 1,47                   | 2,82                     | 91,35  |
| Октябрь  | 0,95              | 1,98                     | 0,98                   | 3,76                     | 109,26 |
| Ноябрь   | 1,03              | 1,43                     | 0,97                   | 3,38                     | 101,56 |
| Декабрь  | 0,40              | 6,14                     | 1,46                   | 3,54                     | 115,42 |

По каждой болезни и в целом по заводу для оценки уровня сезонности выполните:

- 1) расчет индексов сезонности;
- 2) гармонический анализ сезонности.

Сделайте выводы.

#### ТЕСТ

**Вопрос 1.** Вставьте пропущенные слова по смыслу текста: «...называется процесс развития, изменения массовых процессов и явлений»:

- 1) рядом динамики;
- 2) индексом;
- 3) динамикой;
- 4) регрессией;
- 5) корреляцией.

**Вопрос 2.** К статистическим показателям, характеризующим изменение рядов динамики, относятся...

- 1) коэффициенты регрессионной модели;
- 2) среднее квадратическое отклонение;
- 3) равностоящие и неравностоящие уровни;
- 4) абсолютный прирост, темп роста и прироста, средний уровень ряда, среднеабсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста.

**Вопрос 3. Какое из предложенных утверждений является истинным?**

1. Динамикой называется последовательность значений статистических совокупностей, расположенных в хронологическом порядке.
2. Динамикой называется процесс выбора значимых факторов для уравнения регрессии.
3. Рядом динамики называется последовательность значений статистических совокупностей, расположенных в хронологическом порядке.
4. Рядом динамики называется процесс развития, движения, изменения массовых процессов и явлений.
5. Рядом динамики называется процесс выбора значимых факторов уравнения регрессии.

**Вопрос 4. Экстраполяцией называется...**

- 1) построение модели изменения состояний динамического ряда при условии сохранения закономерностей развития;
- 2) построение модели изменения состояний динамического ряда при условии скачкообразных изменений закономерностей развития;
- 3) словесное описание состояния динамического ряда при условии сохранения закономерностей развития;
- 4) расчет характеристик динамического ряда;
- 5) словесное описание характеристик динамического ряда.

**Вопрос 5. Прогнозированием называется...**

- 1) интерполяция;
- 2) экстраполяция;
- 3) 1) и 2);
- 4) построение определенных предположений о состоянии динамического объекта в будущем;
- 5) словесное описание состояния динамического объекта в будущем.

## РАЗДЕЛ II. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

### Тема 8: «Статистика населения, занятости и безработицы»

#### *Показатели численности населения, методы их расчета*

Предметом изучения статистики населения являются население и закономерности его изменения в конкретных условиях общественного развития.

*Население* как предмет изучения в статистике представляет собой совокупность людей, проживающих на территории мира, континента, страны или ее части, отдельного региона, населенного пункта и непрерывно возобновляющихся за счет рождений и смертей.

Население любого государства весьма неоднородно по своему составу и изменчиво во времени, поэтому закономерности развития населения, изменение его состава и многие другие характеристики должны изучаться с учетом конкретных исторических условий.

В статистике населения *единицей наблюдения* чаще всего является отдельный *человек* как индивидум, однако, может быть, и *семья*. Также может учитываться и *домохозяйство*. В отличие от семьи под домохозяйством понимают совместно проживающих и ведущих общее хозяйство людей (необязательно родственников), домохозяйство, в отличие от семьи, может состоять и из одного человека, обеспечивающего себя материально.

В статистике населения *объектом* статистического наблюдения могут быть самые разные совокупности: население в целом (постоянное или наличное), отдельные группы населения (трудоспособное население, безработные, инвалиды, городское или сельское население, мужчины или женщины и т. д.), молодые семьи или, наоборот, пожилые, родившиеся за год (или иной период) или умершие, и т. д.

Основным *источником* статистики населения являются *текущий учет* и единовременные наблюдения в виде сплошных или выборочных *переписей*.

Различают две **категории населения**, учитываемые при переписи:

- *наличное население* – категория населения, объединяющая людей, фактически находящихся на момент переписи в данном населенном пункте;
- *постоянное население* – категория населения, объединяющая людей, для которых данный населенный пункт представляет место обычного проживания в данное время, независимо от их фактического местонахождения в момент учета (переписи).

При статистическом обследовании населения исчисляются: численность населения на момент проведения переписи, среднегодовая численность и другие показатели.

**Среднегодовая численность населения** рассчитывается как средняя арифметическая показателей численности населения на начало  $S_n$  и конец  $S_k$  периода:

$$\bar{S} = \frac{S_n + S_k}{2}. \quad (8.1)$$

При наличии данных о численности населения на несколько равноотстоящих дат среднегодовая численность населения может быть определена более точно по формуле средней хронологической для моментных рядов:

$$\bar{S} = \frac{1/2 \cdot S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1} + 1/2 \cdot S_n}{n-1}, \quad (8.2)$$

где  $n$  – число уровней (дат);

$n - 1$  – длительность периодов времени.

Если требуется найти среднюю численность населения в неравноотстоящем моментном ряду, то применяется формула средней арифметической взвешенной:

$$\bar{S} = \frac{\sum S_i t_i}{\sum t_i}, \quad (8.3)$$

где  $S_i$  – численность населения, сохраняющаяся без изменения в течение периода времени  $t_i$ ;  
 $t_i$  – длительность  $i$ -го периода времени.

В соответствии с делением населенных пунктов на городские и сельские население страны с точки зрения размещения по территориям подразделяется на *городское и сельское*.

Для отдельных территорий или административных единиц определяется показатель *плотности населения* – делением численности населения данной территории на ее площадь в квадратных километрах.

Среди группировок в статистике населения выделяют группировки *по полу, возрасту, семейному положению, национальности*.

### **Изучение естественного движения населения**

Численность населения не остается неизменной. Изменение численности населения за счет рождений и смертей называют *естественным движением*.

Разница между числом родившихся и умерших при положительном результате называется *естественным приростом населения*.

Основными показателями, характеризующими естественное движение (воспроизводство населения), являются следующие (рассчитываются на 1000 чел., то есть в промилле, ‰):

**Коэффициент рождаемости** вычисляется делением числа родившихся живыми за год  $N$  на среднегодовую численность населения  $\bar{S}$ :

$$K_p = \frac{N}{\bar{S}} \cdot 1000. \quad (8.4)$$

**Коэффициент смертности** рассчитывается аналогично путем деления числа умерших за год  $M$  на среднегодовую численность населения  $\bar{S}$ :

$$K_{см} = \frac{M}{\bar{S}} \cdot 1000. \quad (8.5)$$

**Коэффициент естественного прироста (убыли):**

$$K_{ест.пр.} = \frac{N - M}{\bar{S}} \cdot 1000, \quad (8.6)$$

или как разность между коэффициентами рождаемости и смертности:

$$K_{ест.пр.} = K_p - K_{см}. \quad (8.7)$$

Наряду с общими коэффициентами, то есть рассчитанными по всему населению, для более детальной характеристики воспроизводства населения определяются частные (специальные) коэффициенты, которые в отличие от общих коэффициентов рассчитываются на 1000 человек определенной возрастной, половой, профессиональной или иной группы населения.

Так, при изучении рождаемости широко применяется специальный коэффициент рождаемости – **коэффициент плодovitости, фертильности**:

$$K_{пл} = \frac{N}{\bar{S}_{жен}} \cdot 1000, \quad (8.8)$$

где  $\bar{S}_{жен}$  – среднегодовая численность женщин в возрасте 15–49 лет.

Большое значение имеет расчет **возрастных коэффициентов рождаемости** (то есть коэффициентов рождаемости для отдельных возрастных групп женщин) и **суммарного коэффициента рождаемости**, характеризующего среднее число детей, рожденных женщиной за свою жизнь.

При изучении смертности особое место имеет **коэффициент младенческой смертности**, характеризующий уровень смертности детей до одного года:

$$K_{мл.см.} = \frac{M_0}{N} \cdot 1000, \quad (8.9)$$

где  $M$  – число умерших детей в возрасте до одного года.

Рассмотренные показатели характеризуют воспроизводство населения.

**Показатель средней продолжительности предстоящей жизни** для любой возрастной группы населения рассчитывается делением суммы предстоящих человеко-лет жизни  $T_x$  на численность изучаемого поколения  $l_x$ :

$$l_x^0 = \frac{T_x}{l_x}, \quad (8.10)$$

где  $T_x$  – сумма прожитых (предстоящих) человеко-лет, которые предстоит прожить совокупности лиц от возраста  $x$  до предельного возраста включительно;

$l_x$  – численность изучаемого поколения, дожившего до возраста  $x$ .

Для характеристики соотношения между рождаемостью и смертностью населения в статистике исчисляется **показатель жизненности** (показатель Покровского), представляющий собой отношение числа родившихся к числу умерших (за год).

**Коэффициент оборота населения** – число родившихся и умерших на 1000 человек населения в среднем за год:

$$K_{об} = \frac{N + M}{\bar{S}} \cdot 1000. \quad (8.11)$$

**Коэффициент эффективности воспроизводства населения** (как доля естественного прироста в общем обороте населения):

$$K_э = \frac{N - M}{N + M} \cdot 100. \quad (8.12)$$

### **Изучение миграции населения**

**Миграция** – передвижение людей (мигрантов) через границы тех или иных территорий с переменой места жительства навсегда или на более или менее длительное время. Миграцию порождают многие причины.

Различают миграцию внутреннюю и внешнюю. Перемещение населения внутри страны называется *внутренней миграцией*, перемещение населения из одной страны в другую – *внешней*.

Изменение численности населения отдельных населенных пунктов, регионов, страны за счет миграции представляет собой **механическое движение населения**.

Основными показателями миграции являются:

- число прибывших (прибытий) –  $\Pi$ ;
- число выбывших (выбытий) –  $B$ ;
- миграционный прирост (или снижение), сальдо миграции, чистая миграция:  $\Pi - B$ ;
- объем миграции, валовая миграция, брутто-миграция:  $\Pi + B$ .

Кроме общей численности изучается распределение мигрантов по полу, возрасту, причинам миграции.

Поскольку показатели объема миграции зависят от численности населения соответствующей территории, для анализа миграционных процессов используются относительные показатели.

**Показатели интенсивности миграции** характеризуют частоту случаев перемен места жительства в совокупности населения за определенный период. Чаще всего используются следующие общие характеристики интенсивности миграции на 1000 жителей в расчете на год.

**Общий коэффициент интенсивности миграции (‰):**

$$K_{\text{общ.миг.}} = \frac{\Pi - B}{S} \cdot 1000, \quad (8.13)$$

$$\text{или } K_{\text{общ.миг.}} = \frac{\Pi}{S} \cdot 1000 - \frac{B}{S} \cdot 1000 = K_n - K_v, \quad (8.14)$$

где  $K_n = \frac{\Pi}{S} \cdot 1000$  – *коэффициент прибытия* – число прибывших на 1000 человек населения в среднем за год;

$K_v = \frac{B}{S} \cdot 1000$  – *коэффициент выбытия* – число выбывших на 1000 человек населения в среднем за год.

**Коэффициент интенсивности миграционного оборота (‰):**

$$K_{\text{миг.об.}} = \frac{\Pi + B}{S} \cdot 1000. \quad (8.15)$$

**Коэффициент эффективности миграции (‰):**

$$K_{\text{эф.миг.}} = \frac{\Pi - B}{\Pi + B} \cdot 100. \quad (8.16)$$

#### ***Расчет перспективной численности населения***

Из вышеизложенного следует, что общий прирост численности населения страны за год складывается как в результате его естественного движения, так и в результате механического (миграционного) перемещения отдельных лиц. Для его характеристики в статистике применяется **коэффициент общего прироста населения**:

$$K_{\text{общ.пр.}} = K_p - K_{\text{см}} + K_{\text{общ.миг.}} \quad (8.17)$$

Одной из задач статистики населения является определение численности населения на перспективу. Простейший прием расчета перспективной численности населения (всего) основывается на использовании данных об общем приросте населения (естественном и механическом) за определенный анализируемый период и предположении о сохранении выявленной закономерности на прогнозируемый отрезок времени.

**Перспективная численность населения через  $t$  лет:**

$$S_{n+t} = S_n \cdot \left( 1 + \frac{K_{\text{общ.пр.}}}{1000} \right)^t, \quad (8.18)$$

где  $S_n$  – численность населения на начало планируемого периода;

$t$  – число лет, на которое прогнозируется расчет;

$K_{\text{общ.пр.}}$  – коэффициент общего прироста населения за период, предшествующий плановому.

Расчет перспективной численности всего населения часто дополняется при наличии соответствующих данных нахождением численности населения по отдельным возрастным и половым группам.

***Показатели уровня и динамики занятости и безработицы***

**Трудовые ресурсы** – население, занятое экономической деятельностью или способное трудиться, но не работающее по тем или иным причинам.

В состав трудовых ресурсов включаются: население в трудоспособном возрасте (мужчины 16–59 лет и женщины 16–54 лет), кроме неработающих инвалидов 1-й и 2-й групп и неработающих лиц, получающих пенсию на льготных условиях; работающие подростки и работающие лица пенсионного возраста.

**Экономически активное население (рабочая сила)** – часть населения, которая предлагает свой труд для производства товаров и услуг. Численность экономически активного населения включает *занятых и безработных*.

В международной статистике исходными показателями для анализа занятых является **коэффициент (уровень) экономической активности населения** – доля численности экономически активного населения в общей численности населения страны на определенную дату:

$$K_{\text{эк.ак.}} = \frac{S_{\text{эк.ак.}}}{S} \cdot 100. \quad (8.19)$$

**К занятым** в экономике относятся лица обоего пола в возрасте 16 лет и старше, а также младших возрастов, которые в рассматриваемый период выполняли работу по найму за вознаграждение, а также приносящую доход работу не по найму самостоятельно или с одним или несколькими партнерами как с привлечением, так и без привлечения наемных работников. В число занятых включаются лица, которые выполняют работу без оплаты на семейном предприятии, а также лица, которые временно отсутствовали на работе из-за болезни, ухода за больными, ежегодного отпуска или выходных дней, обучения, учебного отпуска, отпуска без сохранения или с частичным сохранением заработной платы по инициативе администрации, забастовки и других подобных причин.

Статистика изучает занятость как по секторам, так и по отраслям экономики.

Количественно занятость характеризуется **коэффициентом (уровнем) занятости**, который рассчитывается по формуле:

$$K_{зан} = \frac{S_{зан.}}{S_{эк.ак}} \cdot 100. \quad (8.20)$$

**К безработным** применительно к стандартам международной организации труда (МОТ) относятся лица в возрасте 16 лет и старше, которые в рассматриваемый период:

- а) не имели работы (доходного занятия);
- б) занимались поиском работы, то есть обращались в государственную или коммерческую службу занятости, использовали или помещали объявления в печати, непосредственно обращались к администрации предприятия (работодателю), использовали личные связи и т. д. или предпринимали шаги к организации собственного дела;
- в) были готовы приступить к работе.

**Коэффициент (уровень) безработицы** определяется отношением общей численности безработных к численности экономически активного населения:

$$K_{без} = \frac{B}{S_{эк.ак}} \cdot 100, \quad (8.21)$$

где B – численность безработных.

**Коэффициент (уровень) зарегистрированной безработицы** – отношение численности зарегистрированных безработных к численности экономически активного населения:

$$K_{зар.без} = \frac{B_{зар}}{S_{эк.ак}} \cdot 100. \quad (8.22)$$

**Продолжительность безработицы** – промежуток времени, в течение которого человек ищет работу (с момента начала поиска работы и до момента трудоустройства или до рассматриваемого периода), используя при этом любые способы.

**Экономически неактивное население** – население обследуемого возраста, которое не входит в состав рабочей силы, то есть занятых и безработных. Эту часть населения составляют следующие категории:

- учащиеся и студенты, слушатели и курсанты, посещающие дневные учебные заведения;
- лица, получающие пенсии по старости и на льготных условиях, по инвалидности;
- лица, занятые ведением домашнего хозяйства, уходом за детьми, больными родственниками;
- отчаявшиеся найти работу, то есть лица, прекратившие поиск работы, но которые могут и готовы работать;
- другие лица, которым нет необходимости работать, независимо от источника их дохода.

**Статус занятого экономической деятельностью** – правовое положение различных групп лиц, отнесенных к занятым экономической деятельностью и классифицируемых в системе общественных отношений в зависимости от степени экономического риска, элементом которого является вид взаимоотношений лица, наделенного определенными полномочиями (в пределах установленных обязанностей), с другими работниками и предприятиями.

Классификация занятых по статусу предусматривает выделение двух основных групп: работающие по найму и работающие не по найму.

В составе работающих *не по найму* выделяются подгруппы:

- *работодатели;*
- *лица, работающие на индивидуальной основе;*
- *неоплачиваемые семейные работники.*

Основная работа (доходное занятие) и дополнительная работа определяются для всех лиц, относящихся к категории занятых и имеющих более одной работы (занятия).

*Основной является* та работа, где находится трудовая книжка, или та, которую лицо само считает основной.

*Дополнительной работой* – может быть совместительство любого рода, другая работа по контракту или случайная (разовая) работа.

*Неполная видимая занятость* определяется количеством лиц наемного труда, вынужденных работать (по инициативе администрации, работодателя и т. д.) меньше установленной законом нормальной продолжительности рабочего времени в рассматриваемый период. Это лица, вынуждено работающие с «неполной рабочей неделей или с неполным рабочим днем».

**Коэффициент нагрузки на одного занятого в экономике** – это число незанятых в экономике, приходящееся на одного занятого:

$$K_{нагр} = \frac{S - S_{зан}}{S_{зан}} \cdot 100. \quad (8.23)$$

## ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

В задачи статистики населения входит изучение его численности, состава, естественного и миграционного движения.

Население – это совокупность лиц, проживающих на определенной территории. При определении численности населения статистика использует ряд показателей: постоянное население (ПН), наличное население (НН), временно проживающие (ВП), временно отсутствующие (ВО). Между этими показателями имеется следующее соотношение:

$$\text{ПН} = \text{НН} + \text{ВО} - \text{ВП} \quad \text{и} \quad \text{НН} = \text{ПН} - \text{ВО} + \text{ВП}.$$

Для изучения состава населения используются группировки по различным признакам.

Для различных социально-экономических расчетов возникает необходимость исчисления средней численности населения ( $\bar{S}$ ).

Численность населения меняется в результате различных демографических событий: рождения, смерти, миграции населения. Показатели естественного движения и миграции населения являются важнейшими характеристиками движения населения страны.

Основными показателями, характеризующими естественное движение населения, являются показатели рождаемости, смертности, естественного прироста, показатели брачности и разводимости. Статистика в первую очередь определяет их абсолютные величины: число родившихся ( $N$ ), число умерших ( $M$ ), естественный прирост населения ( $\Delta S_{ест} = N - M$ ), число браков и разводов.

Основными показателями миграции населения являются показатели прибытия или выбытия населения, изменение численности населения за счет миграции. Определяется число прибывших ( $\Pi$ ) и выбывших ( $B$ ). Миграционный прирост ( $M_r$ ) представляет собой разницу между ними:  $\Delta M_r = \Pi - B$ . Этот показатель называется также сальдо миграции.

На основе абсолютных данных о естественном и миграционном приросте населения можно рассчитать величину общего прироста населения ( $\Delta S$ ):

$$\Delta S = \Delta S_{ест} + \Delta M_{\Gamma} = N - M + \Pi - B.$$

Абсолютные показатели естественного движения и миграции населения не могут характеризовать уровни рождаемости, смертности, миграционного прироста, так как зависят от общей численности населения. Поэтому для характеристики естественного движения и миграции населения показатели рассчитываются по отношению к 1000 человек населения, то есть выражаются в виде относительных величин (промилле, ‰). В статистике населения показатели могут измеряться также в расчете на 10000 и на 100000 человек населения.

### ПРИМЕР 1

Приведем расчет показателей, характеризующих естественное движение и миграцию населения.

Имеются следующие данные по населенному пункту за год:

|                                                                                   |        |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------|
| численность населения на начало года, тыс. чел. ( $S_t$ )                         | 241,4; |
| число родившихся, чел. ( $N$ )                                                    | 3380;  |
| число умерших, чел. ( $M$ )                                                       | 2680;  |
| прибыло на постоянное жительство, чел. ( $\Pi$ )                                  | 1800;  |
| убыло в другие населенные пункты, чел. ( $B$ )                                    | 600;   |
| доля женщин в возрасте 15–49 лет в общей численности населения, % ( $d_{15-49}$ ) | 28.    |

На основе приведенных данных могут быть рассчитаны следующие показатели.

1. Численность населения города на конец года ( $S_{t+1}$ ):

$$S_{t+1} = S_t + (N - M) + (\Pi - B) = 241,4 + (3,380 - 2,680) + (1,80 - 0,6) = 243,3 \text{ (тыс. чел.)}.$$

2. Средняя численность населения ( $\bar{S}$ ) за год:

$$\bar{S} = (S_t + S_{t+1})/2 = (241,4 + 243,3) / 2 = 242,35 \text{ (тыс. чел.)}.$$

3. Общий коэффициент рождаемости ( $K_{рожд}$ ):

$$K_{рожд} = \frac{N}{S} \cdot 1000 = \frac{3,380}{242,35} \cdot 1000 = 13,95 \text{ ‰}.$$

4. Общий коэффициент смертности ( $K_{см}$ ):

$$K_{см} = \frac{M}{S} \cdot 1000 = \frac{2,680}{242,35} \cdot 1000 = 11,06 \text{ ‰}.$$

5. Коэффициент естественного прироста ( $K_{ест}$ ):

$$K_{ест} = K_{рожд} - K_{см} = 13,95 \text{ ‰} - 11,06 \text{ ‰} = 2,89 \text{ ‰}.$$

$$K_{ест} = \frac{\Delta S_{ест}}{S} \cdot 1000 = \frac{N - M}{S} = \frac{3,380 - 2,68}{242,35} \cdot 1000 = 2,89 \text{ ‰}.$$

6. Общий коэффициент интенсивности миграции населения (‰):

$$K_{\text{общ.миг.}} = \frac{П - В}{\bar{S}} \cdot 1000 ,$$

где П – число прибывших;

В – число выбывших;

$\bar{S}$  – среднегодовая численность населения.

7. Коэффициент общего прироста ( $K_{\text{общ}}$ ) населения за год:

$$K_{\text{общ}} = \frac{\Delta S}{\bar{S}} \cdot 1000 = \frac{1,9}{242,35} \cdot 1000 = 7,84 \text{ ‰} ,$$

$$K_{\text{общ}} = K_{\text{ест}} + K_{\text{миг}} = 2,89 \text{ ‰} + 4,95 \text{ ‰} = 7,84 \text{ ‰} .$$

8. Коэффициент интенсивности миграционного оборота ( $K_{\text{моб}}$ ) и коэффициент эффективности миграции ( $K_{\text{мэф}}$ ),

$$K_{\text{моб}} = \frac{П + В}{\bar{S}} \cdot 1000 = \frac{1,8 + 0,6}{242,35} \cdot 1000 = 9,9 \text{ ‰} ,$$

$$K_{\text{мэф}} = \frac{\Delta M_{\Gamma}}{Q} \cdot 100 = \frac{1,8 - 0,6}{1,8 + 0,6} \cdot 100 = 50 \text{ ‰} ,$$

где Q – объем миграции:  $Q = П + В$ .

9. Коэффициент жизненности В. Н. Покровского:

$$K_{\text{жизн}} = \frac{N}{M} = \frac{3,38 \text{ тыс. чел.}}{2,68 \text{ тыс. чел.}} = 1,26 \text{ ‰} ,$$

$$K_{\text{жизн}} = \frac{K_{\text{рожд}}}{K_{\text{см}}} = \frac{13,95 \text{ ‰}}{11,06 \text{ ‰}} = 1,26 \text{ ‰} .$$

10. Специальный коэффициент рождаемости ( $F$ ):

$$F_{\text{жен15-49}} = \frac{N}{S_{\text{жен15-49}}} \cdot 1000 = \frac{3,38}{242,35 \cdot 0,28} \cdot 1000 = 49,8 ,$$

$$F = \frac{K_{\text{рожд}}}{d_{\text{жен15-49}}} = \frac{13,95 \text{ ‰}}{0,28} = 49,8 \text{ ‰} .$$

Для всесторонней характеристики естественного движения населения рассчитываются частные (возрастные) коэффициенты рождаемости и смертности. Особое значение для ана-

лиза процессов воспроизводства населения представляет коэффициент младенческой смертности ( $K_{мл.см}$ ), характеризующий уровень смертности детей в возрасте до одного года.

Суммарный коэффициент рождаемости рассчитывается как отношение суммы возрастных коэффициентов рождаемости по одногодичным возрастным группам к 1000. Данный показатель характеризует процесс воспроизводства населения.

Для изучения движения населения и для перспективных вычислений рассчитывают и анализируют таблицы смертности и средней продолжительности жизни. Таблица смертности есть система связанных друг с другом показателей, зависящих от уровня смертности, отнесенных к различным возрастам. Обычно отправным показателем для всех остальных показателей таблицы смертности является вероятность смерти в течение года для лиц, достигших возраста  $x$  лет. Таблица смертности строится как бы для одного поколения (родившихся в одном году). Численность поколения условно считается равной 10000 или 100000 человек.

Ниже приводится макет таблицы смертности (табл. 8.1).

Таблица 8.1

| Возраст, лет | Число доживших до возраста $x$ , лет | Вероятность дожить до следующего возраста | Вероятность смерти в течение года | Число живущих в возрастах $x$ | Предстоящее число чел.-лет жизни | Средняя продолжительность предстоящей жизни | Коэффициент дожития |
|--------------|--------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------------|---------------------|
| $x$          | $l_x$                                | $p_x$                                     | $q_x$                             | $L_x$                         | $T_x$                            | $e_0^x$                                     | $P_x$               |

## ПРИМЕР 2

Имеются следующие данные о возрастных коэффициентах смертности:

$$K_{см0} = 28 \text{ ‰}, K_{см1} = 5 \text{ ‰}, K_{см2} = 3 \text{ ‰} \text{ и т. д.}$$

Условное поколение принимаем в 10 000 человек. Предстоящее число человеко-лет жизни для данного поколения – 660 000.

1. На основе возрастных коэффициентов смертности можно определить:

$$q_0 = 0,028; q_1 = 0,005, q_2 = 0,003. \text{ Затем определим } p_0 = 1 - q_0 = 0,972;$$

$$p_1 = 1 - q_1 = 0,995; p_2 = 1 - q_2 = 0,997.$$

2. Определив вероятность дожития до возраста  $x$  ( $p_x$ ), рассчитаем число доживающих до возраста  $x$  ( $l_x$ ): = 10000 (по условию):

$$l_1 = l_0 \cdot p_0 = 10000 \cdot 0,972 = 9720,$$

$$l_2 = l_1 \cdot p_1 = 9720 \cdot 0,995 = 9671,$$

$$l_3 = l_2 \cdot p_2 = 9671 \cdot 0,997 = 9642 \text{ и т. д.}$$

3. Число живущих в возрасте  $x$  лет ( $L_x$ ) представляет собой среднюю величину из числа доживающих до возраста  $x$  и до возраста  $x+1$ , следовательно:

$$L_0 = \frac{l_0 + l_1}{2} = \frac{10000 + 9720}{2} = 9860,$$

$$L_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} = \frac{9720 + 9671}{2} = 9695,5,$$

$$L_2 = \frac{l_2 + l_3}{2} = \frac{9671 + 9642}{2} = 9656,5 \text{ и т. д.}$$

4. Определим число предстоящих человеко-лет жизни для разных возрастов.

$T_0 = 660000$  по условию, следовательно:

$$T_1 = \sum L_{0-w} = T_0 - L_0 = 660000 - 9860 = 650140,$$

$$T_2 = \sum L_{1-w} = T_1 - L_1 = 650140 - 9695,5 = 640444,5,$$

$$T_3 = \sum L_{2-w} = T_2 - L_2 = 640444,5 - 9656,5 = 630788 \text{ и т. д.}$$

5. Средняя продолжительность предстоящей жизни населения определяется как  $\frac{T_x}{l_x}$ .

Следовательно:

$$e_0^0 = \frac{T_0}{l_0} = \frac{660000}{10000} = 66 \text{ лет}; e_0^1 = \frac{T_1}{l_1} = \frac{650140}{9720} = 66,9 \text{ года};$$

$$e_0^2 = \frac{T_2}{l_2} = \frac{640444,5}{9671} = 66,2 \text{ года}; e_0^3 = \frac{T_3}{l_3} = \frac{630788}{9642} = 65,4 \text{ года и т. д.}$$

Полученные данные можно представить в виде следующей таблицы смертности (табл. 8.2).

Таблица 8.2

| $x$ | $l_x$  | $p_x$ | $q_x$ | $L_x$   | $T_x$    | $e_0^x$ | $P_x$  |
|-----|--------|-------|-------|---------|----------|---------|--------|
| 0   | 10 000 | 0,972 | 0,028 | 9 860   | 660 000  | 66      | 0,9833 |
| 1   | 9 720  | 0,995 | 0,005 | 9695,5  | 650140   | 66,9    | 0,9960 |
| 2   | 9 671  | 0,997 | 0,003 | 9656,5  | 640444,5 | 66,2    | —      |
| 3   | 9 642  | —     | —     | —       | 630 788  | —       | —      |
| —   | —      | —     | —     | —       | —        | —       | —      |
| —   | —      | —     | —     | —       | —        | —       | —      |
| 100 |        |       |       | 660 000 |          |         |        |

Перспективную численность населения по отдельным возрастно-половым группам можно вычислять, используя показатели таблиц смертности (коэффициент передвижки,  $P_x$ ).

### ПРИМЕР 3

Имеются данные о возрастно-половом составе населения региона по материалам переписи 1999 и 2009 гг.:

Таблица 8.3

| Возрастные группы | Население региона |         |                  |         |
|-------------------|-------------------|---------|------------------|---------|
|                   | на 17.01.1999 г.  |         | на 12.01.2009 г. |         |
|                   | мужчины           | женщины | мужчины          | женщины |
| 0–9               | 25,1              | 19,8    | 20,0             | 18,0    |
| 10–19             | 17,1              | 13,7    | 16,5             | 16,0    |
| 20–29             | 18,1              | 13,5    | 16,4             | 17,0    |
| 30–39             | 13,9              | 15,2    | 14,9             | 15,0    |
| 40–49             | 9,2               | 12,2    | 12,2             | 12,4    |

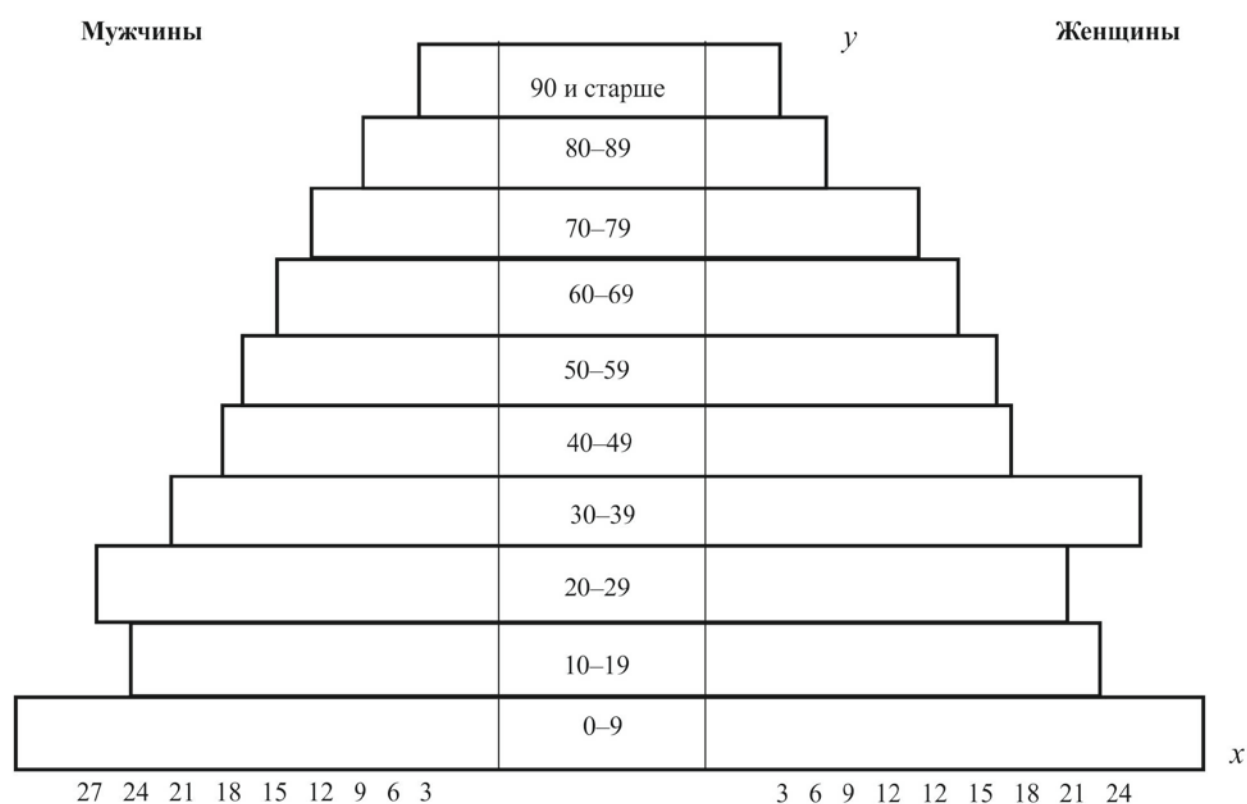
|               |       |       |       |       |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
| 50–59         | 7,4   | 10,6  | 9,4   | 10,0  |
| 60–69         | 6,5   | 10,3  | 7,7   | 8,0   |
| 70–79         | 2,1   | 3,6   | 2,2   | 2,6   |
| 80–89         | 0,5   | 1,0   | 0,6   | 0,9   |
| 90 и старше   | 0,1   | 0,1   | 0,1   | 0,1   |
| <b>Итого:</b> | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |

Постройте возрастные пирамиды, определите тип возрастной структуры населения, коэффициенты старости и долголетия за 1999 и 2009 гг.

Проведите сравнительный анализ изменений в возрастной структуре населения за 1999–2009 гг.

**РЕШЕНИЕ:**

Построим возрастную пирамиду населения региона на 17.01.1999 г. Масштаб: по оси  $x$  – в 1 см 3 %, по оси  $y$  – в 1 см десятилетняя возрастная группа



**Рис. 1.** Возрастная пирамида населения региона

В возрастных группах 0–29 лет удельный вес численности мужского населения превышает соответствующие показатели по женскому населению. В старших возрастных группах удельный вес доживающих до 60 лет у женского населения больше.

Построенная возрастная пирамида характерна для стационарного типа населения в возрастах 10–19 лет и старше; она имеет широкое основание в связи с высоким удельным весом младшей возрастной группы, от 0 до 9 лет.

Можно считать, что в 1999 г. регион находился в периоде смены типа возрастной структуры от прогрессивного к стационарному.

Для подтверждения этого вывода укрупним возрастные группы, сравним полученные структуры со шкалой Зунберга (расчетная таблица).

## Типы возрастной структуры по Зунбергу, в %

| Возрастная группа, лет | Возрастная структура |              |              |
|------------------------|----------------------|--------------|--------------|
|                        | прогрессивная        | стационарная | регрессивная |
| 0–14                   | 40                   | 27           | 20           |
| 15–49                  | 50                   | 30           | 50           |
| 50 и старше            | 10                   | 23           | 30           |
| <b>Итого:</b>          | 100                  | 100          | 100          |

Для того чтобы выйти на возрастные группы, предложенные Зунбергом, проведем вторичную группировку для группы 10–19 лет. На каждую однолетнюю группу интервала приходится 1,71 %, следовательно, группе 10–14 лет будет принадлежать 8,55, или 8,6 %, для группы 15–19 лет остается 8,5 %. Отсюда удельный вес группы мальчиков от 0 до 14 лет составит 33,7 % (8,6 + 25,1). Для девочек он составит 26,6 % (6,8 + 19,8), для возраста 15–19 лет – 6,9 %.

В целом для мужчин и женщин возрастная структура в 1999 г. имела следующий вид, %:

| Возрастная группа, лет | Мужчин | Женщин |
|------------------------|--------|--------|
| 0–14                   | 33,7   | 26,6   |
| 15–49                  | 49,7   | 47,8   |
| 50 и старше            | 16,6   | 25,6   |
| <b>Итого:</b>          | 100    | 100    |

Женское население региона имеет стационарную структуру, мужское – пока прогрессивную, однако удельный вес населения от 0 до 14 лет не 40, а 33,7 %; удельный вес пожилых не 10, а 16,6 %, это дает основание сделать вывод, что мужское население вступило в переходный период от прогрессивного к стационарному типу возрастной структуры.

Коэффициент старости ( $K_s$ ) составил в 1999 г. у мужчин 9,2 % (6,5 + 2,1 + 0,5 + 0,1), у женщин – 15 %.

Для оценки уровня старения населения польский демограф Э. Россет предложил следующую шкалу:

| Доля лиц в возрасте 60 лет и старше в общей численности населения, % | Характеристика            |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| Менее 8                                                              | Демографическая молодость |
| 8–10                                                                 | Преддверие старости       |
| 10–12                                                                | Собственно старение       |
| 12 и более                                                           | Демографическая старость  |

В соответствии с этой шкалой мы имеем демографически старое женское население и находящееся в преддверии старости мужское население.

Коэффициент долголетия рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{долголетия}} = \frac{S_{80+}}{S_{60+}} \cdot 100.$$

$K_{\text{долголетия}}$  для мужчин в 1999 г. составил:

$$\frac{0,5 + 0,1}{6,5 + 2,1 + 0,5 + 0,1} \cdot 100 = 6,5 \, \%.$$

#### ПРИМЕР 4

На основе следующих данных найдите недостающие показатели таблиц смертности городского населения области М за 2008–2009 гг.

Таблица 8.4

| X возраст | Мужчины |         |        |       | Женщины |         |        |       |
|-----------|---------|---------|--------|-------|---------|---------|--------|-------|
|           | $l_x$   | $q_x$   | $L_x$  | $e_x$ | $l_x$   | $q_x$   | $L_x$  | $e_x$ |
| 16        | 93251   | 0,00152 |        | 51,04 | 94607   |         | 94569  |       |
| 17        |         | 0,00167 |        |       |         | 0,00091 | 94 437 | 58,42 |
| 18        | 92954   |         | 92869  | 49,20 | 94444   | 0,00102 |        | 57,48 |
| 19        |         | 0,00203 | 92 690 | 48,29 |         | 0,00112 | 94 295 |       |
| 20        | 92 596  | 0,00230 |        | 47,39 | 94 242  |         | 94186  | 55,60 |
| 21        |         | 0,00261 | 92 262 | 46,50 | 94 130  |         | 94 071 |       |
| 22        | 92 142  | 0,00291 |        |       |         | 0,00131 |        | 53,73 |

При расчетах учтите, что  $T_{23}$  для мужчин – 4 111 362, для женщин – 4 957 339. Для возрастных групп мужчин и женщин от 16 до 21 года определите коэффициенты дожития.

#### РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим решение задачи на примере исчисления недостающих показателей таблиц дожития для мужчин (расчетная таблица).

Фрагмент таблицы смертности (дожития) для мужского населения городских поселений области М за 2008–2009 гг.

| X  | $l_x$  | $d_x$ | $q_x$   | $p_x$   | $L_x$  | $T_x$     | $e_x$ |
|----|--------|-------|---------|---------|--------|-----------|-------|
| 16 | 93 251 | 142   | 0,00152 | 0,99848 | 93 180 | 4 759 897 | 51,04 |
| 17 | 93 109 | 155   | 0,00167 | 0,99833 | 93 036 | 4 666 717 | 50,12 |
| 18 | 92 954 | 170   | 0,00183 | 0,99817 | 92 869 | 4 573 681 | 49,20 |
| 19 | 92 784 | 188   | 0,00203 | 0,99797 | 92 690 | 4 480 812 | 48,29 |
| 20 | 92 596 | 213   | 0,00230 | 0,99770 | 92 490 | 4 388 122 | 47,39 |
| 21 | 92 383 | 241   | 0,00261 | 0,99739 | 92 262 | 4 295 632 | 46,50 |
| 22 | 92 142 | 268   | 0,00291 | 0,99709 | 92 008 | 4 203 370 | 45,62 |
| 23 | 91874  |       |         |         |        | 4 111362  | 44,75 |

$$P_x = 1 - q_x, \text{ например, } p_{16} = 1 - 0,00152 = 0,99848;$$

$$d_x = q_x \cdot l_x, \text{ например, } d_{16} = 0,00152 \cdot 93251 = 142;$$

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} \text{ откуда, } l_{x+1} = 2L_x - l_x, \text{ например,}$$

$$L_{18} = 2 \cdot 92869 - 92954 = 92784;$$

$$d_{19} = 0,00203 \cdot 92784 = 188;$$

$$l_{20} = 92 784 - 188 = 92 596.$$

Рассчитаем  $L_x$ :

$$L_{16} = \frac{93251 + 93109}{2} = 93180; \quad L_{17} = \frac{93109 + 92954}{2} = 93036;$$

$$L_{18} = \frac{92954 + 92784}{2} = 92869; \quad L_{19} = \frac{92784 + 92596}{2} = 92690;$$

$$L_{20} = \frac{92596 + 92383}{2} = 92490; \quad L_{21} = \frac{92383 + 92142}{2} = 92262;$$

$$L_{22} = \frac{92142 + 91874}{2} = 92008.$$

Рассчитаем  $T_x$ :

$$\begin{aligned} T_{22} &= 4\,111\,362 + 92\,008 = 4\,203\,370; \\ T_{21} &= 4\,203\,370 + 92\,262 = 4\,295\,632; \\ T_{20} &= 4\,295\,632 + 92\,490 = 4\,388\,122; \\ T_{19} &= 4\,388\,122 + 92\,690 = 4\,480\,812; \\ T_{18} &= 4\,480\,812 + 92\,869 = 4\,573\,681; \\ T_{17} &= 4\,573\,681 + 93\,036 = 4\,666\,717; \\ T_{16} &= 4\,666\,717 + 92\,008 = 4\,759\,897. \end{aligned}$$

Напоминаем, что  $L_x$  – среднее число живущих в интервале от  $x$  до  $x + 1$  года;  $T_x$  – число человеко-лет, которые предстоит прожить населению, достигшему  $x$  лет, начиная с этого возраста и кончая предельным;  $x$  – возраст;  $l_x$  – число доживших до возраста  $x$  лет из каждых 100 000 родившихся  $x$  лет назад;  $d_x$  – число умерших в возрасте  $x$  лет;  $q_x$  – вероятность умереть в возрасте  $x$  лет;  $p_x$  – вероятность дожить до возраста  $x + 1$  год всем тем, кто достиг возраста  $x$  лет;  $e_x$  – средняя предстоящая продолжительность жизни населения, достигшего  $x$

лет; коэффициент дожития –  $P_x = \frac{L_{x+1}}{L_x}$ .

Рассчитаем  $e_x$ :

$$\begin{aligned} e_{16} &= \frac{4759897}{93251} = 51,04; & e_{20} &= \frac{4388122}{92596} = 47,39; \\ e_{17} &= \frac{4666717}{93109} = 50,12; & e_{21} &= \frac{4295632}{92383} = 46,50; \\ e_{18} &= \frac{4573681}{92954} = 49,20; & e_{22} &= \frac{4203370}{92142} = 45,62; \\ e_{19} &= \frac{4480812}{92784} = 48,29; & e_{23} &= \frac{4111362}{91874} = 44,75. \end{aligned}$$

Рассчитаем  $p_x$ :

$$\begin{aligned} p_{16} &= 93036 : 93180 = 0,99845; & p_{19} &= 92490 : 92690 = 0,99784; \\ p_{17} &= 92869 : 93036 = 0,99820; & p_{20} &= 92262 : 92490 = 0,99754; \\ p_{18} &= 92690 : 92869 = 0,99807; & p_{21} &= 92008 : 92262 = 0,99725. \end{aligned}$$

В нашем примере на каждые 100 000 родившихся мальчиков до 16 лет доживало 93 251, до 20 лет – 92 596, до 22 лет – 92 142. Таким образом, к возрасту получения образования, специальности, создания семьи из каждых 100 000 не доживало 7858 мужчин.

В 16 лет мужчины имели вероятность прожить еще 51,04 года, то есть их средняя продолжительность жизни была бы 67 лет, в 22 года – 77,62 года (22,00 + 45,62).

Число умерших в возрасте 16 лет составило 142 чел., в 22 – 268 чел., то есть выросло в 1,9 раза. Из года в год растет вероятность умереть. К 22-м годам она достигла 0,00291, то есть из каждых 100 000 чел., достигших возраста 22-х лет, имели вероятность не достигнуть 23-х лет – 291 чел.

### ПРИМЕР 5

На основе следующих данных определите численность женщин, вступающих в рабочий возраст и выходящих из него, в районах А и В в 2006–2010 гг.

Таблица 8.5

| X<br>возраст | Район                           |                                |                                 |                                |
|--------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
|              | район А                         |                                | район В                         |                                |
|              | среднее число живущих ( $L_0$ ) | численность женщин на 01.01.06 | среднее число живущих ( $L_0$ ) | численность женщин на 01.01.06 |
| 12           | 96 612                          | 18 920                         | 96 711                          | 19 132                         |
| 13           | 96 584                          | 19 230                         | 96 574                          | 19 275                         |
| 14           | 96 498                          | 19 780                         | 96 508                          | 19 797                         |
| 15           | 96 399                          | 19 510                         | 96 402                          | 19 901                         |
| 16           | 96 340                          | 19 530                         | 96 343                          | 20 236                         |
| ...          | ...                             | ...                            | ...                             | ...                            |
| 51           | 88 948                          | 23 930                         | 88 954                          | 18 944                         |
| 52           | 88 562                          | 23 083                         | 88 583                          | 19 011                         |
| 53           | 87 984                          | 22 074                         | 87 992                          | 19 315                         |
| 54           | 87 412                          | 21 592                         | 87 422                          | 19 427                         |
| 55           | 86 872                          | 20 384                         | 86 913                          | 19 850                         |

Сравните полученные данные по годам и на конец изучаемого периода по районам.

### РЕШЕНИЕ:

Расчет проведем методом возрастных передвижек на примере женского населения района А. Для этого рассчитаем значения коэффициента дожития по формуле:

$$P_x = \frac{L_{x+1}}{L_x},$$

$$P_{12} = 96\,584 : 96\,612 = 0,99971; \quad P_{51} = 88\,562 : 88\,948 = 0,99566;$$

$$P_{13} = 96\,498 : 96\,584 = 0,99911; \quad P_{52} = 87\,984 : 88\,562 = 0,99347;$$

$$P_{14} = 96\,399 : 96\,498 = 0,99897; \quad P_{53} = 87\,412 : 87\,984 = 0,99350;$$

$$P_{15} = 96\,340 : 96\,399 = 0,99399; \quad P_{54} = 86\,872 : 87\,412 = 0,99382.$$

После того, как получен коэффициент дожития для каждого возраста, проведем возрастные передвижки по формуле:

$$S_{x+1} = S_x \cdot P_x \text{ (расчетная таблица).}$$

Расчетная таблица

### Ожидаемая численность женщин в возрасте 16 и 55 лет в 2006–2010 гг. в районе А

| X возраст | $P_x$   | Численность на 01.01.06 | Ожидаемая численность на начало года |         |         |         |
|-----------|---------|-------------------------|--------------------------------------|---------|---------|---------|
|           |         |                         | 2007 г.                              | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
| 12        | 0,99971 | 18 920                  |                                      |         |         |         |
| 13        | 0,99911 | 19 230                  | 18 914                               |         |         |         |

| X возраст                                          | $P_x$   | Численность<br>на 01.01.06 | Ожидаемая численность на начало года |         |         |         |
|----------------------------------------------------|---------|----------------------------|--------------------------------------|---------|---------|---------|
|                                                    |         |                            | 2007 г.                              | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
| 14                                                 | 0,99897 | 19 780                     | 19 213                               | 18 897  |         |         |
| 15                                                 | 0,99339 | 19 510                     | 19760                                | 19193   | 18 878  |         |
| 16                                                 | -       | 19530                      | 19381                                | 19629   | 19 066  | 18 753  |
| ...                                                | ...     | ...                        | ...                                  | ...     | ...     | ...     |
| 51                                                 | 0,99566 | 23 930                     |                                      |         |         |         |
| 52                                                 | 0,99347 | 23 083                     | 23 826                               |         |         |         |
| 53                                                 | 0,99350 | 22 074                     | 22 932                               | 23 670  |         |         |
| 54                                                 | 0,99382 | 21592                      | 21931                                | 22783   | 23516   |         |
| 55                                                 | -       | 20 384                     | 21459                                | 21795   | 22 745  | 23 372  |
| <i>Разница в численности населения в возрастах</i> |         |                            |                                      |         |         |         |
| 16 и 55 лет                                        |         | -854                       | -2078                                | -2166   | -3679   | -4619   |

Число женщин в районе А, вступающих в рабочий возраст, к 2010 г. по сравнению с 2006 г. сократится на 777 чел. Число женщин, выходящих из рабочего возраста, к 2010 г. возрастет по сравнению с 2006 г. на 2988 чел. Число женщин, выходящих из рабочего возраста, превысит число вступающих в него в 2007 г. на 2078 чел., в 2008-м – на 2166, в 2009 г. – на 3679, в 2010 г. – на 4619 чел.

### ПРИМЕР 6

Имеются следующие данные о возрастных показателях смертности мужчин и женщин региона на конец 2009 г. (табл. 8.6).

Рассчитайте стандартизованные коэффициенты смертности мужчин и женщин региона, сравните полученные показатели.

### РЕШЕНИЕ:

Общий коэффициент смертности мужчин выше этого показателя у женщин на  $23,8\% \left( \frac{16,1}{13,0} \cdot 100 \right)$ , или на 3,1 %-го пункта (16,1–13,0).

Таблица 8.6

| Возрастная группа | Число умерших на 1000 человек соответствующей группы, ‰ |        | Стандарт возрастной структуры населения, % |
|-------------------|---------------------------------------------------------|--------|--------------------------------------------|
|                   | мужчин                                                  | женщин |                                            |
| Все население     | 16,1                                                    | 13,0   | 100                                        |
| 0–4               | 4,6                                                     | 3,4    | 6,0                                        |
| 5–9               | 0,6                                                     | 0,5    | 8,2                                        |
| 10–14             | 0,8                                                     | 0,4    | 7,7                                        |
| 15–19             | 2,0                                                     | 0,9    | 7,2                                        |
| 20–24             | 3,8                                                     | 1,0    | 6,7                                        |
| 25–29             | 5,1                                                     | 1,2    | 6,5                                        |
| 30–34             | 7,1                                                     | 1,7    | 8,4                                        |
| 35–39             | 9,2                                                     | 2,3    | 8,6                                        |
| 40–44             | 13,3                                                    | 3,7    | 7,8                                        |
| 45–49             | 17,8                                                    | 5,4    | 5,0                                        |
| 50–54             | 25,3                                                    | 7,9    | 5,3                                        |
| 55–59             | 31,3                                                    | 10,9   | 6,0                                        |
| 60–64             | 45,3                                                    | 16,7   | 5,2                                        |
| 65–69             | 59,4                                                    | 25,6   | 4,9                                        |
| 70 и старше       | 118,8                                                   | 87,8   | 6,5                                        |

Известно, что возрастная структура мужчин значительно отличается от возрастной структуры женщин преобладанием численности в младших возрастах и резким сокращением

ее в старших возрастах. На каждые 100 девочек рождается 105–106 мальчиков, поэтому в возрастных группах до 20 лет преобладают мальчики.

Для установления действительного положения вещей рассчитаем стандартизованные коэффициенты смертности для мужского населения. Расчет их проводится на основе использования агрегатной формы общих индексов:

$$I_{m_X} = \frac{\sum m_i^x T_x}{\sum m_j^x T_x},$$

где  $m_i^x$  – уровень возрастной смертности в группе  $i$ ;

$m_j^x$  – уровень возрастной смертности в группе  $j$ ;

$T_x$  – стандарт возрастной группы.

За стандарт обычно принимается возрастная структура населения, в которую входят обе сравниваемые группы населения.

Проведем расчет стандартизованного коэффициента смертности мужского населения России за 2009 г.

| Возрастная группа | Стандартизованный коэффициент |
|-------------------|-------------------------------|
| 0–4               | $4,5 \cdot 6,0/100 = 0,27$    |
| 5–9               | $0,7 \cdot 8,2/100 = 0,06$    |
| 10–14             | $0,7 \cdot 7,7/100 = 0,05$    |
| 15–19             | $2,1 \cdot 7,2/100 = 0,15$    |
| 20–24             | $3,8 \cdot 6,7/100 = 0,25$    |
| 25–29             | $5,1 \cdot 6,5/100 = 0,33$    |
| 30–34             | $7,0 \cdot 8,4/100 = 0,59$    |
| 35–39             | $9,3 \cdot 8,6/100 = 0,80$    |
| 40–44             | $13,3 \cdot 7,8 /100 = 1,04$  |
| 45–49             | $17,8 \cdot 5,0/100 = 0,89$   |
| 50–54             | $25,3 \cdot 5,3 /100 = 1,34$  |
| 55–59             | $31,3 \cdot 6,0/100 = 1,88$   |
| 60–64             | $45,3 \cdot 5,2/100 = 2,36$   |
| 65–69             | $59,4 \cdot 4,9/100 = 2,91$   |
| 70 и старше       | $118,8 \cdot 6,5/100 = 7,72$  |
| <b>Итого:</b>     | <b>20,64</b>                  |

Следовательно, при возрастной структуре всего населения страны у мужчин коэффициент смертности составил бы 20,64 ‰.

### ПРИМЕР 7

За отчетный период по области исчислены следующие показатели:

коэффициент брачной плодовитости – 132,0 ‰;

коэффициент внебрачной плодовитости – 28,0 ‰;

доля женщин, состоящих в браке, – 0,57.

Определите коэффициент общей плодовитости для населения области за отчетный период.

### РЕШЕНИЕ:

1. Доля женщин в возрасте 15–49 лет, не состоящих в браке, –  $1,0 - 0,57 = 0,43$ .

2. Общий коэффициент плодовитости или специальный коэффициент рождаемости:

$$\frac{132,0 \cdot 0,57 + 28,0 \cdot 0,43}{0,57 + 0,43} = 75,2 + 12,0 = 87,3 \text{ ‰}$$

### ПРИМЕР 8

Рассчитайте индекс занятости, оцените степень влияния факторов, составляющих индексную модель.

Имеются следующие данные за два периода (см. табл. 8.7).

Таблица 8.7

| Показатели                                                                  | Базисный период | Отчетный период |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|
| 1. Коэффициент занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста | 95,0            | 95,5            |
| 2. Доля трудоспособного населения трудоспособного возраста                  | 59,0            | 61,0            |
| 3. Доля населения трудоспособного возраста                                  | 97,0            | 98,0            |
| 4. Доля трудовых ресурсов                                                   | 60,0            | 61,0            |

РЕШЕНИЕ:

$$I_{Kзан}^{THT\theta} = \frac{{}^1K_{зан}^{THT\theta} \cdot {}^1d^{THT\theta} \cdot {}^1d^{HT\theta} \cdot {}^1d^{TP\theta}}{{}^0K_{зан}^{THT\theta} \cdot {}^0d^{THT\theta} \cdot {}^0d^{HT\theta} \cdot {}^0d^{TP\theta}} = I_{Kзан}^{THT\theta} \cdot I_d^{THT\theta} \cdot I_d^{HT\theta} \cdot I_d^{TP\theta},$$

где  $I_{Kзан}^{THT\theta}$  – индекс коэффициента занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста;  $I_d^{THT\theta}$  – индекс доли трудоспособного населения трудоспособного возраста;  $I_d^{HT\theta}$  – индекс доли населения трудоспособного возраста;  $I_d^{TP\theta}$  – индекс доли трудовых ресурсов; 1 – отчетный период; 0 – базисный период.

$$I_{Kзан} = \frac{95,5 \cdot 61,0 \cdot 98,0 \cdot 61,0}{95,0 \cdot 59,0 \cdot 97,0 \cdot 60,0} = 1,005 \cdot 1,034 \cdot 1,01 \cdot 1,017 = 1,067, \text{ или } 106,7 \, \%.$$

Степень влияния факторов, составляющих индексную модель, можно определить, используя следующие формулы:

а) прирост уровня занятости в результате изменения коэффициента занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{зан}(K_{зан}^{THT\theta}) = ({}^1K_{зан}^{THT\theta} - {}^0K_{зан}^{THT\theta}) \cdot {}^1d^{THT\theta} \cdot {}^1d^{HT\theta} \cdot {}^1d^{TP\theta} = (0,955 - 0,95) \cdot 0,61 \cdot 0,98 \cdot 0,61 = 0,0018;$$

б) изменение доли населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{зан}(d^{HT\theta}) = {}^0K_{зан}^{THT\theta} \cdot {}^0d^{THT\theta} \cdot ({}^1d^{HT\theta} - {}^0d^{HT\theta}) \cdot {}^1d^{TP\theta} = 0,95 \cdot 0,59 \cdot (0,98 - 0,97) \cdot 0,61 = 0,0034;$$

в) изменение доли трудоспособного населения трудоспособного возраста:

$$\Delta K_{зан}(d^{THT\epsilon}) = {}^0K_{зан}^{THT\epsilon} \cdot ({}^1d^{THT\epsilon} - {}^0d^{THT\epsilon}) \cdot {}^1d^{HT\epsilon} \cdot {}^1d^{TP} =$$

$$= 0,95 \cdot (0,61 - 6,59) \cdot 0,98 \cdot 0,61 = 0,0114;$$

г) изменение доли трудовых ресурсов:

$$\Delta K_{зан}(d^{TP\epsilon}) = {}^0K_{зан}^{THT\epsilon} \cdot {}^0d^{THT\epsilon} \cdot {}^0d^{HT\epsilon} \cdot ({}^1d^{TP\epsilon} \cdot {}^0d^{TP}) =$$

$$= 0,95 \cdot 0,59 \cdot 0,97 \cdot (0,61 - 0,60) = 0,0054.$$

### ПРИМЕР 9

Имеются следующие данные по двум регионам (тыс. чел.):

Таблица 8.8

| Показатели                                                                                                                                     | Регионы |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------|
|                                                                                                                                                | А       | Б    |
| 1. Трудоспособное население в трудоспособном возрасте                                                                                          | 2500    | 1800 |
| 2. Занятые лица старших возрастов                                                                                                              | 120     | 60   |
| 3. Занято подростков                                                                                                                           | 3       | 2    |
| 4. Всего занято в отраслях народного хозяйства                                                                                                 | 1200    | 700  |
| 5. Учащиеся в трудоспособном возрасте, обучающиеся с отрывом от производства                                                                   | 130     | 100  |
| 6. Численность зарегистрированных безработных                                                                                                  | 6       | 7    |
| 7. Служители религиозных культов                                                                                                               | 0,4     | 0,3  |
| 8. Численность трудоспособных, не занятых трудовой деятельностью граждан, проходящих профессиональное обучение по направлению службы занятости | 0,2     | 0,2  |

Определите:

- 1) численность трудовых ресурсов;
- 2) экономически активное население;
- 3) уровень официально зарегистрированной безработицы;
- 4) трудоспособное население в трудоспособном возрасте, занятое в личном подсобном и домашнем хозяйстве.

**РЕШЕНИЕ:**

Регион А:

1. Численность трудовых ресурсов =  $2500 + 120 + 3 = 2623$  (тыс. чел.).
2. Экономически активное население =  $1200 + 6 + 0,2 = 1206,2$  (тыс. чел.).
3. Уровень официально зарегистрированной безработицы =

$$= \left( \frac{6 + 0,2}{1206,2} \right) \cdot 100 = 0,51 \%$$

4. Трудоспособное население, занятое в личном, подсобном и домашнем хозяйстве =  $2500 - 1200 - 130 - 0,4 - 6 - 0,2 = 1163,4$  (тыс. чел.).

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Каковы объекты наблюдения и основные источники информации для статистики населения?
2. По каким группировкам изучается состав населения?

3. Какие определения понятия «население» используются при проведении переписи населения и при сборе текущих данных?
4. Опишите возрастно-половую пирамиду населения и постройте ее на основе данных статистических сборников.
5. Перечислите основные показатели естественного движения населения и напишите формулы их расчета. Какие специфические единицы измерения используются для расчета этих показателей?
6. Перечислите основные показатели, характеризующие миграцию населения, и напишите формулы их расчета.
7. Перечислите основные показатели, характеризующие общее изменение населения, и напишите формулы их расчета.
8. Для каких целей строится таблица смертности? Назовите основные показатели таблицы смертности и средней продолжительности жизни.
9. Как рассчитывается перспективная численность населения?
10. Имеются следующие данные о численности населения РФ за ряд лет (табл. 8.9).

Таблица 8.9

| Год  | Все население,<br>млн человек* | В том числе |          |
|------|--------------------------------|-------------|----------|
|      |                                | городское   | сельское |
| 1959 | 117,5                          | 61,6        | 55,9     |
| 1970 | 130,1                          | 81,0        | 49,1     |
| 1979 | 137,6                          | 95,4        | 42,2     |
| 1989 | 147,4                          | 108,4       | 39,0     |
| 2003 | 148,7                          | 108,9       | 39,8     |
| 2007 | 147,5                          | 107,8       | 39,7     |
| 2008 | 147,1                          | 107,5       | 39,6     |
| 2009 | 146,7                          | 107,3       | 39,4     |

**ПРИМЕЧАНИЕ:** \* – данные за 1959, 1970, 1979 и 1989 гг. приведены на критические моменты переписей населения, остальные данные – на 1 января соответствующих лет относятся к наличному населению.

*Рассчитайте:*

- 1) динамику численности всего населения; городского и сельского населения;
- 2) цепные темпы прироста;
- 3) удельный вес городского и сельского населения во всем населении.

*Проанализируйте* полученные результаты. Данные представьте в виде таблицы.

11. На критический момент переписи в населенном пункте зарегистрировано 58605 человек. Счетчики установили, что количество временно отсутствующих составило 3560 человек, а временно проживающих в этом населенном пункте – 3005 человек.

*Определите* численность постоянного населения.

12. Площадь области составляет 3800 кв. км. На ее территории расположено 890 населенных пунктов с общей численностью 1700 тыс. жителей.

*Определите* показатели близости расположения населенных пунктов и плотности населения.

13. *Определите* численность наличного населения города, если известно, что постоянное население составляет 53655 человек, временно проживающие – 2543 человека, временно отсутствующие – 3112 человек.

14. Численность населения области на 1 января 2009 г. составляла 4836 тыс. чел., на 1 апреля – 4800 тыс. чел., на 1 июля – 4905 тыс. чел., на 1 октября – 4890 тыс. чел., на 1 января 2010 г. – 4805 тыс. чел.

*Определите* среднюю численность населения за период.

15. Численность населения города составляла в 2009 г.: по состоянию на 1 января – 1238 тыс. чел.; на 1 марта – 1240 тыс. чел.; на 1 июня – 1350 тыс. чел.; на 1 ноября – 1370 тыс. чел.

*Определите среднюю численность населения города в 2009 г.*

16. Численность населения города составляла:

На 1 января – 80500 чел.; на 1 февраля – 80540 чел.; на 1 марта – 80550 чел.; на 1 апреля – 80560 чел.; на 1 июля – 80620 чел.; на 1 октября – 80680 чел.; на 1 января следующего года – 80690 чел.

*Определите среднюю численность населения города в первом квартале, в первом полугодии и за год в целом.*

17. Численность населения в городе на 01.01.2010 г. составляла 693540 человек. В течение года родилось 9650 человек, а умерло 7520 человек. Сальдо миграции за этот период равнялось нулю.

*Определите:*

- 1) численность населения на конец года;
- 2) среднегодовую численность населения;
- 3) абсолютный естественный прирост населения за год.

Рассчитайте коэффициенты естественного прироста, общей рождаемости, общей смертности и жизненности населения.

18. Имеются следующие данные (табл. 8.10) о распределении населения РФ по возрастным группам (тыс. чел.).

Проанализируйте состав населения по возрастным группам. Для этого необходимо:

- 1) рассчитать удельный вес отдельных возрастных групп во всем населении за 1959, 1989 и 2009 гг.;
- 2) определить динамику численности населения различных возрастных групп, приняв за базу сравнения 1959 г.;
- 3) определить динамику удельного веса различных возрастных групп (1959 = 100). На основе полученных результатов сделайте выводы.

*Таблица 8.10*

|                              | 1959 г. | 1989 г. | 2009 г. |
|------------------------------|---------|---------|---------|
| Все население                | 117 534 | 147 022 | 146 328 |
| В том числе в возрасте, лет: |         |         |         |
| 0–4                          | 13 353  | 12 032  | 6 633   |
| 5–9                          | 12415   | 11360   | 8985    |
| 10–14                        | 8 502   | 10 592  | 12 216  |
| 15–19                        | 8 975   | 9 968   | 11511   |
| 20–24                        | 11552   | 9755    | 10651   |
| 25–29                        | 10 591  | 12 557  | 10 055  |
| 30–34                        | 11103   | 12 863  | 9 710   |
| 35–39                        | 6423    | 11684   | 12 406  |
| 40–44                        | 6 177   | 7 663   | 12 490  |
| 45–49                        | 7 167   | 7 955   | 11 138  |
| 50–54                        | 5 965   | 9 593   | 6 997   |
| 55–59                        | 4 751   | 8 399   | 7 095   |
| 60–64                        | 3 589   | 8 360   | 8 105   |
| 65–69                        | 2664    | 4510    | 6 610   |
| 70 и более                   | 4303    | 9 646   | 11 726  |

*ПРИМЕЧАНИЕ:* данные за 1959 г. – наличное население, за 1989 и 2009 гг. – постоянное население.

19. Средняя численность населения района в 2009 г. составляла 310 тыс. чел. В течение года родилось 3,3 тыс. чел., а умерло 2,8 тыс. чел. Миграционного оборота не было.

*Определите* общие коэффициенты рождаемости и смертности, коэффициент жизненности, коэффициенты естественного и общего прироста населения.

20. Численность населения района на 1 января 2008 г. составляла 440850 чел. В течение 2008 г. родилось 2500 чел., умерло 1400 чел., прибыло на постоянное место жительства 1350 чел., выбыло 470 чел.

*Определите:*

1) коэффициенты общей рождаемости, общей смертности, естественного прироста населения;

2) сальдо миграции, объем миграции, общий коэффициент интенсивности миграции (миграционного прироста), коэффициенты интенсивности миграционного оборота и эффективности миграции;

3) общий прирост населения за период и коэффициент общего прироста населения.

21. Численность населения города на 20 января 2009 г. равнялась 950 тыс. чел. За период с 1 по 19 января включительно родилось 750 чел., умерло 630 чел., приехало на постоянное место жительства 150 чел., а выехавших не было. За весь 2009 г. родилось 10000 чел., умерло 12980 чел., приехало на постоянное место жительства 18520 тыс. чел., выехало 13010 чел.

*Рассчитайте:*

1) среднюю численность населения за 2009 г.;

2) коэффициенты рождаемости, смертности и естественного прироста (изменения) населения;

3) коэффициенты интенсивности миграции по прибытию и выбытию и общей интенсивности миграции населения (миграционного прироста);

4) коэффициент интенсивности миграционного оборота;

5) коэффициент эффективности миграции;

6) коэффициент общего прироста населения.

22. В РФ в 2008 г. родилось 1283,3 тыс. чел., коэффициент общей рождаемости составил 8,8 ‰, коэффициент смертности – 13,6 ‰. Сальдо миграции равнялось 285,2 тыс. чел.

*Определите:*

1) численность умерших в 2008 г.;

2) естественный прирост (убыль) и общий прирост (убыль) населения (в тыс. чел.);

3) коэффициент общего прироста (убыли) населения;

4) величину компенсации естественной убыли населения за счет миграции (в относительном выражении).

23. Коэффициент общей рождаемости в районе А составляет 12 ‰, а в районе Б – 4 ‰. Известно, что среднегодовая численность населения района Б в три раза больше, чем среднегодовая численность населения района А.

*Определите* коэффициент общей рождаемости по двум районам.

24. На 01.01.2000 г. численность жителей города составляла 350 тыс. чел.

*Определите* показатели естественного прироста и миграционного прироста (сальдо миграции) населения, если известно, что коэффициент естественного прироста составил 4 ‰, а коэффициент интенсивности миграции – 5 ‰.

25. На начало года имеются данные по населенному пункту: наличное население – 650 тыс. чел.; временно проживающие – 6 тыс. чел., временно отсутствующие – 4 тыс. чел. В течение года произошли следующие изменения: родилось всего 9 тыс. чел., в том числе у постоянных жителей – 8,5 тыс. чел.; умерло всего 8 тыс. чел., в том числе у постоянных жителей – 7,2 тыс. чел.; прибыло на постоянное жительство 5 тыс. чел., выехало на постоянное жительство (из числа постоянных жителей) 4,3 тыс. чел. Численность временно проживающих на конец года уменьшилась на 1,6 тыс. чел., а численность временно отсутствующих увеличилась на 1,5 тыс. чел.

*Определите:*

- 1) численность постоянного населения на начало и конец года;
- 2) численность наличного населения на конец года;
- 3) среднегодовую численность постоянного населения;
- 4) показатели естественного и миграционного движения постоянного населения.

26. Имеются следующие данные за 2009 г. по региону:

численность населения, тыс. чел.:

|                                                                    |       |
|--------------------------------------------------------------------|-------|
| на начало года                                                     | 1420; |
| на конец года                                                      | 1473; |
| коэффициент естественного прироста населения, ‰                    | 2,9;  |
| коэффициент жизненности                                            | 1,26; |
| число детей, умерших в возрасте до одного года, чел.               | 395;  |
| доля женщин в возрасте 15–49 лет в общей численности населения, %: |       |
| на начало года                                                     | 31;   |
| на конец года                                                      | 33.   |

*Охарактеризуйте* естественное и миграционное движение населения региона в 2009 г.

с помощью известных вам абсолютных и относительных показателей.

27. Имеются следующие данные по региону за 2009 г.:

численность населения, тыс. чел.:

|                                                                          |       |
|--------------------------------------------------------------------------|-------|
| на 1 января                                                              | 640;  |
| на 1 марта                                                               | 642;  |
| на 1 января 2010 г.                                                      | 645;  |
| число умерших, чел.                                                      | 7680; |
| число выбывших на постоянное жительство в другие населенные пункты, чел. | 2000; |
| коэффициент жизненности                                                  | 1,26; |
| доля женщин в общей численности населения, %                             | 57,8; |
| доля женщин в возрасте 15–49 лет в общей численности женщин, %           | 35,9. |

*Определите:*

- 1) коэффициенты рождаемости, смертности, естественного и механического прироста населения;
- 2) число родившихся;
- 3) число прибывших на постоянное жительство из других населенных пунктов;
- 4) специальный коэффициент рождаемости.

28. Имеются следующие данные переписей населения в 1979 и 1989 гг. и текущего наблюдения по РФ (табл. 8.11).

Рассчитайте специальный коэффициент рождаемости за эти годы.

*Таблица 8.11*

|                                              | 1979 г. | 1989 г. | 2007 г. | 2009 г. |
|----------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Всего женщин в возрасте 15–49 лет, тыс. чел. | 36909,3 | 36158,6 | 38 411  | 38 107  |
| Всего родившихся, тыс. чел.                  | 2177,7  | 2160,6  | 1260    | 1254    |

29. Численность населения города на начало года составляла 81 тыс. чел. За год родилось 840 чел., умерло 790 чел. Сальдо миграции составило 155 чел. Число женщин в возрасте 15–49 лет в среднем за год составило 19,5 тыс. чел.

*Определите:*

- 1) общие коэффициенты рождаемости и смертности;
- 2) специальный коэффициент рождаемости;
- 3) коэффициенты естественного, миграционного и общего (разными способами) прироста населения.

30. В 2009 г. население районного центра в среднем составляло 63 тыс. чел. В течение года родилось 480 чел., умерло 680 чел. В составе населения женщины в возрасте 15–49 лет составляли 30 %.

*Определите:*

- 1) общие коэффициенты рождаемости и смертности;
- 2) специальный коэффициент рождаемости;
- 3) коэффициент жизненности.

31. Специальный коэффициент рождаемости в городе составил 49,9 ‰, число родившихся – 5 тыс. чел., число умерших – 3 тыс. чел., доля женщин в возрасте 15–49 лет в общей численности населения составила 26 %, сальдо миграции – 4 тыс. чел.

*Определите* общие коэффициенты рождаемости, смертности, прироста населения, жизненности.

32. В РФ в 2008 г. доля женщин в возрасте 15–49 лет среди всего населения составляла 24 %. Общий коэффициент рождаемости за этот же год составил 14,3 ‰.

*Определите* специальный коэффициент рождаемости.

33. В одном из районов доля женщин в возрасте 15–49 лет в общей численности женщин составила 46,2 %, а доля женщин в общей численности населения – 53,3 %. Специальный коэффициент рождаемости равняется 33,6 ‰.

*Определите* общий коэффициент рождаемости для этого района.

34. В одном из городов РФ средняя численность женщин и число родившихся за год распределяются следующим образом по возрастным группам (табл. 8.12).

Таблица 8.12

| Возраст, лет | Число женщин, чел. | Коэффициент дожития |
|--------------|--------------------|---------------------|
| 25           | 3260               | 0,99928             |
| 26           | 4080               | 0,99925             |
| 27           | 4020               | 0,99923             |
| 28           | 4950               | 0,99918             |
| 29           | 4022               | 0,99915             |

Среднегодовая численность населения города составила 1470 тыс. чел.

*Определите:*

- 1) общий коэффициент рождаемости;
- 2) специальный коэффициент рождаемости;
- 3) возрастные специальные коэффициенты рождаемости;
- 4) суммарный коэффициент рождаемости.

35. Имеются следующие данные о численности женщин на 01.01.2008 г. в населенном пункте и коэффициенты дожития (из таблиц смертности и средней продолжительности жизни).

*Определите* ожидаемую численность женщин в возрасте 29 и 30 лет на 01.01.2010 г. без учета миграции.

36. Имеются следующие данные:

число человеко-лет предстоящей жизни от возраста пяти лет  
и до предельного возраста

6 467 145;

среднее число живущих в возрасте пяти лет

97 775;

число доживающих до пяти лет

98 805.

Заполните строку таблицы смертности для возраста пяти лет.

*Определите* среднюю продолжительность предстоящей жизни для лиц, достигших возраста шести лет.

37. Имеются следующие данные о возрастных коэффициентах рождаемости у женщин разных возрастных категорий за ряд лет (табл. 8.13).

*Определите:*

- 1) суммарные коэффициенты рождаемости для каждого года;
- 2) брутто-коэффициенты воспроизводства населения для каждого года.

*Объясните*, что означают эти коэффициенты и прокомментируйте полученные результаты.

Таблица 8.13

| Год  | Родившиеся в среднем за год на 1000 женщин в возрасте, лет |       |       |       |       |       |       |
|------|------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      | моложе 20                                                  | 20–24 | 25–29 | 30–34 | 35–39 | 40–44 | 45–49 |
| 1995 | 55,6                                                       | 156,8 | 93,2  | 48,2  | 19,4  | 4,2   | 0,2   |
| 2005 | 45,6                                                       | 113,5 | 67,2  | 29,7  | 10,7  | 2,2   | 0,1   |
| 2010 | 34,0                                                       | 99,0  | 68,0  | 33,4  | 11,5  | 2,3   | 0,1   |

38. В РФ в 2008 г. родилось 1283,3 тыс. детей, а в предыдущем году – 1259,9 тыс. детей. В течение года умерли в возрасте до одного года 21097 детей, из них 5274 ребенка рождения предыдущего года.

*Рассчитайте* коэффициент младенческой смертности.

39. В городе в 2009 г. родилось 2283 ребенка, умерло в возрасте до одного года 115 детей, из них 30 детей было рождения предыдущего года. Всего в 2009 г. родилось 2484 ребенка.

*Рассчитайте* коэффициент младенческой смертности.

40. В области в 2009 г. родилось 25600 чел., в 2008 г. – 24200 чел. В 2009 г. умерло 620 детей в возрасте до одного года, из них родилось в 2008 г. 220 детей.

*Исчислите* коэффициент младенческой смертности.

41. Имеются следующие данные о возрастных коэффициентах смертности: для детей в возрасте до одного года – 26,2 ‰ ( $K_0$ ), для детей, достигших возраста один год, – 6,5 ‰ ( $K_1$ ), для детей, достигших возраста два года, – 4,0 ‰ ( $K_2$ ), для детей, достигших возраста три года, – 2,5 ‰ ( $K_3$ ), для детей, достигших возраста четыре года, – 0,6 ‰ ( $K_4$ ). Сумма предстоящих человеко-лет жизни для совокупности родившихся (10 тыс. чел.) составляет 636600.

*Составьте таблицу* смертности для данных возрастных групп и определите среднюю ожидаемую продолжительность предстоящей жизни для возраста 0, 1, 2, 3 и 4 года.

42. Имеются следующие данные о численности лиц 18–20-летнего возраста: 18 лет – 520 тыс. чел., 19 лет – 690 тыс. чел., 20 лет – 580 тыс. чел.

*Определите* численность лиц указанных возрастов через один и два года, располагая следующими погодными коэффициентами дожития: 18 лет – 0,9992; 19 лет – 0,9981; 20 лет – 0,9975; 21 год – 0,9964.

43. Имеются следующие данные о численности и смертности населения по возрастным группам в двух районах (табл. 8.14).

Таблица 8.14

| Возрастная группа, лет | Район А                        |                                                 | Район Б                        |                                                 | Стандартизированная возрастная структура населения, % |
|------------------------|--------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|                        | численность населения, человек | коэффициент смертности по возрастным группам, ‰ | численность населения, человек | коэффициент смертности по возрастным группам, ‰ |                                                       |
| 10–19                  | 4200                           | 2                                               | 3000                           | 3                                               | 34                                                    |
| 20–29                  | 3980                           | 3                                               | 2800                           | 4                                               | 13                                                    |
| 30–39                  | 3050                           | 5                                               | 2400                           | 6                                               | 12                                                    |
| 40–49                  | 2900                           | 10                                              | 2200                           | 12                                              | 9                                                     |

*Определите* для каждого района: 1) стандартизированные коэффициенты смертности; 2) средние коэффициенты смертности по фактическим весам.

44. Имеются следующие данные о числе заключенных браков и числе разводов в РФ за ряд лет (табл. 8.15).

Таблица 8.15

| Год  | Тысяч  |          | Среднегодовая численность населения, млн чел. |
|------|--------|----------|-----------------------------------------------|
|      | браков | разводов |                                               |
| 1970 | 1319,2 | 396,0    | 137,4                                         |
| 1980 | 1464,6 | 580,7    | 147,5                                         |
| 2002 | 1053,7 | 639,2    | 148,4                                         |
| 2007 | 928,4  | 555,2    | 147,4                                         |
| 2008 | 848,7  | 501,7    | 146,2                                         |

Рассчитайте: 1) динамику численности заключенных браков и оформленных разводов, приняв за базисный год – 1970-й;

2) общие коэффициенты брачности и разводимости.

Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы.

45. Имеются следующие данные о внутренней миграции ряда регионов в РФ (тыс. чел.).

Таблица 8.16

| Показатель                           | 1980 г. | 1990 г. | 2008 г. |
|--------------------------------------|---------|---------|---------|
| Прибыло в Российскую Федерацию всего | 5575    | 4542    | 5400    |
| В том числе: из городских поселений  | 3467    | 2886    | 3250    |
| из сельской местности                | 2108    | 1656    | 2150    |
| Выбыло из Российской Федерации всего | 4764    | 3807    | 4800    |
| В том числе: из городских поселений  | 3549    | 2755    | 3225    |
| из сельской местности                | 1215    | 1051    | 1575    |

Определите в целом по РФ и отдельно по городским поселениям и сельской местности:

1) коэффициенты миграции по прибытию и по выбытию;

2) сальдо миграции (миграционный прирост) и коэффициенты интенсивности миграции;

3) коэффициенты интенсивности миграционного оборота;

4) коэффициенты эффективности миграции. Данные о численности населения приведены в задании 46.

46. Имеются следующие данные по населенному пункту: численность населения на 01.01.2009 г. составила 58560 чел., коэффициент естественного прироста – 6,5 ‰.

Определите вероятную численность населения этого населенного пункта через пять лет, предположив, что миграция отсутствует, а коэффициент естественного прироста сохранится на уровне 2009 г.

47. Имеется распределение безработных по возрасту (данные выборочного обследования по проблемам занятости, проведенного в октябре 2009 г.) в % к итогу.

Таблица 8.17

| Страна, регион          | Всего безработных | В том числе в возрасте, лет |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------|-------------------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                         |                   | 15–19                       | 20–24 | 25–29 | 30–49 | 50–54 | 55–59 | 60–72 |
| Российская Федерация    | 100               | 13,6                        | 16,8  | 11,9  | 43,4  | 5,6   | 5,1   | 3,6   |
| Западно-Сибирский район | 100               | 23,8                        | 23,8  | 11,9  | 38,1  | 0,0   | 0,0   | 2,4   |
| Новосибирская область   | 100               | 15,3                        | 18,8  | 13,3  | 43,2  | 4,7   | 3,1   | 1,6   |

Определите по каждой территории:

- 1) средний возраст безработных;
- 2) регион с демографически старым населением.

Секторной диаграммой охарактеризуйте распределение безработных по возрасту.

48. Имеются следующие сведения о высвобождении работников региона за 2008–2010 гг.:

Таблица 8.18

| Численность работников                          | Среднесписочная<br>численность | Намечено к высвобождению, чел. |        |                                   |
|-------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------|-----------------------------------|
|                                                 |                                | всего                          | женщин | лиц предпенси-<br>онного возраста |
| 2008 г.                                         |                                |                                |        |                                   |
| Всего:                                          | 162 441                        | 2553                           | 1904   | 322                               |
| Из них по формам собственности:                 |                                |                                |        |                                   |
| а) государственная и муниципальная              | 124 736                        | 1656                           | 1236   | 215                               |
| б) общественных объединений и ор-<br>ганизаций  | 960                            | 18                             | 14     | 3                                 |
| в) частная                                      | 1007                           | 143                            | 1266   | 8                                 |
| г) смешанная                                    | 2001                           | 43                             | 27     | 7                                 |
| Из строки 1 по отраслям народного<br>хозяйства: | 88117                          | 1010                           | 724    | 114                               |
| а) промышленность                               |                                |                                |        |                                   |
| б) сельскохозяйственное<br>производство         | 13 368                         | 209                            | 141    | 49                                |
| в) транспорт и связь                            | 17 554                         | 212                            | 112    | 31                                |
| г) строительство                                | 6830                           | 185                            | 129    | 22                                |
| д) торговля и общественное питание              | 13 352                         | 471                            | 436    | 45                                |
| е) жилищно-коммунальное<br>хозяйство            | 1258                           | 30                             | 14     | 3                                 |
| ж) бытовое обслуживание                         | 583                            | 17                             | 14     | 2                                 |
| з) управление                                   | 365                            | 14                             | 10     | 2                                 |
| и) наука                                        | 10 318                         | 72                             | 51     | 11                                |
| к) другие отрасли                               | 10 696                         | 333                            | 273    | 43                                |
| 2009 г.                                         |                                |                                |        |                                   |
| Всего:                                          | 54968                          | 1613                           | 1081   | 40                                |
| Из них по формам собственности:                 |                                |                                |        |                                   |
| а) государственная и муниципальная              | 33 735                         | 918                            | 546    | 87                                |
| б) общественных объединений и ор-<br>ганизаций  | 2252                           | 56                             | 32     | 5                                 |
| в) частная                                      | 3382                           | 185                            | 153    | 7                                 |
| г) смешанная                                    | 19 899                         | 454                            | 360    | 41                                |
| Из строки 1 по отраслям народного<br>хозяйства: | 24 701                         | 485                            | 399    | 23                                |
| а) промышленность                               |                                |                                |        |                                   |
| б) сельскохозяйственное<br>производство         | 15 604                         | 224                            | 164    | 30                                |
| в) транспорт и связь                            | 4826                           | 425                            | 140    | 43                                |
| г) строительство                                | 630                            | 16                             | 5      | 1                                 |
| д) торговля и общественное питание              | 7182                           | 294                            | 259    | 25                                |
| е) жилищно-коммунальное<br>хозяйство            | 933                            | 8                              | 8      | 0                                 |
| ж) бытовое обслуживание                         | 339                            | 42                             | 31     | 3                                 |
| з) управление                                   | 7                              | 2                              | 2      | 1                                 |
| и) наука                                        | 148                            | 6                              | 5      | 0                                 |
| к) другие отрасли                               | 4897                           | 111                            | 78     | 14                                |
| 2010 г.                                         |                                |                                |        |                                   |
| Всего:                                          | 145 268                        | 2835                           | 1961   | 256                               |

| Численность работников                       | Среднесписочная численность | Намечено к высвобождению, чел. |        |                              |
|----------------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------|------------------------------|
|                                              |                             | всего                          | женщин | лиц предпенсионного возраста |
| Из них по формам собственности:              |                             |                                |        |                              |
| а) государственная и муниципальная           | 88 014                      | 1326                           | 920    | 143                          |
| б) общественных объединений и организаций    | 2231                        | 98                             | 60     | 5                            |
| в) частная                                   | 25 667                      | 405                            | 312    | 28                           |
| г) смешанная                                 | 29 356                      | 1006                           | 669    | 80                           |
| Из строки 1 по отраслям народного хозяйства: |                             |                                |        |                              |
| а) промышленность                            | 87 441                      | 1193                           | 841    | 106                          |
| б) сельскохозяйственное производство         | 7819                        | 354                            | 199    | 28                           |
| в) транспорт и связь                         | 11918                       | 185                            | 107    | 14                           |
| г) строительство                             | 3311                        | 127                            | 53     | 19                           |
| д) торговля и общественное питание           | 5662                        | 244                            | 209    | 8                            |
| е) жилищно-коммунальное хозяйство            | 3959                        | 90                             | 83     | 7                            |
| ж) бытовое обслуживание                      | 836                         | 37                             | 24     | 2                            |
| з) управление                                | 448                         | 6                              | 6      | –                            |
| и) наука                                     | 5581                        | 62                             | 32     | 13                           |
| к) другие отрасли                            | 18 293                      | 535                            | 407    | 57                           |

Определите по формам собственности и отраслям народного хозяйства:

1) тенденцию в численности лиц, намеченных к высвобождению, для чего рассчитайте для всей численности высвобождаемых, в том числе женщин и лиц предпенсионного возраста:

а) среднегодовой уровень;

б) темпы роста (цепной, базисный и средний);

2) показатели структуры высвобождаемых;

3) долю высвобождаемых в средней списочной численности.

Расчеты представьте в таблице. Сделайте выводы. Спрогнозируйте ситуацию на ближайшие два года, используя метод экстраполяции.

49. Распределение безработных области по продолжительности безработицы по состоянию на конец отчетного периода за 2008–2010 гг. выглядит следующим образом:

Таблица 8.19

| Продолжительность безработицы | Всего, чел. | Из них             |         |
|-------------------------------|-------------|--------------------|---------|
|                               |             | молодежь 16–29 лет | женщины |
| 2008 г.                       |             |                    |         |
| До 1 месяца                   | 1623        | 643                | 1310    |
| От 1 до 4 месяцев             | 5828        | 1679               | 4554    |
| От 4 до 8 месяцев             | 4043        | 1222               | 3385    |
| От 8 до 1 года                | 1024        | 302                | 871     |
| Более 1 года                  | 122         | 33                 | 102     |
| 2009 г.                       |             |                    |         |
| До 1 месяца                   | 2747        | 930                | 1851    |
| От 1 до 4 месяцев             | 7407        | 2388               | 5356    |
| От 4 до 8 месяцев             | 6218        | 2052               | 4677    |
| От 8 до 1 года                | 4643        | 1249               | 3477    |
| Более 1 года                  | 2234        | 531                | 1836    |
| 2010 г.                       |             |                    |         |
| До 1 месяца                   | 2525        | 834                | 1625    |
| От 1 до 4 месяцев             | 8340        | 2931               | 5879    |
| От 4 до 8 месяцев             | 6517        | 2183               | 4738    |
| От 8 до 1 года                | 5181        | 1479               | 3692    |
| Более 1 года                  | 4060        | 801                | 3248    |

*Охарактеризуйте* динамику безработицы, рассчитав за каждый год для всех безработных, молодежи, женщин:

- 1) среднюю продолжительность безработицы;
- 2) структуру продолжительности безработицы.

Изобразите динамику рассчитанных показателей графически.

Сделайте выводы.

50. Имеются следующие данные за два периода, таблица 8.20:

*Рассчитайте* индекс занятости, оцените степень влияния факторов, составляющих индексную модель.

Таблица 8.20

| Показатели                                                                  | Базисный период (%) | Отчетный период (%) |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|
| 1. Коэффициент занятости трудоспособного населения трудоспособного возраста | 95,0                | 95,5                |
| 2. Доля трудоспособного населения трудоспособного возраста                  | 59,0                | 61,0                |
| 3. Доля населения трудоспособного возраста                                  | 97,0                | 98,0                |
| 4. Доля трудовых ресурсов                                                   | 60,0                | 61,0                |

51. Имеются следующие данные о численности и движении безработных по одному из отделений службы занятости:

численность безработных на 1.01.2009 г. 1608;

в течение I квартала:

принято на учет 149;

снято с учета 132;

в том числе в связи:

с оформлением на досрочную пенсию 24;

направлением на профессиональное обучение 28;

трудоустройством 80;

из них:

после завершения профессионального обучения 29.

*Определите:*

1) численность безработных по отделению фонда занятости на 1.04.2009 г.;

2) относительный уровень безработицы, если известно, что среднемесячная численность занятых в регионе – 60 тыс. чел.;

3) относительный коэффициент пополнения безработных;

4) относительный коэффициент снятия с учета безработных;

5) структуру снятых с учета безработных.

52. По одному из регионов Западной Сибири имеются следующие данные о численности официально зарегистрированных в службе занятости безработных (на конец отчетного периода):

| Год  | Месяц   | Численность, тыс. чел. | Год  | Месяц    | Численность, тыс. чел. |
|------|---------|------------------------|------|----------|------------------------|
| 2008 | Декабрь | 26,6                   | 2009 | Июль     | 24,0                   |
| 2009 | Январь  | 26,8                   |      | Август   | 23,9                   |
|      | Февраль | 27,9                   |      | Сентябрь | 23,4                   |
|      | Март    | 27,8                   |      | Октябрь  | 23,6                   |
|      | Апрель  | 28,5                   |      | Ноябрь   | 25,1                   |
|      | Май     | 26,8                   |      | Декабрь  | 26,1                   |
|      | Июнь    | 25,1                   |      |          |                        |

*Определите:*

- 1) среднюю численность официально зарегистрированных безработных по кварталам и за 2009 г.;
- 2) уровень официально зарегистрированной безработицы, если численность занятого населения региона составляла 300 тыс. чел.

## ***Тема 9: «Статистика перевозок грузов и пассажиров»***

Рост объема перевозок, обеспечение четкого взаимодействия со всеми отраслями хозяйства страны, повышение качества обслуживания пассажиров, снижение транспортных тарифов могут быть достигнуты за счет совершенствования планирования и организации перевозочного процесса. В реализации этих задач решающее значение имеет оперативная, достоверная статистическая информация, отражающая все стороны производственно-финансовой деятельности транспортных предприятий.

Особое место в статистике транспорта занимает статистика перевозок грузов и пассажиров, то есть статистика конечного результата работы предприятий.

*Основными задачами статистики перевозок являются:*

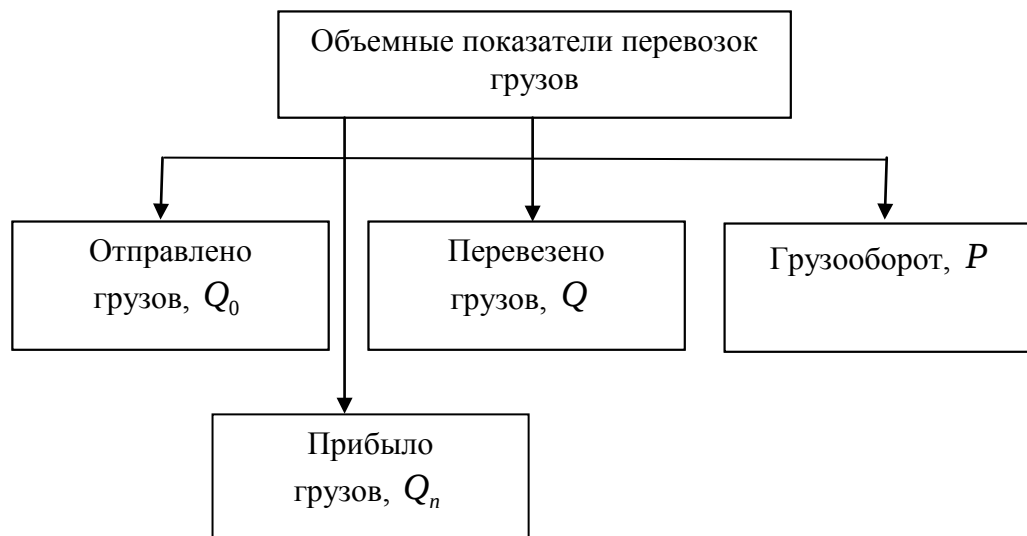
- определение объемных и качественных показателей по перевозкам грузов и пассажиров; группировка показателей перевозок по различным признакам: категории перевозки, видам сообщения, роду груза, территориальному признаку, по грузоотправителям и т. д.;
- оценка выполнения плана по перевозкам и доходам за перевозки, включающая оценку выполнения плана в целом по предприятию и его подразделениям, по клиентуре и договорным обязательствам, смешанным прямым перевозкам и номенклатуре груза;
- выявление условий и ритмичности выполнения плана; определение размера имеющихся резервов;
- изучение направления потоков грузов и пассажиров межрайонных связей; подготовка информации для составления транспортных балансов;
- оценка качества выполненных перевозок;
- изучение динамики перевозок, общей закономерности их развития с выявлением влияния отдельных факторов и сезонной неравномерности;
- характеристика рынка транспортных услуг – выявление внешних и внутренних факторов, определяющих положение предприятий на региональном рынке услуг транспорта.

Ниже рассматриваются методы решения задач, стоящих перед статистикой транспорта, методология исчисления показателей по перевозкам и приемы их статистической обработки.

### ***9.1. Объемные и качественные показатели по грузовым перевозкам***

Для изучения грузовых и пассажирских перевозок используются различная первичная документация, особые единицы наблюдения, виды статистического наблюдения, программа, а также приемы сводки и анализа статистической информации.

Система объемных показателей по грузовым перевозкам представлена на рис. 9.1.



**Рис. 9.1.** Система объемных показателей по грузовым перевозкам

В статистике перевозок грузов единицей наблюдения является отправка, то есть партия груза, перевозка которой оформлена соответствующим документом (договором перевозки).

На разных видах транспорта первичные документы имеют различные названия и включают все показатели, необходимые для изучения перевозок.

*Показатель «отправлено грузов»* определяет начальный момент процесса перевозки грузов и характеризует объем продукции отраслей материального производства, предъявленной транспорту к перевозке и отправленной им по назначению.

*Показатель «прибыло грузов»* отражает конечный момент процесса перевозки и характеризует объем грузов, законченных перевозкой в отчетном периоде.

*Показатель «перевезено грузов»* представляет собой сумму отправленных и принятых грузов от других предприятий (подразделений) для продолжения перевозки.

*Показатель «перевезено грузов в прямом, смешанном сообщении»* отражает объем продукции, перевезенной с участием двух и более подразделений транспортной сети (железнодорожно-водным, автомобильно-железнодорожным сообщением).

*Показатель «грузооборот»* определяет объем транспортной работы при перевозке грузов.

## ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫЙ ТРАНСПОРТ

Первичным документом для учета перевозок на железнодорожном транспорте являются дорожная ведомость и ее корешок, в которых по каждой отправке регистрируются следующие признаки:

- 1) дата приема к отправлению;
- 2) станции, дорога отправления и назначения;
- 3) режим скорости;
- 4) категория отправки;
- 5) пункт и дата перехода с дороги на дорогу;
- 6) род груза;
- 7) масса груза;
- 8) число мест;
- 9) грузоподъемность и номер вагона, занятого под перевозку;

- 10) расстояние перевозки;
- 11) размер провозной платы;
- 12) дата прибытия на станцию назначения;
- 13) дата выгрузки груза.

Показатель «отправлено грузов» измеряется в тоннах и определяется на основании корешка дорожной ведомости:

$$\text{по станции} - Q_o = Q_{пк} + Q_{пт} + Q_{пи} + Q_{пн} + Q_{пш},$$

где  $Q_{пк}$  – масса грузов, принятых к перевозке непосредственно от грузоотправителей (кли-  
ентуры);

$Q_{пт}$  – масса грузов, принятых от водного и автомобильного транспорта для дальнейшей  
перевозки;

$Q_{пи}$  – масса грузов, принятых для дальнейшей перевозки от иностранных железных до-  
рог;

$Q_{пн}$  – масса грузов, принятых от новостроящихся линий;

$Q_{пш}$  – масса грузов, принятых с линий другой ширины колеи;

$$\text{по дороге} - Q_o^д = \sum Q_o,$$

где  $Q_o$  – объем отправки грузов по каждой станции;

$$\text{по сети дорог} - Q_o^с = \sum Q_o^д - \sum Q_{пш},$$

где  $Q_o^д$  – объем отправки грузов по каждой дороге;

$Q_o^с$  – объем отправки грузов по сети дорог;

$\sum Q_{пш}$  – общая масса грузов, принятых с линии другой ширины колеи.

Показатель «прибыло грузов» измеряется в тоннах и определяется на основании до-  
рожной ведомости:

$$\text{по станциям} - Q_{п} = Q_{ск} + Q_{ст} + Q_{си} + Q_{сн} + Q_{сш},$$

где  $Q_{ск}$  – масса грузов, выданных грузополучателю на станции или на подъездных путях;

$Q_{ст}$  – масса грузов, сданных для дальнейшей перевозки водному и автомобильному  
транспорту;

$Q_{си}$  – масса грузов, сданных для дальнейшей перевозки иностранным железным доро-  
гам;

$Q_{сн}$  – масса грузов, сданных на новостроящиеся линии;

$Q_{сш}$  – масса грузов, перегруженных на линии другой ширины колеи;

$$\text{по дороге} - Q_{п}^д = \sum Q_{п},$$

где  $Q_{п}$  – объем прибывших грузов по станциям;

$Q_{п}^д$  – прибыло грузов по дороге;

$$\text{по сети дорог} - Q_{п}^с = \sum Q_{п}^д - \sum Q_{сш},$$

где  $Q_{II}^C$  – прибыло грузов по сети дорог;

$\sum Q_{CII}$  – общая масса грузов, перегруженных на линии другой ширины колеи.

Показатель «перевезено грузов» измеряется в тоннах и исчисляется по дорогам и сети дорог:

$$\text{по дороге} - Q^D = Q_O^D + Q_{II}^D,$$

где  $Q^D$  – перевезено грузов по дороге;

$Q_O^D$  – общая масса грузов, отправленных дорогой;

$Q_{II}^D$  – масса грузов, принятых от соседних дорог назначением на данную или другие дороги;

$$\text{по сети дорог} - Q^C = Q_O^C,$$

где  $Q^C$  – перевезено грузов по сети дорог;

$Q_O^C$  – общий объем отправленного груза по сети дорог.

Грузооборот ( $P$ ) – объем выполненной транспортной работы, измеряемой в тарифных тонно-километрах, определяется на основе дорожных ведомостей по моменту прибытия грузов:

$$\sum P = \sum q_i \cdot l_i,$$

где  $q_i$  – масса отдельной отправки;

$l_i$  – общее тарифное расстояние перевозки отправки, которое складывается из кратчайшего расстояния перевозки отправки по дороге отправления, по дорогам транзита и дороге прибытия.

Грузооборот между дорогами распределяется пропорционально тарифному расстоянию перевозки:

$$\sum P = \sum q_i \cdot l_{i(0)} + \sum q_i \cdot l_{i(T)} + \sum q_i \cdot l_{i(II)},$$

где  $\sum q_i \cdot l_{i(0)}$  – грузооборот дороги отправления;

$\sum q_i \cdot l_{i(T)}$  – грузооборот дороги транзита;

$\sum q_i \cdot l_{i(II)}$  – грузооборот дороги прибытия.

Грузооборот по сети дорог определяется так:

$$\sum P^C = \sum P^D,$$

где  $P^C$  – грузооборот по сети дорог;

$P^D$  – грузооборот по каждой дороге.

Показатели перевозок грузов группируются по следующим признакам:

- 1) категориям перевозки (перевозка грузов в грузовом движении, пассажирском движении, хозяйственные перевозки);
- 2) видам сообщения (местное сообщение, прямое сообщение);
- 3) роду груза в соответствии с Единой тарифно-статистической номенклатурой грузов (ЕТСНГ);
- 4) территориальной принадлежности;

- 5) поясам дальности;
- 6) режиму скорости (большая, грузовая, пассажирская);
- 7) категории отправки (маршрутная, повагонная, контейнерная, мелкая);
- 8) грузоотправителям.

## АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ

Показатели «отправлено грузов» и «прибыло грузов» не определяются. Показатели «перевезено грузов» и «грузооборот» определяются различно для автомобилей, работающих:

- а) по тарифу за перевезенную тонну (сдельные автомобили);
- б) по часовому тарифу (повременные автомобили).

По сдельным автомобилям для учета перевозок груза первичными документами являются товарно-транспортная накладная и путевой лист грузового автомобиля. В товарно-транспортной накладной фиксируются: грузоотправитель и грузополучатель, вид перевозки (централизованные, смешанные, контейнерные, пакетные и др.), род груза, масса груза, расстояние перевозки. В путевом листе грузового автомобиля проставляются итоговые данные по перевозкам груза за день: объем перевезенного груза в тоннах и грузооборот в тонно-километрах.

Показатель «перевезено груза сдельными автомобилями»  $Q_{сд}$  определяется путем суммирования массы груза, доставленного в пункты назначения:

$$Q_{сд} = \sum q_i,$$

где  $q_i$  – масса груза, доставленного в  $i$ -й пункт в соответствии с данными товарно-транспортной накладной.

Грузооборот в тонно-километрах по сдельным автомобилям:

$$P_{сд} = \sum q_i \cdot l_i,$$

где  $l_i$  – расстояние перевозки от пункта отправления до  $i$ -го пункта назначения.

Грузооборот в тонно-километрах также можно определить по следующей формуле:

$$P_{сд} = \sum q_k \cdot l_k,$$

где  $q_k$  – масса груза, перевозимая автомобилем между последовательными пунктами погрузки-разгрузки, т;

$l_k$  – расстояние между последовательными пунктами погрузки-разгрузки, км.

Итоговые отчетные данные по перевозкам в целом по предприятию определяются как сумма данных путевых листов и товарно-транспортных накладных за все дни работы сдельных автомобилей.

*Группировка выполненных перевозок производится в следующих разрезах:*

- 1) по автоколоннам;
- 2) по маркам автомобилей;
- 3) по видам перевозок (смешанные, контейнерные и др.);
- 4) по грузоотправителям;
- 5) породам груза.

По повременным автомобилям для учета перевозок первичным документом является путевой лист, в котором отмечаются общий пробег автомобиля, наименование грузоотправи-

теля. По перевозкам показатели «грузооборот» и «перевезено груза» определяются расчетным методом.

Грузооборот в приведенных тонно-километрах по предприятию определяется по формуле:

$$P_{\Pi} = \sum P_{\Pi_i} = \sum L_{O_i} \cdot q_{\Pi_i} \cdot \beta \cdot \gamma,$$

где  $P_{\Pi_i}$  – приведенные тонно-километры по каждой марке автомобиля;

$L_{O_i}$  – общий пробег автомобиля данной марки, км;

$q_{\Pi_i}$  – номинальная грузоподъемность автомобиля данной марки, т;

$\beta$  – принятый коэффициент использования пробега;

$\gamma$  – принятый коэффициент использования грузоподъемности.

Общее количество перевезенного по предприятию груза (в приведенных тоннах) исчисляется по формуле:

$$Q_{\Pi} = \sum Q_{\Pi_i} = \sum (P_{\Pi_i} \div \bar{L}_i),$$

где  $Q_{\Pi_i}$  – приведенные тонны по каждой марке автомобилей;

$P_{\Pi_i}$  – приведенные тонно-километры по каждой марке автомобилей;

$\bar{L}_i$  – средняя дальность перевозки одной тонны груза для каждой марки автомобилей, определенная на основе специальных обследований.

Общее количество (общая масса) перевезенного груза сельскими и повременными автомобилями по предприятию рассчитывается так:

$$Q = Q_{сд} + Q_{\Pi}.$$

Общий объем транспортной работы по предприятию можно рассчитать следующим образом:

$$P = P_{сд} + P_{\Pi}.$$

## ВНУТРЕННИЙ ВОДНЫЙ ТРАНСПОРТ

Первичными документами для учета грузовых перевозок внутренним водным транспортом являются дорожная ведомость и передаточная ведомость, составляемые на входные грузы, принятые от других предприятий.

Показатель «отправлено грузов» определяется по времени ухода судна с грузом в рейс из начального пункта перевозки. Общий объем «отправления грузов» по предприятию ( $Q_O$ ) определяется следующей формулой:

$$Q_O = Q_{ПК} + Q_{ПТ} + Q_{ВХ} = Q_{\text{ч}} + Q_{ВХ},$$

где  $Q_{ПК}$  – масса отправленного груза, поступившего от клиентуры, т;

$Q_{ПТ}$  – масса отправленного груза, поступившего от железнодорожного и автомобильного транспорта, т;

$Q_{BX}$  – масса отправленных входных грузов, принятых от других предприятий.

Чистое отправление, то есть отправленные грузы, принятые от клиентуры и других видов транспорта, определяется так:

$$Q_{\text{ч}} = Q_{\text{ПК}} + Q_{\text{ПТ}}.$$

В целом по речному флоту показатель «отправлено грузов» ( $Q_O^\Phi$ ) определяется путем суммирования чистого отправления по всем предприятиям:

$$Q_O^\Phi = \sum Q_{\text{ч}_i},$$

где  $Q_{\text{ч}_i}$  – чистое отправление каждого предприятия.

Показатель «прибыло грузов» ( $Q_{\text{П}}$ ) по предприятию определяется следующей формулой:

$$Q_{\text{П}} = Q_{\text{СК}} + Q_{\text{СТ}},$$

где  $Q_{\text{СК}}$  – масса грузов, прибывших в адрес грузополучателей, т;

$Q_{\text{СТ}}$  – масса грузов, сданных на другие виды транспорта, т.

Показатель «перевезено грузов» для ( $Q$ ) предприятия соответствует показателю «отправлено грузов», то есть:

$$Q = Q_O = Q_{\text{ч}} + Q_{\text{BX}}.$$

В целом по речному флоту объем перевозок грузов ( $Q^\Phi$ ) исчисляется как сумма чистого отправления всех предприятий, в т:

$$Q^\Phi = \sum Q_{\text{ч}_i}.$$

Транспортная работа предприятий (грузооборот в тонно-километрах) определяется формулой:

$$P = \sum q_i \cdot l_i + \sum q_i' \cdot l_i',$$

где  $q_i$  – масса отдельных отправок «чистого отправления», т;

$l_i$  – расстояние перевозки отдельной отправки по тарифному руководству, км;

$q_i'$  – масса отдельной отправки «входного» груза, т;

$l_i'$  – расстояние перевозки отдельной отправки «входного» груза, км.

Грузооборот в целом по речному транспорту ( $P^\Phi$ ) соответствует сумме грузооборота по отдельным предприятиям:

$$P^\Phi = \sum P_i.$$

*Показатели перевозок грузов группируются по следующим признакам:*

- 1) видам сообщения:
  - а) заграничное, включая страны СНГ, в том числе экспорт, импорт, между иностранными портами без захода в порты стран СНГ, транзит через страны СНГ;
  - б) в границах России;
- 2) видам речных путей (по магистральным речным путям, малым рекам, основным каналам);
- 3) территориальному признаку;
- 4) технике движения (в нефтеналивных самоходных и несамоходных судах, в сухогрузных самоходных и несамоходных судах, в грузопассажирских судах, в плотках);
- 5) номенклатуре грузов;
- 6) грузоотправителям.

## МОРСКОЙ ТРАНСПОРТ

Первичным документом учета перевозок груза морских грузов является коносамент. Его содержание соответствует дорожной ведомости.

Показатель «отправлено грузов» определяется по моменту ухода судна в рейс:

$$Q_o = Q_{пк} + Q_{пт},$$

где  $Q_{пк}$  – масса отправленного груза, полученного от клиентуры, т;

$Q_{пт}$  – масса отправленного груза, принятого от других видов транспорта, т.

Показатель «прибыло грузов» определяется так:

$$Q_{п} = Q_{ск} + Q_{ст},$$

где  $Q_{ск}$  – масса грузов, прибывших в адрес грузополучателей, т;

$Q_{ст}$  – масса грузов, сданных на другие виды транспорта, т.

Показатель «перевезено грузов» можно рассчитать следующим образом:  $Q = Q_o$ .

Грузооборот (объем транспортной работы) в тонно-милях (ТМ) рассчитывается по следующей формуле:

$$TM = \sum q_i \cdot l_i,$$

где  $q_i$  – масса отдельной отправки, т;

$l_i$  – расстояние перевозки отправки по тарифному руководству, миль.

Грузооборот (объем транспортной работы) в тонно-километрах определяется так:

$P = TM \cdot 1,852$  (одна морская миля равна 1,852 км).

*Показатели перевозок грузов группируются по следующим признакам:*

- 1) видам плавания (малый каботаж, большой каботаж, заграничное плавание, в том числе между Россией и странами СНГ, Россией и зарубежными странами за пределами СНГ);
- 2) технике движения (наливные, сухогрузные суда, грузопассажирские плоты);
- 3) номенклатуре грузов;
- 4) грузоотправителям.

## ВОЗДУШНЫЙ ТРАНСПОРТ

Первичным документом учета грузовых перевозок воздушным транспортом является сводная загрузочная ведомость.

Показатель «отправлено грузов» ( $Q_O$ ) по предприятию можно рассчитать следующим образом:

$$Q_O = Q_{\Pi} + Q_T,$$

где  $Q_{\Pi}$  – масса первоначально отправленных грузов, т;

$Q_T$  – масса грузов, отправленных транзитом, т.

Показатель «отправлено грузов» в целом по воздушному транспорту ( $Q_O^B$ ) определяется так:

$$Q_O^B = \sum Q_{\Pi_i},$$

где  $\sum Q_{\Pi_i}$  – общая масса первоначально отправленных грузов по всем предприятиям воздушного транспорта, т.

Показатель «прибыло грузов» определяется для оценки работы аэропорта и соответствует массе груза, принятого аэропортом назначения.

Показатель «перевезено грузов» ( $Q$ ) по предприятию соответствует показателю «отправлено грузов»:  $Q = Q_O$ .

Показатель «перевезено грузов» в целом по воздушному транспорту ( $Q^B$ ) соответствует показателю «отправлено грузов» в целом по воздушному транспорту:  $Q^B = Q_O^B$ .

Объем транспортной работы ( $P_{\Sigma}$ ) представляет собой эксплуатационный тонно-километраж для предприятия и рассчитывается так:

$$P_{\Sigma} = \sum Q_i \cdot l_{T_i},$$

где  $Q_i$  – общая масса груза на борту самолета на участке полета, т;

$l_{T_i}$  – тарифное расстояние участка полета, км.

Общий объем транспортной работы в целом по воздушному транспорту равен сумме объема работы по предприятиям.

*Показатели по перевозкам грузов группируются по видам сообщения:*

- международное – дальнее зарубежье, государства СНГ;
- внутреннее, в том числе местное.

Группировки по роду груза не выполняются.

## ТРУБОПРОВОДНЫЙ ТРАНСПОРТ

Для трубопроводного транспорта определяются два показателя:

- объем перевозок (перекачки) нефти, нефтепродуктов и газа в тоннах;
- объем выполненной работы в тонно-километрах.

Объем перевозок (перекачки) ( $Q$ ) рассчитывается следующим образом:

$$Q = \sum Q_i,$$

где  $Q_i$  – масса груза в тоннах, сданного  $i$ -му грузополучателю.

Для природного газа пересчет из единиц объема перекачки в единицы веса производится по соотношению  $1000 \text{ м}^3 = 0,8 \text{ т}$ .

Объем транспортной работы (грузооборот, в тонно-километрах) исчисляется по формуле:

$$P = \sum Q_i \cdot l_i,$$

где  $l_i$  – расстояние перекачки груза для  $i$ -го грузополучателя, измеряемое по протяжению трубопровода от входного коллектора головной насосной станции до входного коллектора грузополучателя, км.

Показатели по перевозкам даются по нефтепроводам, продуктопроводам (с подразделением по видам нефтепродуктов), газопроводам, а также в целом по всем трубопроводам.

Система качественных показателей по грузовым перевозкам представлена на рис. 9.2.



**Рис. 9.2.** Система качественных показателей по грузовым перевозкам

Среднее расстояние перевозки грузов ( $\bar{L}_T$ ) представляет собой расстояние в километрах (на морском транспорте в милях), на которые в среднем перевозится одна тонна груза. Этот показатель на всех видах транспорта определяется по формуле:

$$\bar{L}_T = \frac{P}{Q} \quad \text{км},$$

где  $P$  – грузооборот в тарифных тонно-километрах (на морском транспорте в тарифных тонно-милях);

$Q$  – количество тонн перевезенного груза.

Уровень средней величины показателя в целом по предприятию зависит от среднего расстояния перевозки каждого вида груза и массы перевезенного груза:

$$\bar{L}_T = \frac{\sum \bar{L}_{T_i} \cdot Q_i}{\sum Q_i} \quad \text{или} \quad \sum \bar{L}_T \cdot d_i.$$

Средняя густота (плотность) перевозок ( $f_2$ ) представляет собой количество тонн грузов, проследовавших в среднем через участки железных дорог, водных путей сообщения за год

(или другой отчетный период); характеризует интенсивность использования протяженности транспортной сети. Средняя густота перевозок на железнодорожном транспорте определяется на направлении, дороге или сети дорог. На внутреннем водном транспорте она также определяется по направлениям (вверх, вниз), участкам реки или сети водных путей.

Средняя густота определяется на основе шахматных таблиц, отражающих межстанционную (межпристанскую) корреспонденцию грузов; исчисляется для всех перевозимых грузов, а также для важнейших их видов. Формула расчета следующая:

$$\bar{f}_Г = \frac{P}{L_Э},$$

где  $P$  – общий объем грузооборота, тарифные ткм;

$L_Э$  – эксплуатационная длина участка, линий, дороги, сети, км.

Средняя продолжительность доставки грузов и средняя скорость продвижения грузов определяются для железнодорожного транспорта на основе выборочного наблюдения. Первичным документом является дорожная ведомость.

Средняя продолжительность доставки отправки ( $\bar{t}_O$ ) рассчитывается так:

$$\bar{t}_O = \frac{\text{Число отправок} - \text{суток}}{\text{Число отправок}}, \text{сутки.}$$

Средняя продолжительность доставки одной тонны груза определяется по следующей формуле:

$$\bar{t}_T = \frac{\text{Число тонно} - \text{суток}}{\text{Число тонн}}, \text{сутки.}$$

Средняя скорость доставки отправки:

$$\bar{V}_O = \frac{\text{отправки} - \text{километры}}{\text{отправки} - \text{сутки}}, \text{км / сутки.}$$

Средняя скорость доставки одной тонны груза:

$$\bar{V}_T = \frac{\text{тонно} - \text{километры}}{\text{тонно} - \text{сутки}}, \text{км / сутки.}$$

## 9.2. Объемные и качественные показатели по пассажирским перевозкам

Единицей наблюдения в статистике перевозок пассажиров является пассажиропоездка в одном направлении от станций (остановки, порта, пристани) отправления до станции (остановки, порта, пристани) назначения по единичному (разовому) билету.

Система объемных и качественных показателей по пассажирским перевозкам представлена на рис. 9.3.



**Рис. 9.3.** Система объемных и качественных показателей пассажирских перевозок

Показатель «отправлено пассажиров» отражает число пассажиров, которые в отчетном периоде приобрели проездные билеты или начали свой путь следования в международном ввозе и транзите на станциях (портах, пристанях) данного подразделения. Показатель определяется для железнодорожного, внутреннего водного, морского и воздушного транспорта.

Момент учета отправленных пассажиров определяется на отдельных видах транспорта различно: по моменту приобретения билета – на железнодорожном и автомобильном транспорте, по моменту отправления транспортных средств – на водном и воздушном транспорте.

Показатель «перевезено пассажиров» отражает общее число отправленных пассажиров и число пассажиров, принятых от других подразделений, предприятий для дальнейшей перевозки.

Показатель «пассажирооборот» определяет объем выполненной транспортной работы при перевозке пассажиров (в пассажиро-километрах или пассажиро-милях).

## ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫЙ ТРАНСПОРТ

Показатель «отправлено пассажиров» для дороги рассчитывается так:

$$П_O = П_{ПР} + П_M + П_B ,$$

где  $П_{ПР}$  – число пассажиров, приобретших билет в пригородном сообщении (отправление в пригородном сообщении);

$П_M$  – число пассажиров, приобретших билет в местном сообщении (отправление в местном сообщении);

$П_B$  – число пассажиров, приобретших билет в прямом сообщении на вывоз.

Общее число отправленных пассажиров для дороги  $(П_O^D)$  определяется как сумма отчетных данных по отправлению пассажиров по станциям:

$$P_O^D = \sum P_O .$$

По сети дорог  $(P_O^C)$  показатель определяется как сумма отчетных данных по отправлению пассажиров по дорогам:

$$P_O^C = \sum P_O^D .$$

**Показатель «перевезено пассажиров» для дороги:**

$$P^D = P_O^D + P_{BB} + P_T ,$$

где  $P_{BB}$  – число пассажиров, принятых в прямом сообщении для продолжения проезда до станции отчитывающейся дороги (ввоз);

$P_T$  – число пассажиров, принятых в прямом сообщении для продолжения проезда на вывоз (транзит).

Показатель «перевезено пассажиров» по сети дорог  $(P^C)$  соответствует показателю «отправлено пассажиров».

Объем выполненной транспортной работы (пассажирооборот в пассажиро-километрах) для дороги (ПКМ<sup>D</sup>) определяется по следующей формуле:

$$ПКМ^D = ПКМ_{PP} + ПКМ_M + ПКМ_B + ПКМ_{BB} + ПКМ_T ,$$

где  $ПКМ_{PP}$  – пассажирооборот, выполненный в пригородном сообщении.

$$P_{PP} = \sum P_{PP_i} \cdot l_{PP_i} ,$$

где  $P_{PP_i}$  – число пассажиров, отправленных в пригородном сообщении от  $k$ -й до  $i$ -й зоны;

$l_{PP_i}$  – тарифное расстояние между серединами  $k$ -й до  $i$ -й зоны, км.

$ПКМ_M$  – пассажирооборот, выполненный в местном сообщении:

$$ПКМ_M = \sum P_{M_i} \cdot l_{M_i} ,$$

где  $P_{M_i}$  – число пассажиров, отправленных в местном сообщении от  $k$ -й до  $i$ -й станции;

$l_{M_i}$  – тарифное расстояние от  $k$ -й до  $i$ -й станции;

$ПКМ_B$  – пассажирооборот, выполненный при ввозе пассажиров в прямом сообщении;

$ПКМ_{BB}$  – пассажирооборот, выполненный при вывозе пассажиров в прямом сообщении;

$ПКМ_T$  – пассажирооборот, выполненный при транзитных перевозках пассажиров в прямом сообщении.

$ПКМ_B, ПКМ_{BB}, ПКМ_T$  – исчисляются по формулам аналогично  $ПКМ_M$ .

### Пассажирооборот по сети дорог:

$$\sum ПКМ^C = \sum ПКМ^Д ,$$

где  $ПКМ^Д$  – пассажирооборот по каждой дороге.

Объем транспортной работы при перевозке пассажиров может быть выражен в приведенных тонно-километрах ( $P^П$ ):

$$P^П = ПКМ \cdot K ,$$

где  $K$  – коэффициент пересчета; в настоящее время  $K = 1$ .

## АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ

На автомобильном транспорте показатель «отправлено пассажиров» не определяется.

Показатели «перевезено пассажиров» и «объем транспортной работы» (пассажирооборот в пассажиро-километрах) определяются различными методами для маршрутных и заказных автобусов.

### Объемные показатели по маршрутным автобусам

Маршрутные автобусы используются для внутригородского, пригородного, междугородного и международного сообщений.

#### *Внутригородское сообщение*

### Число перевезенных пассажиров:

$$П_Г = П_1 + П_2 + П_3 + П_4 ,$$

где  $П_1$  – число пассажиров, перевезенных по абонементным талонам и разовым билетам на одну пассажиропоездку при бескондукторном обслуживании (определяется путем деления суммы выручки от реализации на утвержденный тариф на одну пассажиропоездку);

$П_2$  – число пассажиров, перевезенных по разовым билетам на одну пассажиропоездку при кондукторном обслуживании (соответствует числу проданных билетов);

$П_3$  – число пассажиров, перевезенных по абонементным билетам длительного пользования (рассчитывается путем умножения числа реализованных билетов за месяц на количество пассажиропоездок в месяц, принятое в учете);

$П_4$  – число перевезенных пассажиров, пользующихся правом бесплатного проезда (определяется путем умножения числа лиц, имеющих право на бесплатный проезд, на принятое в учете среднее число пассажиропоездок за месяц; принимается равным 50).

Пассажирооборот в пассажиро-километрах:

$$ПКМ_Г = П_Г \cdot \bar{l}_Г ,$$

где  $\bar{l}_Г$  – среднее расстояние перевозки одного пассажира, установленное на основе разового обследования пассажиропотоков автобусных линий города, км:

### *Пригородное сообщение*

**Число перевезенных пассажиров:**

$$П_{ПР} = П_2 + П_3 + П_4,$$

где  $П_2, П_3, П_4$  – соответствуют обозначениям и методам расчета по внутригородскому сообщению.

**Пассажирооборот:**

$$ПКМ_{ПР} = ПКМ_2 + ПКМ_3 + ПКМ_4,$$

где  $ПКМ_2$  – пассажирооборот при перевозке пассажиров по разовым билетам; определяется путем деления суммы выручки от продажи билетов ( $B$ ) на действующий тариф за один пассажиро-километр ( $t_{П}$ );

$ПКМ_3$  – пассажирооборот при перевозке пассажиров по абонементным билетам;

$ПКМ_4$  – пассажирооборот при перевозке пассажиров, пользующихся правом бесплатного проезда.

$$ПКМ_2 = B : t_{П},$$

$$ПКМ_3 = П_3 \cdot \bar{l}_{ПР}; \quad ПКМ_4 = П_4 \cdot \bar{l}_{ПР},$$

где  $\bar{l}_{ПР}$  – установленное на основе разового обследования среднее расстояние перевозки пассажира в пригородном сообщении, км.

Если внутригородские, а также пригородные перевозки осуществляются в городе или районе несколькими автотранспортными предприятиями, то объемные показатели (число перевезенных пассажиров и пассажирооборот) определяются централизованно органом, осуществляющим управление деятельностью транспорта. Затем они распределяются между предприятиями пропорционально количеству место-километров работы подвижного состава (по полному числу мест).

### *Междугородное и международное сообщение*

Число перевезенных пассажиров ( $П_M$ ) соответствует числу проданных билетов.

Пассажирооборот:

$$ПКМ_M = ПКМ'_M + ПКМ''_M,$$

где  $ПКМ'_M$  – пассажирооборот на международных линиях длиной до 300 км; определяется путем деления выручки ( $B$ ) на действующий тариф на один пассажиро-километр ( $t_{П}$ ):

$$ПКМ'_M = B : t_{П},$$

$ПКМ''_M$  – пассажирооборот на междугородных линиях длиной в 300 км и более и международных линиях; определяется путем умножения числа пассажиров по билетам на расстояние между серединами поясов и последующего суммирования данных.

$$ПКМ_M^{\prime\prime} = \sum \Pi_{M_i} \cdot l_{M_i},$$

где  $\Pi_{M_i}$  – число пассажиров, перевезенных от  $k$ -го до  $i$ -го пояса;

$l_{M_i}$  – расстояние между серединами  $k$ -го до  $i$ -го пояса.

### **Объемные показатели по заказным автобусам**

Это пассажирооборот и число перевезенных пассажиров (кроме туристско-экскурсионных перевозок), определяются расчетным путем.

Расчетный пассажирооборот:

$$ПКМ_{зак} = L_O \cdot \bar{v}_H \cdot \beta \cdot \gamma,$$

где  $L_O$  – общий пробег заказных автобусов, км;

$\bar{v}_H$  – средняя вместимость заказного списочного автобуса;

$\beta$  – принятый коэффициент полезного пробега;

$\gamma$  – принятый коэффициент использования пассажировместимости (может быть принято  $\beta \cdot \gamma = 0,65$ ).

Число перевезенных пассажиров:

$$\Pi_{зак} = ПКМ_{зак} : \bar{l}_{ПР},$$

где  $\bar{l}_{ПР}$  – среднее расстояние перевозки пассажира в пригородном сообщении, км.

Число перевезенных пассажиров туристско-экскурсионными автобусами ( $\Pi_T$ ) соответствует числу пассажиров, указанному в путевых листах:

$$\Pi_T = \sum \Pi_{T_i},$$

где  $\Pi_{T_i}$  – число пассажиров, указанное в каждом путевом листе.

$$ПКМ_T = \sum \Pi_{T_i} \cdot l_{T_i},$$

где  $l_{T_i}$  – пробег автобуса с пассажирами, указанный в  $i$ -м путевом листе.

### *Общие результаты работы автобусного транспорта*

Перевезено пассажиров (чел.):

$$\Pi = \Pi_{Г} + \Pi_{ПР} + \Pi_{М} + \Pi_{зак} + \Pi_T.$$

Пассажиροоборот (пассажиρο-километры):

$$ПКМ = ПКМ_{Г} + ПКМ_{ПР} + ПКМ_{М} + ПКМ_{зак} + ПКМ_{Т}.$$

### Объемные показатели по таксомоторному транспорту

#### *Маршрутные такси*

Число перевезенных пассажиров:

$$П_{МТ} = \sum (B \div t_M),$$

где  $B$  – выручка от продажи разовых билетов по каждому маршруту;

$t_M$  – утвержденный тариф по каждому маршруту.

Пассажиροоборот:

$$ПКМ_{МТ} = \sum П_{МТ_i} \cdot l_{МТ_i},$$

где  $П_{МТ_i}$  – число пассажиров, перевезенных по  $i$ -му маршруту;

$l_{МТ_i}$  – протяженность  $i$ -го маршрута, км.

#### *Легковые такси*

Число перевезенных пассажиров ( $П_{ЛТ}$ ) и пассажиροоборот ( $ПКМ_{ЛТ}$ ) определяются расчетным путем.

Размер пассажиροоборота исчисляется по формуле:

$$П_{ЛТ} = 2 \cdot \sum L_{ПЛ},$$

где 2 – среднее число пассажиров, перевозимых легковым автомобилем-такси;

$\sum L_{ПЛ}$  – общий платный пробег легковых автомобилей-такси предприятия за отчетный период, км.

Число перевезенных пассажиров определяется по формуле:

$$П_{ЛТ} = \frac{ПКМ_{ЛТ}}{\bar{l}_{ПР}},$$

где  $\bar{l}_{ПР}$  – установленное среднее расстояние перевозки пассажира в пригородном автобусном сообщении, км.

## ВНУТРЕННИЙ ВОДНЫЙ И МОРСКОЙ ТРАНСПОРТ

Показатель «отправлено пассажиров»:

$$П_0 = П_1 + П_2,$$

где  $П_1$  – число пассажиров, отправленных по разовым билетам (соответствует числу реализованных билетов);

$П_2$  – число пассажиров, отправленных по абонементным билетам (соответствует произведению числа реализованных билетов на среднее число поездок, принятое в учете).

Показатель «перевезено пассажиров» ( $П$ ) соответствует показателю «отправлено пассажиров»:  $П = П_0$ .

Объем транспортной работы на внутреннем водном транспорте (пассажирооборот в пассажиро-километрах):

$$ПКМ = \sum П_i \cdot l_i,$$

где  $П_i$  – число пассажиров, отправленных от  $k$ -го в  $i$ -й пункт;

$l_i$  – расстояние перевозки от  $k$ -го до  $i$ -го пункта по тарифному руководству, км.

Объем транспортной работы на морском транспорте (пассажирооборот в пассажиро-милях):

$$ПМ = \sum П_i \cdot l_i,$$

где  $П_i$  – число пассажиров, отправленных от  $k$ -го в  $i$ -й порт;

$l_i$  – расстояние перевозки от  $k$ -го до  $i$ -го порта по тарифному руководству, миль.

Пассажирооборот в пассажиро-километрах для морского транспорта:

$$ПКМ = ПМ \cdot 1,852.$$

Объем транспортной работы при перевозке пассажиров на внутреннем водном и морском транспорте может быть выражен в приведенных тонно-километрах ( $P^П$ ) и рассчитывается так:

$$P^П = ПКМ \cdot K,$$

где  $K$  – коэффициент пересчета; в настоящее время  $K = 1$ .

Показатели по пассажирским перевозкам на внутреннем водном транспорте даются с подразделением по видам линий: заграничные, транспортные, туристские, пригородные, внутригородские, экскурсионно-прогулочные.

Показатели по пассажирским перевозкам на морском транспорте даются с подразделением по видам плавания: малый каботаж, большой каботаж, заграничное плавание, в том числе между Россией и странами СНГ, Россией и зарубежными странами за пределами СНГ.

## ВОЗДУШНЫЙ ТРАНСПОРТ

Показатель «отправлено пассажиров» по предприятию:

$$P_O = P_{\Pi} + P_T,$$

где  $P_{\Pi}$  – число первоначально отправленных пассажиров;

$P_T$  – число пассажиров, отправленных транзитом.

Показатель «отправлено пассажиров» в целом по воздушному транспорту:

$$PM_O^B = \sum P_{\Pi i},$$

где  $\sum P_{\Pi i}$  – общее число первоначально отправленных пассажиров по всем предприятиям воздушного транспорта.

Показатель «прибыло пассажиров» используется для оценки работы аэропортов и соответствует числу пассажиров, принятых данным аэропортом.

Показатель «перевезено пассажиров» ( $P$ ) по предприятию соответствует показателю «отправлено пассажиров»:  $P = P_O$ .

Показатель «перевезено пассажиров» в целом по воздушному транспорту соответствует показателю «отправлено пассажиров» в целом по транспорту:  $P^B = P_O^B$ .

Объем транспортной работы – эксплуатационный пассажиро-километраж (пассажирооборот, измеряемый в пассажиро-километрах) для предприятия рассчитывается по формуле:

$$PKM_{\mathcal{O}} = \sum P_i \cdot l_{Ti},$$

где  $P_i$  – число пассажиров на борту самолета на участке полета;

$l_{Ti}$  – тарифное расстояние участка полета, км.

Общий объем транспортной работы в целом по воздушному транспорту равен сумме объема работы по предприятиям. Объем выполненной транспортной работы в целом по воздушному транспорту также характеризуется показателем «тарифный пассажирооборот», определяемым по формуле:

$$PKM_T = \sum P_{\Pi i} \cdot l_i,$$

где  $P_{\Pi i}$  – число первоначально отправленных пассажиров из  $k$ -го до  $i$ -го аэропорта;

$l_i$  – тарифное расстояние от  $k$ -го до  $i$ -го аэропорта.

В целом по воздушному транспорту эксплуатационный пассажирооборот равен тарифному.

Объем транспортной работы при перевозке пассажиров может быть выражен в тонно-километрах и рассчитывается так:

$$P_{\mathcal{O}} = PKM_{\mathcal{O}} \cdot 0,09,$$

где  $PKM_{\mathcal{O}}$  – эксплуатационный пассажирооборот, пасс. км;

0,09 – коэффициент перевода пассажиро-километров в тонно-километры (масса одного пассажира с ручной кладью принята с весовой характеристикой 90 кг, или 0,09 т).

Показатели по пассажирским перевозкам даются по видам линий (международные, внутренние регулярные и нерегулярные), видам сообщений (международное – дальнее зарубежье, государства СНГ; внутреннее, в том числе местное).

## ГОРОДСКОЙ ПАССАЖИРСКИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ

Городской пассажирский электрический транспорт характеризуется двумя объемными показателями – «перевезено пассажиров» и «объем транспортной работы» (пассажиροоборот в пассажиро-километрах).

Число пассажиров, перевезенных трамваями, троллейбусами:

$$П = П_1 + П_2 + П_3 + П_4,$$

где  $П_1$  – число пассажиров, перевезенных по разовым билетам и абонементным талонам на одну пассажиропоездку (определяется путем деления суммы выручки на тариф на одну пассажиропоездку);

$П_2$  – число пассажиров, перевезенных по разовым билетам на одну пассажиропоездку при кондукторном обслуживании (соответствует числу проданных билетов);

$П_3$  – число пассажиров, перевезенных по абонементным билетам, определяется путем умножения числа реализованных билетов на среднее число поездок, принятое в учете);

$П_4$  – число перевезенных пассажиров, пользующихся правом бесплатного проезда (определяется путем умножения числа лиц, имеющих право на бесплатный проезд, на среднее число поездок, принятое в учете).

Число пассажиров, перевезенных метрополитеном:

$$П = П_1 + П_3 + П_4,$$

где обозначения и метод расчета соответствуют перевозкам трамваем и троллейбусом.

Пассажиροоборот в пассажиро-километрах:

$$ПКМ = \sum П_i \cdot \bar{l}_i,$$

где  $П_i$  – число перевезенных пассажиров каждым видом электрического транспорта;

$\bar{l}_i$  – среднее расстояние перевозки, принятое в учете, км.

Объемные показатели перевозок трамваями и троллейбусами при наличии нескольких предприятий определяются централизованно, а затем распределяются между предприятиями пропорционально количеству место-километров работы подвижного состава.

### Качественные показатели перевозок пассажиров

1. **Среднее расстояние перевозки пассажира** (средняя дальность перевозки) определяется для железнодорожного, внутреннего водного и морского транспорта по формуле:

$$\bar{L}_П = \frac{ПКМ}{П}, \text{ км},$$

где  $ПКМ$  – пассажиροоборот в пассажиро-километрах за отчетный период;

$П$  – число перевезенных пассажиров за отчетный период.

Для автобусных, городских пригородных перевозок, а также для перевозок трамваями, троллейбусами и метрополитеном среднее расстояние перевозки пассажира определяется на основе специальных обследований.

2. **Средняя густота пассажирских перевозок** определяется для железнодорожных и внутренних водных перевозок на основе шахматных таблиц, отражающих корреспонденцию пассажиров между станциями или пристанями, и рассчитывается по следующей формуле:

$$\bar{f}_{\Pi} = \frac{ПКМ}{L_{\mathcal{O}}}, км,$$

где  $ПКМ$  – пассажирооборот в пассажиро-километрах за отчетный период;

$L_{\mathcal{O}}$  – эксплуатационная длина участка (линии), км.

3. **Среднее число поездок на одного жителя в год** определяется по каждому виду пассажирских перевозок по формуле:

$$\bar{n} = \frac{\Pi}{N},$$

где  $\Pi$  – число перевезенных пассажиров за год определенным видом пассажирского транспорта;

$\bar{N}$  – средняя годовая численность населения.

## РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

1. По отделениям дороги имеются следующие данные по перевозке грузов за отчетный период (табл. 9.1).

*Определите* в целом по дороге следующие показатели:

- 1) отправлено грузов;
- 2) прибыло грузов;
- 3) перевезено грузов.

Таблица 9.1

| № отделения дороги | Принято, грузов, тыс. т |                            |                      |                         | Сдано грузов, тыс. т |                            |                      |                         |
|--------------------|-------------------------|----------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------|-------------------------|
|                    | от клиентуры            | от других видов транспорта | от иностранных линий | от соединительных дорог | от клиентуры         | от других видов транспорта | от иностранных линий | от соединительных дорог |
| 1.                 | 42                      | 12                         | 18                   | –                       | 48                   | 14                         | 15                   | –                       |
| 2.                 | 58                      | 24                         | –                    | –                       | 62                   | 22                         | –                    | –                       |
| 3.                 | 63                      | 15                         | –                    | 48                      | 55                   | 13                         | –                    | 52                      |
| 4.                 | 18                      | 10                         | –                    | –                       | 21                   | 8                          | –                    | –                       |

**РЕШЕНИЕ:**

1. Показатель «отправлено грузов» ( $Q_O^D$ ) определяется по формуле:

$$Q_O^D = Q_{ПК} + Q_{ПТ} + Q_{ПИ} + Q_{ПН} + Q_{ПШ}.$$

(условные обозначения см. текст)

$$Q_{ПН} = 42 + 58 + 63 + 18 = 181 \text{ (тыс. т);}$$

$$Q_{ПТ} = 12 + 24 + 15 + 10 = 6 \text{ (тыс. т);}$$

$$Q_{ПТ} = 18 \text{ (тыс. т); } Q_{ПН} = 0; Q_{ПШ} = 0;$$

$$Q_O^Д = 181 + 61 + 18 = 260 \text{ (тыс. т).}$$

2. Показатель «прибыло грузов» ( $Q_{П}$ ) определяется по формуле:

$$Q_{П} = Q_{СК} + Q_{СТ} + Q_{СИ} + Q_{СН} + Q_{СШ};$$

$$Q_{СК} = 48 + 62 + 55 + 21 = 186 \text{ (тыс. т);}$$

$$Q_{СТ} = 14 + 22 + 13 + 8 = 57 \text{ (тыс. т);}$$

$$Q_{СТ} = 15 \text{ (тыс. т); } Q_{СН} = 0; Q_{СШ} = 0;$$

$$Q_{П} = 186 + 57 + 15 = 258 \text{ (тыс. т).}$$

3. Показатель «перевезено грузов» определяется по формуле:

$$Q^Д = Q_O^Д + Q_{ПР},$$

$$Q_{ПР} = 48 \text{ (тыс. т); } Q^Д = 260 + 48 = 308 \text{ (тыс. т).}$$

2. Перевозка грузов морским транспортом за два года характеризуется следующими данными (табл. 9.2).

Таблица 9.2

| Вид груза      | Объем перевозки, тыс. т |              | Грузооборот, млн т миль |              |
|----------------|-------------------------|--------------|-------------------------|--------------|
|                | прошлый год             | отчетный год | прошлый год             | отчетный год |
| Сухогрузы      | 1600                    | 1640         | 1120,0                  |              |
| Наливные грузы | 1000                    | 1140         | 900,0                   | 969,0        |

Определите:

- 1) изменение грузооборота по каждому виду груза и в целом по порту;
- 2) абсолютное изменение грузооборота общее, а также за счет отдельных факторов по каждому виду груза и в целом по порту;
- 3) относительное и абсолютное изменения средней дальности перевозки груза в целом по порту за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки каждого вида груза и структурных сдвигов в объеме перевозки).

**РЕШЕНИЕ:**

1. Изменение грузооборота по каждому виду груза составило, %:

$$\frac{P_1}{P_0} \cdot 100,$$

где  $P_1, P_0$  – грузооборот определенного груза соответственно отчетного и базисного периодов.

$$\text{Сухогрузы: } \frac{1164,4}{1120,0} \cdot 100 = 103,96 \%$$

$$\text{Наливные грузы: } \frac{969,0}{900,0} \cdot 100 = 107,67 \%$$

Изменение грузооборота в целом по порту:

$$\frac{\sum P_1}{\sum P_0} \cdot 100 = \frac{1164,4 + 969,0}{1120,0 + 900,0} \cdot 100 = \frac{2133,4}{2020,0} \cdot 100 = 105,61 \%$$

Следовательно, по сухогрузам грузооборот увеличился на 3,96 %, по наливным грузам – на 7,67 %, а в целом по порту увеличение составило 5,61 %.

2. Абсолютное изменение грузооборота следующее:

- общее:

$$\Delta_P = \sum P_1 - \sum P_0 = 2133,4 - 2020,0 = 113,4 \text{ млн ткм;}$$

- в том числе:

- по сухогрузам:

$$\Delta_P^C = P_1 - P_0 = 1164,4 - 1120,0 = 44,4 \text{ млн ткм;}$$

- по наливным грузам:

$$\Delta_P^H = P_1 - P_0 = 969,0 - 900,0 = 69,0 \text{ млн ткм;}$$

$$\Delta_P = \Delta_P^C - \Delta_P^H = 44,4 - 69,0 = 113,4 \text{ млн ткм,}$$

что соответствует ранее полученной величине.

На изменение объема грузооборота влияют два фактора: изменение средней дальности перевозки одной тонны груза и изменение объема перевозки. Абсолютное изменение грузооборота ( $\Delta$ ) за счет каждого фактора исчисляется по формулам:

- изменения средней дальности перевозки одной тонны груза:

$$\Delta_P^{\bar{L}} = (\bar{L}_1 - \bar{L}_0) \cdot Q_1,$$

где  $\bar{L}_1$  и  $\bar{L}_0$  – средняя дальность перевозки одной тонны груза соответственно в отчетном и базисном периодах.

$$\bar{L}_1 = \frac{P_1}{Q_1}, \quad \bar{L}_0 = \frac{P_0}{Q_0},$$

где  $Q_1$  и  $Q_0$  – объем перевозки по каждому виду груза соответственно в отчетном и базисном периодах;

- *изменения количества перевезенных тонн груза:*

$$\Delta_P^Q = (Q_1 - Q_0) \cdot \bar{L}_0;$$

– по сухогрузам:

$$\bar{L}_1 = \frac{1164400}{1640} = 710 \text{ (км)}, \quad \bar{L}_0 = \frac{1120000}{1600} = 700 \text{ (км)};$$

– по наливным грузам:

$$\bar{L}_1 = \frac{96900}{1140} = 850 \text{ (км)}, \quad \bar{L}_0 = \frac{900000}{1000} = 900 \text{ (км)};$$

– в целом по порту:

$$\bar{L}_1 = \frac{2133400}{1640 + 1140} = 767,4 \text{ (км)},$$

$$\bar{L}_0 = \frac{2020000}{1600 + 1000} = 776,9 \text{ (км)};$$

– по сухогрузам:

$$\Delta_P^{\bar{L}} = (710 - 700) \cdot 1640 = 16,4 \text{ (млн ткм)};$$

$$\Delta_P^Q = (1640 - 1600) \cdot 700 = 28,0 \text{ (млн ткм)}.$$

Следовательно, по сухогрузам объем транспортной работы за счет изменения средней дальности перевозки одной тонны груза увеличился на 16,4 млн ткм, а за счет увеличения количества перевезенных тонн прирост грузооборота составил 28,0 млн ткм. Таким образом, общий прирост за счет двух факторов составил 44,4 млн ткм (16,4 + 28), что и соответствует фактическим данным (1164,4–1120,0).

По наливным грузам:

$$\Delta_P^{\bar{L}} = (850 - 900) \cdot 1140 = -57,0 \text{ (млн ткм)};$$

$$\Delta_P^Q = (1140 - 1000) \cdot 900 = 126,0 \text{ (млн ткм)}.$$

Следовательно, по наливным грузам объем транспортной работы за счет снижений средней дальности перевозки одной тонны груза уменьшился на 57,0 млн ткм, а за счет увеличения

количества перевезенного груза он возрос на 126,0 млн ткм; совместное влияние факторов обеспечило общее изменение грузооборота на 69,0 млн ткм  $[(-57,0) + 126,0]$ , что и соответствует фактическому изменению грузооборота (969,0–900,0).

В целом по порту:

$$\Delta_P^{\bar{L}} = (767,4 - 776,9) \cdot 2780 = -26,4 \text{ (млн ткм)};$$

$$\Delta_P^Q = (2780 - 2600) \cdot 776,9 = 139,8 \text{ (млн ткм)}.$$

Следовательно, в целом по порту объем транспортной работы возрос на 113,4 млн ткм  $[(-26,4) + 139,8]$ , что и соответствует фактическому его изменению.

3. Изменение средней дальности перевозки груза в целом по порту характеризуется индексом:

$$I_{\bar{L}} = \frac{\bar{L}_1}{\bar{L}_0} = \frac{767,4}{776,9} = 0,987, \text{ или } 98,7 \%,$$

то есть средняя дальность перевозки в целом по порту снизилась на 1,3 %, что в абсолютном размере составляет уменьшение на 9,5 мили. Этот индекс носит название индекса переменного состава, на его величину влияют два фактора: изменение средней дальности перевозки по каждому роду груза, структурные изменения в общем объеме перевозок.

Для выявления влияния первого фактора рассчитывается индекс фиксированного состава:

$$I_{\bar{L}} = \frac{\sum \bar{L}_1 \cdot d_1}{\sum \bar{L}_0 \cdot d_0},$$

где  $d_1$  и  $d_0$  – удельный вес каждого рода груза в общем объеме перевозок соответственно в отчетном и базисном периодах:

- по сухогрузам:

$$d_1 = \frac{1640}{2780} = 0,590; \quad d_0 = \frac{1600}{2600} = 0,615;$$

- по наливным грузам:

$$d_1 = \frac{1140}{2780} = 0,410; \quad d_0 = \frac{1000}{2600} = 0,385;$$

$$I_{\bar{L}} = \frac{710 \cdot 0,59 + 850 \cdot 0,41}{700 \cdot 0,59 + 900 \cdot 0,41} = \frac{767,4}{782,0} = 0,9813, \text{ или } 98,13 \%.$$

Следовательно, за счет изменения среднего расстояния перевозки одной тонны груза по каждому грузу средняя дальность перевозки в целом по порту снизилась на 1,87 %, что в абсолютном размере составляет уменьшение на 14,6 километра.

Для выявления влияния второго фактора исчисляется индекс влияния структурных сдвигов по формуле:

$$I_d = \frac{\sum d_1 \cdot \bar{L}_1}{\sum d_0 \cdot \bar{L}_0} = \frac{0,59 \cdot 700 + 0,41 \cdot 900}{0,615 \cdot 700 + 0,385 \cdot 900} = \frac{782,0}{776,9} = 1,0065, \text{ или } 100,65\%,$$

то есть за счет изменений, произошедших в структуре перевозок, средняя дальность перевозки груза в целом по порту возросла на 0,65 %, что в абсолютном размере составило 5,1 мили.

Общее абсолютное изменение за счет обоих факторов составило уменьшение на 9,5 мили  $[(-14,6) + 5,1]$ , что и соответствует фактическим данным  $(767,4 - 776,9)$ .

Отсюда:

$$I_{\bar{L}} \cdot I_d = 0,9813 \cdot 1,0065 = 0,987,$$

что соответствует индексу средней дальности перевозки переменного состава.

3. Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью в 12,0 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна езда с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузка и выгрузка в них характеризуются следующими данными (табл. 9.3):

Таблица 9.3

| № пункта | Количество тонн |            | Расстояние между последовательными пунктами, км | № пункта | Количество тонн |            | Расстояние между последовательными пунктами, км |
|----------|-----------------|------------|-------------------------------------------------|----------|-----------------|------------|-------------------------------------------------|
|          | погружено       | разгружено |                                                 |          | погружено       | разгружено |                                                 |
| 1.       | 11,7            | —          | —                                               | 4        | 9,5             | 7,2        | 30,2                                            |
| 2.       | 6,3             | 7,0        | 15,4                                            | 5        | 7,0             | 8,9        | 18,4                                            |
| 3.       | 2,7             | 4,5        | 10,7                                            | 6        | —               | 9,6        | 20,0                                            |

Определите:

- 1) количество перевезенных тонн груза;
- 2) объем грузооборота, который следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

**РЕШЕНИЕ:**

Показатель «перевезено груза» по сдельным автомобилям определяется как сумма массы груза, доставленного в пункты назначения.

Грузооборот:

$$P = \sum q_K \cdot l_K,$$

где,  $q_K$  — масса груза, перевозимая автомобилем между последовательными пунктами погрузки-разгрузки, т;

$l_K$  — расстояние между последовательными пунктами погрузки-разгрузки, км.

Расчет грузооборота целесообразно выполнять с применением вспомогательной таблицы (табл. 9.4).

Таблица 9.4

| Участки движения автомобиля между пунктами погрузки-разгрузки | Перевезено по участку, т  | Расстояние между пунктами погрузки-разгрузки | Грузооборот, ткм          |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------|----------------------------------------------|---------------------------|
| 1–2                                                           | 11,7                      | 15,4                                         | $11,7 \cdot 15,4 = 180,2$ |
| 2–3                                                           | $11,0 - 7,0 + 6,3 = 11,0$ | 10,7                                         | $11,0 \cdot 10,7 + 117,7$ |
| 3–4                                                           | $11,0 - 4,5 + 2,7 = 9,2$  | 30,2                                         | $9,2 \cdot 30,2 = 277,8$  |
| 4–5                                                           | $9,2 - 7,2 + 9,5 = 11,5$  | 18,4                                         | $11,5 \cdot 18,4 = 211,6$ |
| 5–6                                                           | $11,5 - 8,9 + 7,0 = 9,6$  | 20,0                                         | $9,6 \cdot 20,0 = 192,0$  |

Общий объем выполненной транспортной работы (грузооборот):

$$P = 180,2 + 117,7 + 277,8 + 211,6 + 192,0 = 979,3 \text{ ткм.}$$

4. По предприятию речного транспорта имеются следующие данные о перевозках груза за отчетный месяц (табл. 9.5).

Таблица 9.5

| № пристани | Принято грузов, тыс. т |                               |                            |                               |                                |                               | Сдано грузов |                         |
|------------|------------------------|-------------------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|--------------|-------------------------|
|            | от клиентуры           |                               | от других видов транспорта |                               | предприятий речного транспорта |                               | клиентуре    | другим видам транспорта |
|            | всего                  | в том числе отправлено в рейс | всего                      | в том числе отправлено в рейс | всего                          | в том числе отправлено в рейс |              |                         |
| 1.         | 80                     | 65                            | 68                         | 60                            | —                              | —                             | 92           | 57                      |
| 2.         | 108                    | 90                            | 84                         | 82                            | —                              | —                             | 84           | 79                      |
| 3.         | 65                     | 60                            | 37                         | 30                            | 77                             | 77                            | —            | —                       |
| 4.         | 94                     | 90                            | 56                         | 52                            | —                              | —                             | 102          | 64                      |

Определите в целом по предприятию следующие показатели:

- 1) отправлено грузов;
- 2) прибыло грузов;
- 3) перевезено грузов.

**РЕШЕНИЕ:**

1. Показатель «отправлено грузов» по предприятиям речного транспорта определяется по времени ухода судна в рейс по формуле:

$$Q_0 = Q_{нк} + Q_{нт} + Q_{вх},$$

где  $Q_{нк}$  – масса отправленного груза, поступившего от клиентуры, т;

$Q_{нт}$  – масса отправленного груза, поступившего от других видов транспорта, т;

$Q_{вх}$  – масса отправленных входных грузов, т.

$$Q_0 = (65 + 90 + 60 + 90) + (60 + 82 + 30 + 52) + 77 = 606 \text{ (тыс. т).}$$

2. Показатель «прибыло грузов»:

$$Q_{\Pi} = Q_{СК} + Q_{СТ},$$

где  $Q_{СК}$  – масса грузов, прибывших в адрес грузополучателей, т;

$Q_{СТ}$  – масса грузов, сданных на другие виды транспорта, т;

$$Q_{\Pi} = (92 + 84 + 102) + (57 + 79 + 64) = 478 \text{ (тыс. т)}.$$

3. Показатель «перевезено грузов» ( $Q$ ) для предприятия соответствует показателю «отправлено грузов»:

$$Q = Q_O = 606 \text{ (тыс. т)}.$$

5. По предприятию воздушного транспорта имеются следующие данные по кварталам отчетного года об объеме выполненной транспортной работы (табл. 9.6).

Таблица 9.6

| Показатель      | Единица измерения | I квартал | II квартал | III квартал | IV квартал |
|-----------------|-------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| Пассажирооборот | млн пасс. км      | 150       | 210        | 230         | 180        |
| Грузооборот     | млн ткм           | 15        | 18         | 27          | 25         |

*Определите:*

1) в целом по предприятию объем выполненной транспортной работы за каждый квартал и за год;

2) среднеквартальный темп прироста транспортной работы и среднее абсолютное значение 1 % прироста.

**РЕШЕНИЕ:**

1. Общий объем выполненной транспортной работы за каждый квартал следующий (млн ткм):

$$\text{I квартал} - P_1 = 150 \cdot 0,09 + 15 = 28,5;$$

$$\text{II квартал} - P_2 = 210 \cdot 0,09 + 18 = 36,9;$$

$$\text{III квартал} - P_3 = 230 \cdot 0,09 + 27 = 47,7;$$

$$\text{IV квартал} - P_4 = 180 \cdot 0,09 + 25 = 41,2.$$

В целом за год:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 28,5 + 36,9 + 47,7 + 41,2 = 154,3 \text{ (млн ткм)}.$$

2. Среднеквартальный темп прироста:

$$\bar{T}_{\Pi} = \bar{T}_P - 100;$$

$$\bar{T}_P = \sqrt[n-1]{\frac{P_n}{P_1}} \cdot 100 = \sqrt[3]{\frac{41,2}{28,5}} \cdot 100 = 113,1 \text{ \%};$$

$$\bar{T}_{\Pi} = 113,1 - 100 = 13,1 \text{ \%};$$

среднее абсолютное значение 1 % прироста:

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{T_{II}};$$

$$\bar{\Delta} = \frac{P_n - P_1}{n - 1} = \frac{41,2 - 28,5}{3} = 4,23 \text{ (млн ткм)};$$

$$\bar{A} = \frac{4,23}{13,1} = 0,3229 \text{ (млн ткм)}, \text{ или } 322,9 \text{ (тыс. ткм)}.$$

6. В табл. 9.7 представлены данные по транспортировке грузов по магистральным трубопроводам России.

Таблица 9.7

| Вид груза     | Единица измерения  | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------|--------------------|---------|---------|---------|
| Нефть         | млн т              | 281,5   | 283,8   | 282,0   |
| Нефтепродукты | млн т              | 20,4    | 22,1    | 20,9    |
| Газ           | млн м <sup>3</sup> | 601 875 | 600 000 | 608 750 |

Определите:

- 1) общий объем грузов, перекачанных трубопроводами России за каждый год;
- 2) среднегодовой абсолютный прирост объема перекачанных грузов.

РЕШЕНИЕ:

1. Для определения общего объема перекачанных грузов необходимо перекачку газа выразить в весовых единицах, для чего используется соотношение: 1000 м<sup>3</sup> газа = 0,8 т.

Тогда перекачка газа следующая, млн т:

$$2008 \text{ г.} - \frac{601875 \cdot 800}{1000000} = 481,5 \text{ (1 млн м}^3 \text{ газа} = 800 \text{ т)};$$

$$2009 \text{ г.} - \frac{600000 \cdot 800}{1000000} = 480,0;$$

$$2010 \text{ г.} - \frac{608750 \cdot 800}{1000000} = 487,0.$$

Общий объем перекачанных грузов составляет, млн т:

$$2008 \text{ г.} - Q_1 = 281,5 + 20,4 + 481,5 = 783,4;$$

$$2009 \text{ г.} - Q_2 = 283,8 + 22,1 + 480,0 = 785,9;$$

$$2010 \text{ г.} - Q_3 = 282,0 + 20,9 + 487,0 = 789,9.$$

2. Среднегодовой абсолютный прирост объема перекачанных грузов:

$$\bar{\Delta} = \frac{Q_3 - Q_1}{n - 1} = \frac{789,9 - 783,4}{2} = 3,25 \text{ (млн ткм);}$$

7. Межпристанская корреспонденция грузов за отчетный период характеризуется следующими данными, тыс. т (табл. 9.8).

Таблица 9.8

|                      | Пристань назначения | А   | Б   | В  | Г   | Эксплуатационное расстояние между пристанями, км |
|----------------------|---------------------|-----|-----|----|-----|--------------------------------------------------|
| Пристань отправления | А                   | –   | 128 | 95 | 115 | –                                                |
|                      | Б                   | 150 | –   | 74 | 56  | 185                                              |
|                      | В                   | 112 | 78  | –  | 108 | 102                                              |
|                      | Г                   | 145 | 38  | 48 | –   | 200                                              |

Определите на основе приведенных данных:

- 1) отправление грузов каждой пристанью;
- 2) прибытие грузов на каждую пристань;
- 3) густоту перевозок по участкам реки для каждого направления (вниз: А – Г; вверх: Г – А);
- 4) среднюю густоту перевозок по направлениям.

#### РЕШЕНИЕ

1. Отправление грузов каждой пристанью, тыс. т:

пристань А –  $Q_0 = 128 + 95 + 115 = 338$ ;

пристань Б –  $Q_0 = 150 + 74 + 56 = 280$ ;

пристань В –  $Q_0 = 112 + 78 + 108 = 298$ ;

пристань Г –  $Q_0 = 145 + 38 + 108 = 231$ .

2. Прибытие грузов на каждую пристань, тыс. т:

пристань А –  $Q_{II} = 150 + 112 + 145 = 407$ ;

пристань Б –  $Q_{II} = 128 + 78 + 38 = 244$ ;

пристань В –  $Q_{II} = 95 + 74 + 48 = 217$ ;

пристань Г –  $Q_{II} = 115 + 56 + 108 = 279$ .

3. Густота перевозок по участкам определяется по вспомогательной таблице (табл. 9.9).

Таблица 9.9

| Участки реки             | Густота перевозок, тыс. т     |
|--------------------------|-------------------------------|
| <i>Направление А – Г</i> |                               |
| А – Б                    | $128 + 95 + 115 = 338$        |
| Б – В                    | $338 - 128 + (74 + 56) = 340$ |
| В – Г                    | $340 - (95 + 74) + 108 = 279$ |
| <i>Направление Г – А</i> |                               |
| Г – В                    | $45 + 38 + 48 = 231$          |
| В – Б                    | $231 - 48 + (112 + 78) = 373$ |
| Б – А                    | $373 - (38 + 78) + 150 = 407$ |

4. Средняя густота перевозок по направлениям определяется по формуле:

$$\bar{f}_{\Gamma} = \frac{P}{L_{\Theta}}.$$

По направлению А – Г:

$$\bar{f}_{\Gamma} = \frac{338 \cdot 185 + 340 \cdot 102 + 279 \cdot 200}{185 + 102 + 200} = 314,2 \text{ т.}$$

По направлению Г – А:

$$\bar{f}_{\Gamma} = \frac{231 \cdot 200 + 373 \cdot 102 + 407 \cdot 185}{200 + 102 + 185} = 327,6 \text{ т.}$$

8. Отправление и прибытие груза по району характеризуются следующими данными, тыс. т (табл. 9.10).

Таблица 9.10

| Вид транспорта  | Отправление груза |                                      | Прибытие груза |                                      |
|-----------------|-------------------|--------------------------------------|----------------|--------------------------------------|
|                 | всего             | в том числе внутрирайонные перевозки | всего          | в том числе внутрирайонные перевозки |
| Железнодорожный | 700               | 420                                  | 820            | 730                                  |
| Автомобильный   | 120               | 100                                  | 180            | 110                                  |
| Речной          | 215               | 210                                  | 210            | 200                                  |

Определите:

- 1) транспортный баланс района;
- 2) удельный вес каждого вида транспорта по ввозу и вывозу для данного района.

РЕШЕНИЕ:

1. Для расчета транспортного баланса используется таблица следующего вида (табл. 9.11).

Таблица 9.11

| Вид транспорта  | Отправлено груза, тыс. т |                               |            | Прибыло груза, тыс. т |                               |            | Транспорт-<br>ный баланс |
|-----------------|--------------------------|-------------------------------|------------|-----------------------|-------------------------------|------------|--------------------------|
|                 | все-<br>го               | в том числе                   |            | все-<br>го            | в том числе                   |            |                          |
|                 |                          | внутрирайон-<br>ные перевозки | вы-<br>воз |                       | внутрирайон-<br>ные перевозки | вы-<br>воз |                          |
| Железнодорожный | 700                      | 420                           | 280        | 820                   | 730                           | 90         | -120                     |
| Автомобильный   | 120                      | 100                           | 20         | 180                   | 110                           | 70         | -60                      |
| Речной          | 215                      | 110                           | 105        | 210                   | 200                           | 10         | +5                       |
| Итого:          | 1035                     | 630                           | 405        | 1210                  | 1040                          | 170        | -175                     |

Графа (транспортный баланс) определяется по схеме: отправлено (внутрирайонные перевозки + вывоз) – прибыло (внутрирайонные перевозки + ввоз) – транспортное сальдо.

2. Удельный вес каждого вида транспорта по ввозу и вывозу следующий (табл. 9.12);

Таблица 9.12

| Вид транспорта  | Ввоз   |                 | Вывоз  |                 |
|-----------------|--------|-----------------|--------|-----------------|
|                 | тыс. т | удельный вес, % | тыс. т | удельный вес, % |
| Железнодорожный | 90     | 52,9            | 280    | 69,2            |
| Автомобильный   | 70     | 41,2            | 20     | 4,9             |
| Речной          | 10     | 5,9             | 105    | 25,9            |
| <b>Итого:</b>   | 170    | 100,0           | 405    | 100,0           |

9. Отправление пассажиров в местном сообщении за ответный период характеризуется следующими данными, тыс. чел. (табл. 9.13).

Таблица 9.13

|                     | Станция назначения | I  | II | III | IV | V  | Тарифное расстояние между смежными станциями, км |
|---------------------|--------------------|----|----|-----|----|----|--------------------------------------------------|
| Станция отправления | I                  | –  | 30 | 18  | 48 | 20 | –                                                |
|                     | II                 | 15 | –  | 20  | 35 | 30 | 300                                              |
|                     | III                | 16 | 8  | –   | 28 | 10 | 250                                              |
|                     | IV                 | 20 | 16 | 25  | –  | 8  | 150                                              |
|                     | V                  | 22 | 10 | 15  | 30 | –  | 200                                              |

Определите:

- 1) количество отправленных пассажиров;
- 2) объем выполненной транспортной работы.

**РЕШЕНИЕ:**

1. Общее число отправленных пассажиров определяется путем суммирования числа пассажиров, отправленных каждой станцией:

$$Q_{O_I} = 30 + 18 + 48 + 20 = 116 \text{ (тыс. чел.)};$$

$$Q_{O_{II}} = 15 + 20 + 35 + 30 = 100 \text{ (тыс. чел.)};$$

$$Q_{O_{III}} = 16 + 8 + 28 + 10 = 62 \text{ (тыс. чел.)};$$

$$Q_{O_{IV}} = 20 + 16 + 25 + 8 = 69 \text{ (тыс. чел.)};$$

$$Q_{O_V} = 22 + 10 + 15 + 30 = 77 \text{ (тыс. чел.)}.$$

Общее число отправленных пассажиров:  $Q_O = 424$  тыс. чел.

2. Объем выполненной транспортной работы (пассажирооборот) определяется по формуле:

$$ПКМ_M = \sum P_{Mi} \cdot l_{Mi},$$

где  $P_{Mi}$  – число пассажиров, отправленных в местном сообщении от  $k$ -й до  $i$ -й станции;

$l_{Mi}$  – тарифное расстояние от  $k$ -й до  $i$ -й станции, км.

Объем транспортной работы при перевозке пассажиров, отправленных от станций, составил:

- от первой станции:

$$ПКМ_1 = 30 \cdot 300 + 18 \cdot (300 + 250) + 48 \cdot (300 + 250 + 150) + 20 \cdot (300 + 250 + 150 + 200) = 70500 \text{ (пасс. км);}$$

- от второй станции

$$ПКМ_2 = 15 \cdot 300 + 20 \cdot 250 + 35 \cdot (250 + 150) + 30 \cdot (250 + 150 + 200) = 41500 \text{ (пасс. км);}$$

- от третьей станции:

$$ПКМ_3 = 16 \cdot (250 + 300) + 8 \cdot 250 + 28 \cdot 150 + 10 \cdot (150 + 200) = 18500 \text{ (пасс. км);}$$

- от четвертой станции:

$$ПКМ_4 = 20 \cdot (150 + 250 + 300) + 16 \cdot (150 + 250) + 25 \cdot 150 + 8 \cdot 200 = 25750 \text{ (пасс. км);}$$

- от пятой станции:

$$ПКМ_5 = 22 \cdot (200 + 150 + 250 + 300) + 10 \cdot (200 + 150 + 250) + 15 \cdot (200 + 150) + 30 \cdot 200 = 37050 \text{ (пасс. км).}$$

Общий объем транспортной работы, выполненный при перевозке пассажиров в местном сообщении, составил:

$$ПКМ_M = ПКМ_1 + ПКМ_2 + ПКМ_3 + ПКМ_4 + ПКМ_5 = 70\,500 + 41\,500 + 18\,500 + 25\,750 + 37\,050 = 193\,300 \text{ (пасс. км).}$$

**10.** По предприятиям городского электрического транспорта за отчетный месяц имеются следующие данные по перевозкам пассажиров:

- сумма выручки от продажи разовых билетов – 10 308 тыс. руб. (при тарифе за одну пассажиропоездку равном 1,5 руб.);
- реализовано месячных абонементных билетов – 8500 (при среднем числе пассажиропоездов на один билет за месяц 75);
- число лиц, имеющих удостоверение на право бесплатного проезда, – 48 500 (при среднем числе пассажиропоездов за месяц 50);
- среднее расстояние перевозки одного пассажира, установленное на основе специального обследования, – 6,8 км.

*Определите:*

- 1) число перевезенных пассажиров;
- 2) объем выполненной транспортной работы.

**РЕШЕНИЕ:**

1. Число перевезенных пассажиров:  $\Pi = \Pi_1 + \Pi_3 + \Pi_4$  (см. определение объемных показателей на городском пассажирском электрическом транспорте).

$$\Pi = (10308000 / 1,5) \cdot 8500 \cdot 75 + 48\,500 \cdot 50 = 6872000 + 637500 + 2425000 = 9934500, \text{ или } 9934,5 \text{ тыс. чел.}$$

2. Объем выполненной транспортной работы:

$$ПКМ = \Pi - \bar{l} = 9934,5 \cdot 6,8 = 67554,6 \text{ (тыс. пасс. км).}$$

**11.** Перевозки пассажиров электрическим транспортом в городе выполняются тремя предприятиями. Общие результаты их работы за отчетный год следующие: общее число перевезенных пассажиров – 389,0 тыс. чел.; объем выполненной транспортной работы – 1638,4 млн пасс. км; количество место-километров работы составило: предприятие первое – 570150 тыс.; предприятие второе – 312754 тыс.; предприятие третье – 215913 тыс.

Определите объемные показатели по перевозкам для каждого предприятия (число перевезенных пассажиров, пассажирооборот).

**РЕШЕНИЕ:**

Распределение объемных показателей между предприятиями осуществляется пропорционально количеству место-километров работы подвижного состава. Для этого определяется удельный вес каждого предприятия в общем количестве выполненных место-километров работы подвижного состава.

В табл. 9.14 представлен удельный вес предприятий.

Таблица 9.14

| № предприятия | Количество место-километров, тыс. | Удельный вес по количеству место-километров, % |
|---------------|-----------------------------------|------------------------------------------------|
| 1             | 570150                            | 51,9                                           |
| 2             | 312754                            | 28,5                                           |
| 3             | 215913                            | 19,6                                           |
| <b>Итого:</b> | 1098 817                          | 100,0                                          |

Результаты работы предприятий по перевозкам представлены в табл. 9.15.

Таблица 9.15

| № предприятия | Перевезено пассажиров, тыс. чел.    | Выполнено пассажиро-километров, млн  |
|---------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1             | $\Pi_1 = 389,0 \cdot 0,519 = 201,9$ | $ПКМ_1 = 1638,4 \cdot 0,519 = 850,3$ |
| 2             | $\Pi_2 = 389,0 \cdot 0,285 = 110,9$ | $ПКМ_2 = 1638,4 \cdot 0,285 = 467,0$ |
| 3             | $\Pi_3 = 389,0 \cdot 0,196 = 76,2$  | $ПКМ_3 = 1638,4 \cdot 0,196 = 321,1$ |
| <b>Итого:</b> | 389,0                               | 1638,4                               |

**12.** По грузовому автотранспортному предприятию имеются следующие данные об объеме перевозок по договорной клиентуре (табл. 9.16).

Таблица 9.16

| Наименование клиента             | Объем перевозки грузов, тыс. т  |            |
|----------------------------------|---------------------------------|------------|
|                                  | план в соответствии с договором | фактически |
| Строительно-монтажное управление | 20,4                            | 18,7       |
| Завод железобетонных конструкций | 32,8                            | 34,5       |
| Кирпичный завод                  | 8,0                             | 8,2        |

Определите:

- 1) процент выполнения плана по каждому грузоотправителю и в целом по предприятию;
- 2) процент выполнения плана по договорным обязательствам в целом по предприятию.

РЕШЕНИЕ:

1. Процент выполнения плана по грузоотправителям определяются по формуле:

$$\frac{Q_{\phi}}{Q_{ПЛ}} \cdot 100,$$

где  $Q_{\phi}$  и  $Q_{ПЛ}$  – объем перевозок в отчетном периоде, соответственно, фактический и по плану.

Строительно-монтажное управление:

$$\frac{18,7}{20,4} \cdot 100 = 91,7 \% \text{ (план недовыполнен на 8,3 \%);}$$

• завод железобетонных конструкций:

$$\frac{34,5}{32,8} \cdot 100 = 105,2 \% \text{ (план перевыполнен на 5,2 \%);}$$

• кирпичный завод:

$$\frac{8,2}{8,0} \cdot 100 = 102,5 \% \text{ (план перевыполнен на 2,5 \%).}$$

Процент выполнения плана в целом по предприятию составил:

$$\frac{\sum Q_{\phi}}{\sum Q_{ПЛ}} \cdot 100 = \frac{18,7 + 34,5 + 8,2}{20,4 + 32,8 + 8,0} \cdot 100 = \frac{61,4}{61,2} \cdot 100 = 100,3 \% \text{ (выполнен на 0,3 \%)}.$$

2. Процент выполнения плана по договорным обязательствам ( $I_{до}$ ) исчисляется по формуле:

$$I_{до} = \frac{\sum Q_{ПЛ} - \sum Q_H}{\sum Q_{ПЛ}} \cdot 100,$$

где  $Q_H$  – недовыполненный объем перевозок по каждому грузоотправителю в соответствии с договором:

$$\sum Q_{ПЛ} = 20,4 + 32,8 + 8,0 = 61,2;$$

$$\Sigma Q_H = 20,4 - 18,7 = 1,7;$$

$$I_{до} = \frac{61,2 - 1,7}{61,2} \cdot 100 = \frac{59,9}{61,2} \cdot 100 = 9,7 \text{ (план по объему перевозок с учетом дого-}$$

ворных обязательств недовыполнен на 2,8 %).

По отделению дороги за первую декаду отчетного месяца имеются следующие данные об объеме отправок груза (табл. 9.17).

Таблица 9.17

| Дни месяца | Отправка груза, тыс. т |                 |         |                 |
|------------|------------------------|-----------------|---------|-----------------|
|            | план                   |                 | отчет   |                 |
|            | на день                | с начала месяца | на день | с начала месяца |
| 1          | 20,5                   | 20,5            | 18,0    | 18,0            |
| 2          | 20,5                   | 41,0            | 16,0    | 34,0            |
| 3          | 22,0                   | 63,0            | 21,8    | 55,8            |
| 4          | 22,0                   | 85,0            | 24,5    | 80,3            |
| 5          | 22,0                   | 107,0           | 23,7    | 104,0           |
| 6          | 22,5                   | 129,5           | 24,0    | 128,0           |
| 7          | 23,0                   | 152,5           | 25,4    | 153,4           |
| 8          | 23,0                   | 175,5           | 23,0    | 176,4           |
| 9          | 23,0                   | 198,5           | 22,8    | 199,2           |
| 10         | 23,0                   | 221,5           | 24,0    | 223,2           |

Общий объем отправок по плану на отчетный месяц равен 680 тыс. т.

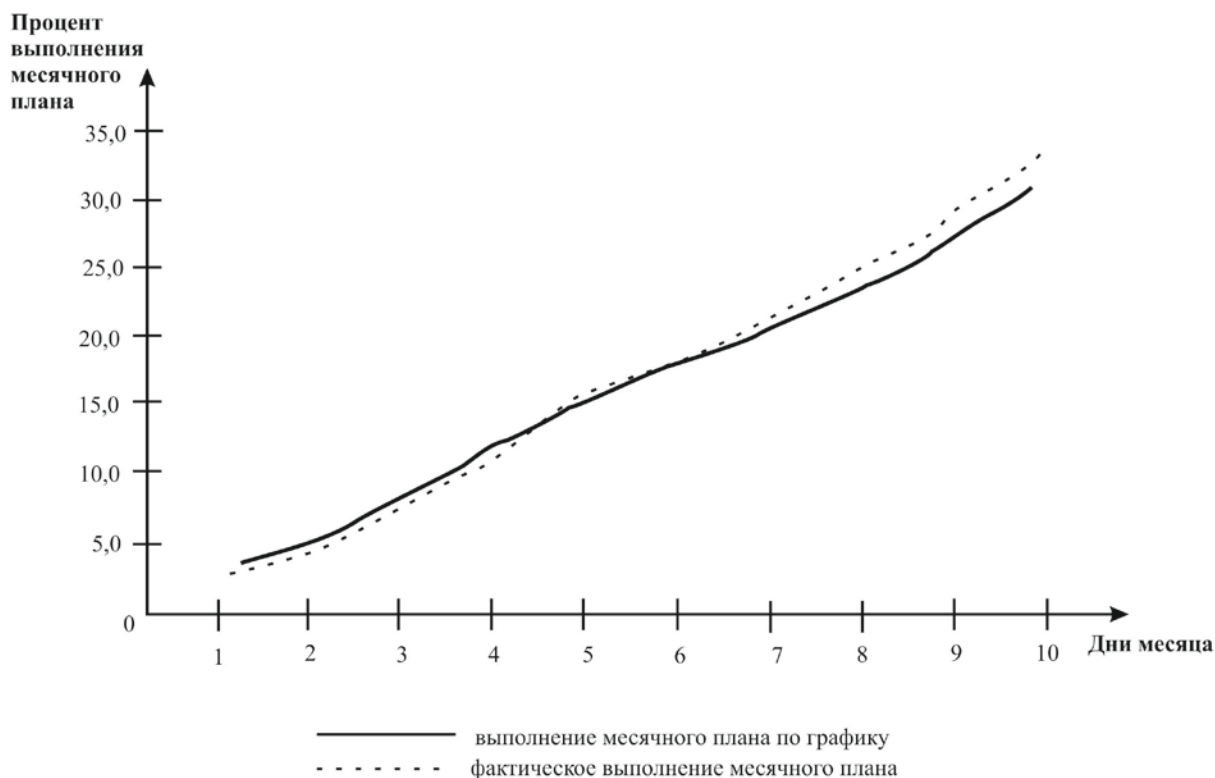
*Определите* на основе приведенных данных, насколько ритмично проходила работа отделения дороги, используя предлагаемые в практике показатели.

#### РЕШЕНИЕ:

Для контроля за ритмичностью работы на предприятиях проводится ежедневное сопоставление фактического выполнения месячного плана (нарастающим итогом) с выполнением месячного плана по графику работы. Эти данные представляются в виде линейной диаграммы (рис. 9.4). Данные по выполнению месячного плана по отделению дороги представлены в табл. 9.18.

Таблица 9.18

| Дни<br>месяца | Выполнение месячного плана, % |            | Дни<br>месяца | Выполнение месячного плана, % |            |
|---------------|-------------------------------|------------|---------------|-------------------------------|------------|
|               | по графику                    | фактически |               | по графику                    | фактически |
| 1             | 3,0                           | 2,6        | 6             | 19,0                          | 18,8       |
| 2             | 6,0                           | 5,0        | 7             | 22,4                          | 22,6       |
| 3             | 9,3                           | 8,2        | 8             | 25,8                          | 25,9       |
| 4             | 12,5                          | 11,8       | 9             | 29,2                          | 29,3       |
| 5             | 15,7                          | 15,3       | 10            | 32,6                          | 32,8       |



**Рис. 9.4.** Выполнение месячного плана по отправкам груза

Сопоставление линии фактического выполнения месячного плана с линией плана-графика позволяет сделать вывод, что работа отделения дороги за первые шесть дней декады проходила недостаточно ритмично, так как фактический процент выполнения месячного плана был ниже предусмотренного графиком. Однако в последующие четыре дня отделению дороги удалось ликвидировать отставание от плана.

Для сравнения ритмичности работы данного отделения дороги с другими отделениями целесообразно использовать коэффициент ритмичности или число аритмичности.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### ЗАДАЧА 9.1

По станциям отделения железной дороги имеются следующие данные по перевозке грузов за отчетный месяц.

| № стан-<br>станции<br>отделе-<br>ния<br>дороги | Принято грузов, тыс. т |                                              |                              |                           |                                   | Сдано грузов, тыс. т |                                    |                               |
|------------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------|------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|----------------------|------------------------------------|-------------------------------|
|                                                | от кли-<br>ентуры      | от дру-<br>гих ви-<br>дов<br>транс-<br>порта | от ино-<br>странных<br>дорог | от со-<br>седних<br>дорог | от новостро-<br>ящихся ли-<br>ний | клиен-<br>туре       | другим<br>видам<br>транс-<br>порта | иностран-<br>ным доро-<br>гам |
| 1                                              | 520                    | 150                                          | 30                           | —                         | —                                 | 300                  | 55                                 | 10                            |
| 2                                              | 480                    | 55                                           | —                            | 120                       | —                                 | 290                  | 110                                | —                             |
| 3                                              | 250                    | 38                                           | —                            | —                         | 80                                | 320                  | 52                                 | —                             |
| 4                                              | 675                    | 290                                          | —                            | —                         | —                                 | 810                  | 180                                | —                             |
| 5                                              | 295                    | 138                                          | —                            | —                         | —                                 | 190                  | 212                                | —                             |

Определите в целом по отделению дороги следующие показатели:

- а) отправлено грузов;
- б) прибыло грузов;
- в) перевезено грузов.

### ЗАДАЧА 9.2

По отделению железной дороги имеются следующие данные по перевозке грузов за первый квартал текущего года:

| № станции отделения дороги | Принято грузов, млн т |                            |                      |                   |                         | Сдано грузов, млн т |                         |                     |                              |                       |
|----------------------------|-----------------------|----------------------------|----------------------|-------------------|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|------------------------------|-----------------------|
|                            | от клиентуры          | от других видов транспорта | от иностранных дорог | от соседних дорог | от новостроящихся линий | клиентуре           | другим видам транспорта | иностранным дорогам | на линии другой ширины колеи | новостроящимся линиям |
| 1                          | 14,2                  | 5,7                        | –                    | 1,1               | 0,7                     | 15,4                | 7,2                     | –                   | 0,8                          | 2                     |
| 2                          | 8,9                   | 4,1                        | –                    | –                 | –                       | 5,9                 | 3,8                     | –                   | –                            | –                     |
| 3                          | 11,4                  | 7,3                        | 1,8                  | –                 | 0,9                     | 12,3                | 5,9                     | 0,9                 | –                            | 1,4                   |

Определите в целом по всем отделениям следующие показатели:

- а) отправлено грузов;
- б) прибыло грузов;
- в) перевезено грузов.

### ЗАДАЧА 9.3

По отделениям дороги имеются следующие данные по перевозке грузов за март:

| № станции отделения дороги | Принято грузов, тыс. т |                            |                      |                   | Сдано грузов, тыс. т |                         |                    |
|----------------------------|------------------------|----------------------------|----------------------|-------------------|----------------------|-------------------------|--------------------|
|                            | от клиентуры           | от других видов транспорта | от иностранных линий | от соседних дорог | клиентуре            | другим видам транспорта | иностранным линиям |
| 1                          | 14                     | 10                         | 4                    | –                 | 12                   | 11                      | 5                  |
| 2                          | 12                     | 22                         | –                    | –                 | 13                   | 19                      | –                  |
| 3                          | 16                     | 8                          | –                    | 32                | 17                   | 10                      | –                  |

Объем перевезенных грузов за предыдущие два месяца составил: в январе – 100 тыс. т, феврале – 110 тыс. т.

Определите:

- а) в целом по дороге за март следующие показатели: «отправлено», «прибыло» и «перевезено грузов»;
- б) среднемесячные показатели динамики по объему перевезенных грузов.

### ЗАДАЧА 9.4

В таблице представлена межстанционная корреспонденция грузов за отчетный месяц, тыс. т.

| <div>Станция назначения</div> <div>Станция отправления</div> | А   | Б   | В  | Г   | Эксплуатационное расстояние между станциями, км |
|--------------------------------------------------------------|-----|-----|----|-----|-------------------------------------------------|
| А                                                            | –   | 110 | 95 | 60  | –                                               |
| Б                                                            | 120 | –   | 68 | 85  | 180                                             |
| В                                                            | 84  | 58  | –  | 130 | 210                                             |
| Г                                                            | 115 | 40  | 50 | –   | 380                                             |

На основе приведенных данных определите:

- отправление грузов каждой станцией;
- прибытие грузов на каждую станцию;
- густоту перевозок по перегонам для каждого направления.

### ЗАДАЧА 9.5

Межстанционная корреспонденция грузов за отчетный период характеризуется следующими данными, тыс. т:

| <div>Станция назначения</div> <div>Станция отправления</div> | А   | Б   | В   | Г   | Д  | Эксплуатационное расстояние между станциями, км |
|--------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|----|-------------------------------------------------|
| А                                                            | –   | 230 | 100 | 150 | 90 | –                                               |
| Б                                                            | 235 | –   | 150 | 90  | 87 | 80                                              |
| В                                                            | 160 | 80  | –   | 60  | 90 | 115                                             |
| Г                                                            | 215 | 86  | 110 | –   | 60 | 190                                             |
| Д                                                            | 140 | 130 | 170 | 60  | –  | 110                                             |

На основе данных определите:

- густоту перевозок по перегонам для каждого направления;
- среднюю густоту перевозок по направлениям.

### ЗАДАЧА 9.6

Работа дороги за ноябрь характеризуется следующими данными:

| Вид сообщения | Объем перевозки, тыс. т |       | Грузооборот, млн тк |       |
|---------------|-------------------------|-------|---------------------|-------|
|               | план                    | отчет | план                | отчет |
| Местное       | 280                     | 300   | 126                 | 144   |
| Прямое        | 120                     | 110   | 219,6               | 231   |

Определите:

- абсолютное изменение грузооборота в целом по дороге за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки одной тонны груза и количества перевезенных тонн);
- абсолютное изменение грузооборота по каждому виду сообщения за счет отдельных факторов, указанных в пункте а);
- относительное и абсолютное изменения средней дальности перевозки одной тонны груза в целом по дороге за счет: изменения средней дальности перевозки одной тонны груза по видам сообщения; изменения структуры в объеме перевозок.

Сформулируйте выводы.

### ЗАДАЧА 9.7

Объем грузооборота по отделению дороги в 2007 г. составил 3,8 млрд. ткм. Ежегодные темпы прироста объема работы с переменной базой составили: в 2008 г. – повышение на 3,1 %, в 2009 г. – снижение на 1,4 %. Определите ежегодное и среднегодовое абсолютное изменение объема грузооборота.

### ЗАДАЧА 9.8

Междорожная корреспонденция грузов за отчетный месяц следующая, тыс. т:

| <div>Дорога назначения<br/>Дорога отправления</div> | 1   | 2   | 3  | 4   |
|-----------------------------------------------------|-----|-----|----|-----|
| 1                                                   | 280 | 170 | 70 | 120 |
| 2                                                   | 110 | 78  | 55 | 80  |
| 3                                                   | 70  | 100 | 60 | 110 |
| 4                                                   | 200 | 68  | 50 | 50  |

Определите:

- а) общий размер отправленного груза;
- б) размер ввоза;
- в) размер внутридорожного обмена.

### ЗАДАЧА 9.9

Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью 7,0 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна ездка с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузка и выгрузка в них характеризуются следующими данными:

| № пункта | Количество тонн |            | Расстояние между последовательными пунктами, км |
|----------|-----------------|------------|-------------------------------------------------|
|          | погружено       | разгружено |                                                 |
| 1        | 6,5             | –          | –                                               |
| 2        | 3,5             | 4          | 20,5                                            |
| 3        | 1               | 1,5        | 18                                              |
| 4        | 6               | 5,2        | 42,5                                            |
| 5        | 3               | 2          | 15                                              |
| 6        | –               | 7,3        | 10                                              |

Определите количество перевезенных тонн груза и объем грузооборота, которые следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

### ЗАДАЧА 9.10

По грузовому автотранспортному предприятию имеются следующие данные о перевозке грузов за отчетный год:

| Вид грузов                 | Объем перевозки, тыс. т |       | Грузооборот, тыс. ткм |        |
|----------------------------|-------------------------|-------|-----------------------|--------|
|                            | план                    | отчет | план                  | отчет  |
| Кирпич                     | 265                     | 280,8 | 10600                 | 14040  |
| Песок                      | 106                     | 129,6 | 1060                  | 1036,8 |
| Железобетонные конструкции | 519,4                   | 507,6 | 10388                 | 11421  |
| Пиломатериалы              | 169,6                   | 162   | 5088                  | 5670   |

*Определите:*

а) абсолютное изменение грузооборота в целом по предприятию за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки одной тонны груза и количества перевезенных тонн);

б) абсолютное изменение грузооборота по каждому виду сообщения за счет отдельных факторов, указанных в пункте а);

в) относительное и абсолютное изменения средней дальности перевозки одной тонны груза в целом по дороге за счет: изменения средней дальности перевозки одной тонны груза по видам сообщения, изменения структуры в объеме перевозок.

### ЗАДАЧА 9.11

Перевозка груза выполняется автомобилем грузоподъемностью 9,0 т. По пути следования автомобиль нагружают и разгружают в нескольких пунктах (выполняется одна ездка с заездами). Расстояние между пунктами заезда, погрузка и выгрузка в них характеризуются следующими данными:

| № пункта | Количество тонн |            | Расстояние между последовательными пунктами, км |
|----------|-----------------|------------|-------------------------------------------------|
|          | погружено       | разгружено |                                                 |
| 1        | 8,5             | –          | –                                               |
| 2        | 3,5             | 3          | 16                                              |
| 3        | 5,2             | 6          | 21                                              |
| 4        | 2,7             | 2          | 18,5                                            |
| 5        | 2               | 4,8        | 15,8                                            |
| 6        | 2,5             | 1,5        | 10,5                                            |
| 7        | 3,4             | 2          | 13,2                                            |
| 8        | –               | 8,5        | 24                                              |

Определите количество перевезенных тонн груза и объем грузооборота, которые следует записать в путевом листе грузового автомобиля.

### ЗАДАЧА 9.12

Имеются следующие данные о результатах работы грузового автотранспортного предприятия за отчетный год:

а) по сдельным автомобилям (работающим по тарифу за перевезенную тонну) объем перевозки составил 3850 тыс. т, грузооборот – 68350 тыс. ткм;

б) по повременным автомобилям (работающим по часовому тарифу) общий пробег – 1380 тыс. км при съемной грузоподъемности 8,3 т, принятый коэффициент использования пробега –  $\beta = 0,5$ ; принятый коэффициент использования грузоподъемности –  $\gamma = 0,8$  при средней дальности перевозки одной тонны груза (определенный на основе специального обследования) 24,5 км.

Определите годовой объем транспортной работы в приведенных тонно-километрах и годовой объем перевозок в приведенных тоннах.

### ЗАДАЧА 9.13

Определите по грузовому автотранспорту предприятия неизвестные уровни объема перевезенного груза за два года, предполагая линейное изменение отчетных данных:

|                         |      |      |      |      |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Год                     | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Объем перевозки, тыс. т | 900  |      |      | 1080 |

**ЗАДАЧА 9.14**

По предприятию речного транспорта имеются следующие данные о перевозках груза за отчетный период:

| № пристани | Принято грузов, тыс. т |                               |                            |                               |                                      |                               | Сдано грузов, тыс. т |                         |
|------------|------------------------|-------------------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|----------------------|-------------------------|
|            | от клиентуры           |                               | от других видов транспорта |                               | входных грузов от других предприятий |                               | клиентуре            | другим видам транспорта |
|            | всего                  | в том числе отправлено в рейс | всего                      | в том числе отправлено в рейс | всего                                | в том числе отправлено в рейс |                      |                         |
| 1          | 110                    | 108                           | 75                         | 70                            | –                                    | –                             | 102                  | 65                      |
| 2          | 85                     | 85                            | 68                         | 62                            | –                                    | –                             | 114                  | 58                      |
| 3          | 95                     | 90                            | 80                         | 74                            | –                                    | –                             | –                    | –                       |
| 4          | 104                    | 98                            | 40                         | 38                            | –                                    | –                             | 89                   | 35                      |
| 5          | 112                    | 110                           | 55                         | 55                            | 115                                  | 115                           | 107                  | 106                     |

Определите в целом по предприятию следующие показатели:

- отправлено грузов – всего, в том числе чистое отправление;
- прибыло грузов;
- перевезено грузов.

**ЗАДАЧА 9.15**

Межпристанская корреспонденция грузов за отчетный период характеризуется следующими данными, тыс. т.

| Пристань назначения<br>Пристань отправления | А  | Б  | В  | Г  | Д  | Эксплуатационное расстояние между станциями, млн км |
|---------------------------------------------|----|----|----|----|----|-----------------------------------------------------|
| А                                           | –  | 96 | 48 | 48 | 63 | –                                                   |
| Б                                           | 84 | –  | 75 | 37 | 74 | 87                                                  |
| В                                           | 48 | 67 | –  | 56 | 46 | 102                                                 |
| Г                                           | 64 | 38 | 47 | –  | 58 | 64                                                  |
| Д                                           | 90 | 19 | 18 | 24 | –  | 50                                                  |

Определите на основе приведенных данных:

- отправление грузов каждой пристанью;
- прибытие грузов на каждую пристань;
- густоту перевозок по участкам реки для каждого направления (вверх, вниз);
- среднюю густоту перевозок по направлениям.

**ЗАДАЧА 9.16**

По пароходству за второй квартал имеются следующие данные о перевозке грузов:

|                     | Объем перевозок, тыс. т |       | Грузооборот, млн ткм |        |
|---------------------|-------------------------|-------|----------------------|--------|
|                     | план                    | отчет | план                 | отчет  |
| Всего грузов        | 12800                   | 13000 | 7032,2               | 7403,2 |
| В том числе:        |                         |       |                      |        |
| Лес в плотках       | 3100                    | 3400  | 1187,3               | 1166,2 |
| Сухогрузы           | 6590                    | 6300  | 2734,9               | 2772,0 |
| Нефтеналивные грузы | 3110                    | 3300  | 3110,0               | 3456,0 |

Определите в целом и по пароходству:

- а) выполнение плана по объему перевозок, по грузообороту и средней дальности перевозок одной тонны груза;
- б) абсолютное изменение грузооборота по сравнению с планом за счет отдельных факторов (средней дальности перевозки одной тонны груза и объема перевозки);
- в) плановую и фактическую структуру перевезенных грузов (результат оформите в виде таблицы, расчет – в процентах с точностью до 0,1).

### ЗАДАЧА 9.17

Перевозка грузов по пароходству характеризуется следующими данными:

| Вид техники движения          | План                    |                                                   | Фактически              |                                                   |
|-------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------|
|                               | объем перевозки, тыс. т | средняя дальность перевозки одной тонны груза, км | объем перевозки, тыс. т | средняя дальность перевозки одной тонны груза, км |
| Самоходные сухогрузные суда   | 5400                    | 830                                               | 5950                    | 838                                               |
| Несамоходные сухогрузные суда | 8300                    | 395                                               | 8010                    | 412                                               |
| Самоходные нефтеналивные суда | 707                     | 1085                                              | 812                     | 1089                                              |
| Грузопассажирские суда        | 2010                    | 540                                               | 2154                    | 705                                               |

Определите в целом по пароходству:

- а) процент выполнения плана по объему грузооборота;
- б) абсолютные изменения грузооборота за счет отдельных факторов (средней дальности перевозки одной тонны груза, количества перевезенных тонн).

### ЗАДАЧА 9.18

Перевозка грузов по пароходству характеризуется следующими данными:

| Вид техники движения          | Июль                    |                                                   | Август                  |                                                   |
|-------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------|
|                               | объем перевозки, тыс. т | средняя дальность перевозки одной тонны груза, км | объем перевозки, тыс. т | средняя дальность перевозки одной тонны груза, км |
| Самоходные сухогрузные суда   | 548                     | 825                                               | 608                     | 835                                               |
| Несамоходные сухогрузные суда | 890                     | 410                                               | 900                     | 415                                               |
| Самоходные нефтеналивные суда | 68                      | 1045                                              | 85                      | 1090                                              |
| Грузопассажирские суда        | 200                     | 600                                               | 215                     | 705                                               |

Определите:

- а) динамику грузооборота по каждому виду техники движения;
- б) динамику грузооборота в целом по пароходству;
- в) динамику средней дальности перевозки одной тонны груза в целом по пароходству;
- г) относительное и абсолютное изменение средней дальности перевозки одной тонны груза в целом по пароходству за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки одной тонны груза, по видам техники движения и изменения структуры перевезенного груза).

### ЗАДАЧА 9.19

По двум предприятиям морского транспорта, входящим в фирму, имеются следующие данные за два года:

| № предприятия,<br>входящего<br>в фирму | Прошлый год                |                            | Отчетный год               |                            |
|----------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|                                        | объем перевозки,<br>тыс. т | грузооборот, млн<br>тмилль | объем перевозки,<br>тыс. т | грузооборот, млн<br>тмилль |
| 1                                      | 4910,0                     | 3928,0                     | 5000,0                     | 4050,0                     |
| 2                                      | 3700,0                     | 4070,0                     | 3600,0                     | 4320,0                     |

Определите в целом по фирме:

а) изменение объема перевозки, грузооборота и средней дальности перевозки одной тонны груза;

б) абсолютное изменение средней дальности перевозки одной тонны груза за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перевозки одной тонны груза по каждому предприятию и изменения в структуре перевозок).

### ЗАДАЧА 9.20

Транспортировка грузов по магистральным трубопроводам региона характеризуется следующими данными:

| Вид груза     | Единицы<br>измерения | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------|----------------------|---------|---------|---------|
| Нефть         | тыс. т               | 200,5   | 203,7   | 205,0   |
| Нефтепродукты | тыс. т               | 82,4    | 83,0    | 84,2    |
| Газ           | млн м <sup>3</sup>   | 15,0    | 16,0    | 16,5    |

Определите:

а) общий объем перекаченных грузов за каждый год;

б) среднегодовой темп прироста объема перекаченных грузов.

### ЗАДАЧА 9.21

Транспортировка грузов по магистральным трубопроводам России характеризуется следующими данными:

| Показатель               | 2008 г. | 2009 г. |
|--------------------------|---------|---------|
| Перекачено грузов, млн т | 785,8   | 789,8   |
| Грузооборот, млрд ткм    | 1844,0  | 1888,0  |

Определите:

а) абсолютное изменение грузооборота общее;

б) абсолютное изменение грузооборота за счет отдельных факторов (изменения средней дальности перекачки, изменения количества перекаченного груза).

### ЗАДАЧА 9.22

Перекачка газа магистральными трубопроводами в России характеризуется следующими данными:

| Показатель                | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Перекачено газа,<br>млн т | 473,8   | 481,5   | 480,0   | 487,0   |

Определите абсолютные приросты перекачки газа за каждый год, темпы роста с постоянной базой и среднегодовой абсолютный прирост, темп прироста за весь период.

### ЗАДАЧА 9.23

Транспортировка грузов по магистральным трубопроводам России характеризуется данными, млн т.

| Показатель    | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------|---------|---------|---------|
| Газ           | 481,5   | 450,0   | 487,0   |
| Нефть         | 281,5   | 283,8   | 282,0   |
| Нефтепродукты | 20,4    | 22,1    | 20,9    |

Определите в целом по магистральным трубопроводам среднегодовой темп прироста и среднее абсолютное значение 1 % прироста.

### ЗАДАЧА 9.24

По станциям отделения дороги имеются следующие данные по перевозке пассажиров за отчетный месяц:

| № станции<br>отделения<br>дороги | Число пассажиров, приобретших билет, тыс. чел. |                        |                       | Число принятых пассажиров<br>в прямом сообщении, тыс. чел. |         |
|----------------------------------|------------------------------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------|---------|
|                                  | в пригородном<br>сообщении                     | в местном<br>сообщении | в прямом<br>сообщении | ввоз                                                       | транзит |
| 1                                | 950                                            | 93                     | 70                    | 35                                                         | 18      |
| 2                                | 715                                            | 60                     | 48                    | 12                                                         | –       |
| 3                                | 230                                            | 87                     | 60                    | 5                                                          | –       |
| 4                                | 310                                            | –                      | –                     | –                                                          | –       |
| 5                                | 540                                            | 40                     | 20                    | 7                                                          | –       |

Определите по отделению дороги число отправленных и перевезенных пассажиров.

### ЗАДАЧА 9.25

Отправление пассажиров в местном сообщении за отчетный период характеризуется следующими данными, тыс. чел.:

| Станция<br>назначения<br>/ Станция<br>отправления | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Тарифное<br>расстояние между<br>станциями, км |
|---------------------------------------------------|----|----|----|----|----|-----------------------------------------------|
| 1                                                 | –  | 18 | 22 | 18 | 12 | –                                             |
| 2                                                 | 7  | –  | 6  | 10 | 12 | 270                                           |
| 3                                                 | 8  | 4  | –  | 4  | 5  | 320                                           |
| 4                                                 | 10 | 8  | 7  | –  | 3  | 180                                           |
| 5                                                 | 20 | 17 | 8  | 3  | –  | 250                                           |

Определите:

- количество отправленных пассажиров;
- объем выполненной транспортной работы.

### ЗАДАЧА 9.26

Отправление пассажиров в пригородном сообщении за отчетный период характеризуется следующими данными, тыс. чел.:

| Зона назначения<br>Зона отправления | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Тарифное расстояние между серединами сезонных зон, км |
|-------------------------------------|----|----|----|----|----|-------------------------------------------------------|
| 1                                   | –  | 20 | 50 | 68 | 35 | –                                                     |
| 2                                   | 12 | –  | 10 | 27 | 18 | 12                                                    |
| 3                                   | 15 | 7  | –  | 20 | 30 | 11                                                    |
| 4                                   | 40 | 30 | 17 | –  | 5  | 14                                                    |
| 5                                   | 70 | 60 | 20 | 8  | –  | 13                                                    |

Определите на основе приведенных данных:

- а) количество отправленных пассажиров;
- б) объем выполненной транспортной работы.

### ЗАДАЧА 9.27

Таблица характеризует данные по перевозкам пассажиров по видам транспорта общего пользования России, млн чел.

| Год                             | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Транспорт – всего, в том числе: | 45037   | 45304   | 45771,5 | 45119,3 |
| Железнодорожный                 | 1833    | 1663    | 1660    | 1471    |
| Автобусный                      | 22817   | 25185   | 23665   | 23103   |
| Таксомоторный                   | 66      | 43      | 33      | 24      |
| Трамвайный                      | 7564    | 7511    | 7481    | 7481    |
| Троллейбусный                   | 8547    | 8681    | 8813    | 8852    |
| Метрополитены                   | 4150    | 4173    | 4128    | 4146    |
| Морской                         | 3       | 2       | 1,5     | 1,3     |
| Внутренний водный               | 25      | 18      | 24      | 18      |
| Воздушный                       | 32      | 28      | 26      | 23      |

Определите:

- а) среднегодовые показатели динамики перевозки пассажиров в целом по транспорту, а также по видам транспорта;
- б) удельный вес каждого вида транспорта в общем объеме перевозки пассажиров по годам.

### ЗАДАЧА 9.28

Отправление пассажиров в пригородном сообщении за отчетный период характеризуется следующими данными:

| Зона назначения<br>Зона отправления | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Тарифное расстояние между серединами сезонных зон, км |
|-------------------------------------|----|----|----|----|----|-------------------------------------------------------|
| 1                                   | –  | 15 | 45 | 70 | 40 | –                                                     |
| 2                                   | 10 | –  | 15 | 35 | 20 | 10                                                    |
| 3                                   | 18 | 6  | –  | 28 | 45 | 12                                                    |
| 4                                   | 38 | 27 | 12 | –  | 7  | 13                                                    |
| 5                                   | 85 | 70 | 28 | 10 | –  | 12                                                    |

Определите на основе приведенных данных:

- а) количество отправленных пассажиров;
- б) объем выполненной транспортной работы.

### ЗАДАЧА 9.29

По автобусным предприятиям за отчетный месяц получены следующие показатели по перевозкам пассажиров по городским маршрутам:

- 1) сумма выручки от продажи разовых билетов – 31920 тыс. руб. (при тарифе за одну пассажиропоездку 2,0 руб.);
- 2) реализовано месячных абонементных билетов 32100 (при среднем числе пассажиропоездов на один билет за месяц 50);
- 3) число лиц, имеющих удостоверение на право бесплатного проезда, – 140 тыс. чел. (при среднем числе пассажиропоездов за месяц 50);
- 4) среднее расстояние перевозки одного пассажира, установленное на основе специального обследования, – 4,3 км.

Определите число перевезенных пассажиров и объем выполненной транспортной работы.

### ЗАДАЧА 9.30

Внутригородские автобусные перевозки выполняются в городе четырьмя автотранспортными предприятиями. Суммарные объемные показатели их работы за отчетный месяц составили: общее число перевезенных пассажиров – 400,0 тыс. чел., объем выполненной транспортной работы – 1720,0 тыс. пасс. км, количество место-километров работы:

- предприятия первого – 518,0 тыс.;
- предприятия второго – 315,0 тыс.;
- предприятия третьего – 217,0 тыс.;
- предприятия четвертого – 350,0 тыс.

Определите объемные показатели по перевозкам для каждого предприятия (число перевезенных пассажиров и пассажирооборот).

### ЗАДАЧА 9.31

По автобусному парку за два месяца имеются следующие данные:

| Показатели работы автобусов                                        | Апрель | Май   |
|--------------------------------------------------------------------|--------|-------|
| <i>Маршрутные автобусы:</i>                                        |        |       |
| Перевезено пассажиров, тыс. чел.                                   | 14380  | 14700 |
| Пассажирооборот, тыс. пасс. км                                     | 69024  | 70560 |
| <i>Заказные автобусы:</i>                                          |        |       |
| Общий пробег, тыс. км                                              | 2,78   | 3,84  |
| Средняя вместимость автобуса, чел.                                 | 35,0   | 36,1  |
| Среднее расстояние перевозки пассажира в пригородном сообщении, км | 8,3    | 8,3   |
| Произведение $\beta \cdot Y$                                       | 0,65   | 0,65  |

Определите изменение объема транспортной работы и числа перевезенных пассажиров в мае по сравнению с апрелем в целом по автобусному парку.

### ЗАДАЧА 9.32

По автобусному предприятию за два года имеются следующие данные:

| Показатель                       | Прошлый год | Отчетный год |
|----------------------------------|-------------|--------------|
| Пассажирооборот, тыс. пасс. км   | 712500      | 748800       |
| Перевезено пассажиров, тыс. чел. | 142500      | 144000       |

Определите изменение пассажирооборота (в абсолютном размере) за счет изменения числа перевезенных пассажиров и средней дальности перевозки.

### ЗАДАЧА 9.33

Работа предприятия, осуществляющего перевозку пассажиров маршрутными такси, характеризуется следующими данными:

| № маршрута | Сумма выручки от продажи разовых билетов, тыс. руб. |       | Утвержденный тариф по маршруту, руб. | Протяженность маршрута, км |
|------------|-----------------------------------------------------|-------|--------------------------------------|----------------------------|
|            | май                                                 | июнь  |                                      |                            |
| 226        | 115,5                                               | 118,3 | 7,0                                  | 12,0                       |
| 261        | 120,0                                               | 123,3 | 6,0                                  | 10,0                       |
| 718        | 102,8                                               | 103,7 | 5,0                                  | 8,5                        |

Определите в целом по предприятию абсолютное изменение в июне по сравнению с маем числа перевезенных пассажиров и пассажирооборота.

### ЗАДАЧА 9.34

По предприятиям городского электрического транспорта (трамваи, троллейбусы) за отчетный месяц имеются следующие данные по перевозкам пассажиров:

- 1) сумма выручки от продажи разовых билетов – 28730 тыс. руб. (при тарифе за одну пассажиропоездку 2,0 руб.);
- 2) реализовано месячных абонементных билетов – 27140 (при среднем числе пассажиропоездок за месяц 75);
- 3) число лиц, имеющих удостоверение на право бесплатного проезда, – 82,5 тыс. чел. (среднее число пассажиропоездок за месяц 50);
- 4) среднее расстояние перевозки одного пассажира, установленное на основе специального обследования, – 5,8 км.

Определите число перевезенных пассажиров и объем выполненной транспортной работы.

### ЗАДАЧА 9.35

Имеются следующие данные о росте объема отправок пассажиров по предприятию воздушного транспорта по отношению к 2004 г.:

| Год               | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|
| Коэффициент роста | 1,05 | 1,09 | 1,13 | 1,20 | 1,18 | 1,22 |

Определите, на сколько процентов увеличилась отправка пассажиров в 2010 г. по сравнению с 2005 и 2009 гг.

### ЗАДАЧА 9.36

По предприятию воздушного транспорта имеются следующие данные за два года:

| Показатель                                | 2009 г. | 2010 г. |
|-------------------------------------------|---------|---------|
| Перевезено пассажиров, тыс. чел.          | 1478,8  | 1590,6  |
| Средняя дальность перевозки пассажира, км | 2221    | 2480    |

Определите абсолютное изменение пассажирооборота общее, а также за счет отдельных факторов (средней дальности перевозки пассажира, числа перевезенных пассажиров).

### ЗАДАЧА 9.37

Перевозки пассажиров метрополитеном по Москве характеризуются следующими данными:

| Показатель                      | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Перевезено пассажиров, млн чел. | 3188    | 3242    | 3208    | 3235    |

Исчислите:

- а) темпы роста перевозки пассажиров за каждый год (с переменной базой);
- б) среднегодовые темп роста и абсолютную величину 1 % прироста за период.

### ЗАДАЧА 9.38

За второй квартал по управлению дороги имеются следующие данные об объеме выполненной транспортной работы:

| Показатель      | Единица измерения | Апрель | Май  | Июнь |
|-----------------|-------------------|--------|------|------|
| Пассажирооборот | млн пасс. км      | 1380   | 1520 | 1610 |
| Грузооборот     | млн ткм           | 2450   | 2580 | 2620 |

Определите в целом и по дороге среднемесячный абсолютный прирост и среднемесячный темп прироста выполненной транспортной работы.

### ЗАДАЧА 9.39

По таксомоторному предприятию за три месяца имеются следующие данные:

| Месяцы  | Пробег, тыс. км |                     |
|---------|-----------------|---------------------|
|         | всего           | в том числе платный |
| Январь  | 150             | 138                 |
| Февраль | 180             | 175                 |
| Март    | 210             | 208                 |

Определите за первый квартал объем выполненных пассажиро-километров.

### ЗАДАЧА 9.40

Динамика объема транспортной работы к 2006 г. составила, %: 2007 г. – 107,9; 2008 г. – 110,4; 2009 г. – 120,1; 2010 г. – 138,7.

Определите:

- а) темп роста для 2009 и 2010 гг. по сравнению с 2008 г.;
- б) темп роста для 2010 г. по сравнению с 2007 г.;
- в) среднегодовой темп прироста за период 2006–2010 гг.

### ЗАДАЧА 9.41

За второй квартал текущего года по морскому пароходству имеются следующие данные об объеме выполненной транспортной работы при перевозке грузов и пассажиров:

| Показатель      | Единица измерения | Апрель | Май   | Июнь  |
|-----------------|-------------------|--------|-------|-------|
| Пассажирооборот | Тыс. пасс. миль   | 1200   | 2850  | 3120  |
| Грузооборот     | Млн тмиль         | 128,5  | 149,7 | 180,0 |

Определите в целом по пароходству среднемесячный темп прироста объема выполненной транспортной работы и среднюю величину абсолютного значения 1 % прироста.

### ЗАДАЧА 9.42

По автобусному предприятию имеются следующие данные о регулярности движения по маршрутам за сентябрь:

| № маршрута | Число рейсов              |           |                                      |
|------------|---------------------------|-----------|--------------------------------------|
|            | предусмотрено расписанием | выполнено |                                      |
|            |                           | всего     | в том числе без нарушения расписания |
| 80         | 6400                      | 6395      | 6090                                 |
| 96         | 5970                      | 5970      | 5850                                 |
| 171        | 3700                      | 3700      | 3680                                 |
| 178        | 4945                      | 4940      | 4825                                 |

Определите процент регулярности движения автобусов:

- по каждому маршруту;
- в целом по предприятию.

#### ЗАДАЧА 9.43

По троллейбусному парку имеются следующие данные за июль о регулярности движения по маршрутам:

| № маршрута | Число рейсов, предусмотренных расписанием | Процент регулярности движения троллейбусов |
|------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 18         | 4900                                      | 95,1                                       |
| 33         | 7150                                      | 98,0                                       |
| 62         | 5300                                      | 84,0                                       |
| 84         | 4200                                      | 90,0                                       |

Определите:

- число рейсов, выполненных без нарушения расписания по каждому маршруту и в целом по парку;
- средний процент регулярности движения троллейбусов в целом по парку.

#### ЗАДАЧА 9.44

По пароходству имеются следующие данные об отправлении пассажиров, тыс. чел.:

| Показатель                        | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Старая граница работы пароходства | 1325    | 1580    | –       | –       | –       |
| Новая граница работы пароходства  | –       | 1975    | 2390    | 2520    | 2680    |

Приведите ряд динамики к сопоставимому виду и вычислите среднегодовые показатели динамики отправления пассажиров.

#### ЗАДАЧА 9.45

По предприятию воздушного транспорта по месяцам отчетного года имеются следующие данные:

| Показатель                    | Январь | Февраль | Март | Апрель | Май  | Июнь |
|-------------------------------|--------|---------|------|--------|------|------|
| Грузооборот, млн ткм          | 20,2   | 18,5    | 20,0 | 21,0   | 21,3 | 22,0 |
| Пассажирооборот, млн пасс. км | 1520   | 1610    | 1650 | 1800   | 1910 | 2140 |

Определите в целом по предприятию объем выполненной транспортной работы за каждый квартал и за первое полугодие.

**ЗАДАЧА 9.46**

Перевозки грузов по видам транспорта общего пользования представлены в таблице, млн т:

| Показатель                         | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|------------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Транспорт – всего:<br>в том числе: | 3457,6  | 2850,8  | 2570,8  | 2348,8  |
| Железнодорожный                    | 1028    | 911     | 887     | 835     |
| Автомобильный                      | 1441    | 1002    | 748     | 593     |
| Трубопроводный                     | 783     | 783     | 786     | 790     |
| Морской                            | 65      | 54      | 49      | 36      |
| Внутренний водный                  | 140     | 100     | 100     | 94      |
| Воздушный                          | 0,6     | 0,8     | 0,8     | 0,8     |

Определите:

- а) общий объем перевозки грузов за четыре года по видам транспорта и в целом по транспорту;
- б) удельный вес каждого вида транспорта в общем объеме перевозок в целом за период;
- в) средние показатели динамики объема перевозки грузов в целом по транспорту.

**ЗАДАЧА 9.47**

Имеются следующие данные об отправке грузов по отделениям дороги:

| № отделения дороги | Отправлено грузов, тыс. т |       | Процент выполнения<br>плана |
|--------------------|---------------------------|-------|-----------------------------|
|                    | план                      | отчет |                             |
| 1                  | 780                       | 700   |                             |
| 2                  |                           | 940   | 103,4                       |
| 3                  | 1800                      |       | 101,7                       |
| 4                  | 812                       | 828   |                             |

Требуется:

- а) определить и подставить в таблицу все недостающие показатели;
- б) вычислить процент выполнения плана отправки грузов в целом по дороге.

**ЗАДАЧА 9.48**

По фирме, выполняющей междугородные перевозки, имеются следующие данные:

| № предприятия, входящего в фирму | Перевезено груза, тыс. т |       | Процент выполнения<br>плана |
|----------------------------------|--------------------------|-------|-----------------------------|
|                                  | план                     | отчет |                             |
| 1                                | 10,0                     |       | 105,0                       |
| 2                                |                          | 18,7  | 97,9                        |
| 3                                | 23,5                     | 24,0  |                             |

Заполните таблицу недостающими данными и определите процент выполнения плана в целом по фирме.

**ЗАДАЧА 9.49**

По отделению дороги имеются следующие данные об объеме перевозок по договорной клиентуре:

| Наименование клиента        | Отправлено грузов, тыс. т       |            |
|-----------------------------|---------------------------------|------------|
|                             | план в соответствии с договором | фактически |
| Нефтеперерабатывающий завод | 400,0                           | 410,7      |

| Наименование клиента          | Отправлено грузов, тыс. т       |            |
|-------------------------------|---------------------------------|------------|
|                               | план в соответствии с договором | фактически |
| Деревообрабатывающий комбинат | 180,4                           | 180,4      |
| Угледобывающий комбинат       | 570,5                           | 560,0      |

Определите в целом по отделению дороги процент выполнения плана по договорным обязательствам.

#### ЗАДАЧА 9.50

По грузовому АТП за первую декаду июня имеются следующие данные об объеме перевезенного груза:

| Дни месяца | Перевезено грузов, тыс. т |       |
|------------|---------------------------|-------|
|            | план                      | отчет |
| 1          | 6,8                       | 6,3   |
| 2          | 6,8                       | 7,0   |
| 3          | 6,8                       | 6,9   |
| 4          | 7,0                       | 7,2   |
| 5          | 7,0                       | 6,8   |
| 6          | 7,0                       | 6,7   |
| 7          | 7,0                       | 7,1   |
| 8          | 7,5                       | 7,3   |
| 9          | 7,5                       | 7,7   |
| 10         | 7,5                       | 8,0   |

Определите на основе приведенных данных:

- процент выполнения плана по объему перевозок за декаду;
- насколько ритмично проходила работа предприятия, используя для этого соответствующие показатели.

#### ЗАДАЧА 9.51

Отправление и прибытие груза по району характеризуются следующими данными:

| Вид транспорта  | Отправление груза, тыс. т |                                      | Прибытие груза, тыс. т |                                      |
|-----------------|---------------------------|--------------------------------------|------------------------|--------------------------------------|
|                 | всего                     | в том числе внутрирайонные перевозки | всего                  | в том числе внутрирайонные перевозки |
| Железнодорожный | 820                       | 300                                  | 930                    | 350                                  |
| Речной          | 75                        | 50                                   | 87                     | 60                                   |
| Автомобильный   | 110                       | 90                                   | 84                     | 70                                   |

Определите:

- транспортный баланс района;
- удельный вес каждого вида транспорта по ввозу и вывозу по данному району.

#### ЗАДАЧА 9.52

По дороге имеются следующие данные об объеме грузооборота, млн ткм:

| Показатель                   | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Старая граница работы дороги | 8120    | 8760    | 9920    | —       | —       |
| Новая граница работы дороги  | —       | —       | 11904   | 12800   | 13750   |

Приведите ряд динамики к сопоставимому виду и вычислите среднегодовые показатели динамики объема грузооборота.

### ЗАДАЧА 9.53

Отправление грузов железнодорожным транспортом общего пользования по Северо-Западному региону РФ следующее, млн т:

| Показатель                  | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Отправление грузов – всего: | 47,6    | 47,0    | 46,8    | 45,2    |
| в том числе:                |         |         |         |         |
| Санкт-Петербург             | 4,8     | 4,4     | 4,7     | 4,0     |
| Ленинградская область       | 34,7    | 34,0    | 34,0    | 33,2    |
| Новгородская область        | 5,1     | 4,7     | 4,2     | 4,3     |
| Псковская область           | 3,0     | 3,9     | 3,9     | 3,7     |

Определите:

- показатели динамики отправления грузов в целом по Северо-Западному региону (с переменной и постоянной базами сравнения);
- средние показатели динамики за период 2007–2010 гг.;
- показатели структуры отправок грузов за 2010 г., полученные результаты изобразите в виде круговой диаграммы.

На основе полученных результатов сформулируйте выводы.

### ЗАДАЧА 9.54

По отделению дороги была проведена малая пробная выборка дорожных ведомостей для определения продолжительности и скорости доставки грузов. Результаты выборки представлены в таблице:

| № п/п | № дорожной ведомости | Масса отправки, т | Тарифное расстояние, км | Число календарных суток доставки |
|-------|----------------------|-------------------|-------------------------|----------------------------------|
| 1.    | 32451                | 156               | 340                     | 2                                |
| 2.    | 59970                | 700               | 510                     | 2                                |
| 3.    | 41500                | 115               | 700                     | 3                                |
| 4.    | 42700                | 75                | 1200                    | 4                                |
| 5.    | 61800                | 180               | 3100                    | 6                                |
| 6.    | 74103                | 360               | 1800                    | 5                                |
| 7.    | 91508                | 415               | 2300                    | 7                                |
| 8.    | 92400                | 480               | 4300                    | 9                                |
| 9.    | 98900                | 230               | 4250                    | 10                               |
| 10.   | 99100                | 170               | 3700                    | 7                                |

Определите по выборке среднюю продолжительность доставки одной отправки одной тонны груза, а также среднюю скорость продвижения отправки одной тонны груза.

### ЗАДАЧА 9.55

В апреле по управлению дороги была выпущена 10-процентная механическая выборка дорожных ведомостей для определения средней продолжительности доставки отправки. Результаты выборки представлены в таблице:

|                                  |      |     |     |     |           |
|----------------------------------|------|-----|-----|-----|-----------|
| Число календарных суток доставки | До 2 | 2–4 | 4–6 | 6–8 | 8 и более |
| Число отправок                   | 482  | 610 | 908 | 705 | 420       |

Определите доверительные границы, в которых заключена средняя продолжительность доставки, гарантируя результат с вероятностью 0,997.

### ЗАДАЧА 9.56

Перевозка пассажиров автобусными предприятиями города характеризуется следующими данными:

| Показатель                      | 2003 г. | 2004 г. | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Перевезено пассажиров, млн чел. | 14,2    | 14,8    | 15,3    | 15,9    | 16,4    | 17,0    | 17,6    | 18,3    |

Постройте на основе приведенных данных модель развития автобусных перевозок в городе и составьте интервальный прогноз для 2011 г., гарантируя результат с вероятностью 0,997.

### ЗАДАЧА 9.57

По управлению дороги имеются следующие данные об объеме отправок груза за три года, тыс. т:

| Месяц    | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|----------|---------|---------|---------|
| Январь   | 700     | 710     | 708     |
| Февраль  | 680     | 690     | 685     |
| Март     | 700     | 710     | 715     |
| Апрель   | 710     | 695     | 700     |
| Май      | 735     | 730     | 728     |
| Июнь     | 760     | 758     | 762     |
| Июль     | 780     | 770     | 775     |
| Август   | 860     | 850     | 855     |
| Сентябрь | 900     | 905     | 910     |
| Октябрь  | 840     | 838     | 840     |
| Ноябрь   | 780     | 750     | 760     |
| Декабрь  | 720     | 710     | 705     |

Выявите на основе приведенных данных наличие сезонной неравномерности и измерьте ее степень.

### ЗАДАЧА 9.58

Перевозка пассажиров маршрутными такси города характеризуется следующими данными:

| Показатель                      | 2004 г. | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Перевезено пассажиров, млн чел. | 5,7     | 7,0     | 9,0     | 12,0    | 15,7    | 20,2    | 25,7    |

Постройте на основе приведенных данных модель развития перевозок маршрутными такси и составьте интервальный прогноз для 2010 и 2011 гг., гарантируя результат с вероятностью 0,954.

### ЗАДАЧА 9.59

По грузовому автотранспортному предприятию за три года имеются следующие данные об объеме перевозок, тыс. т:

| Месяц    | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
|----------|---------|---------|---------|
| Январь   | 120     | 141     | 204     |
| Февраль  | 124     | 154     | 210     |
| Март     | 132     | 156     | 214     |
| Апрель   | 140     | 160     | 220     |
| Май      | 156     | 176     | 226     |
| Июнь     | 160     | 178     | 230     |
| Июль     | 162     | 180     | 232     |
| Август   | 176     | 188     | 240     |
| Сентябрь | 160     | 188     | 236     |
| Октябрь  | 152     | 184     | 230     |
| Ноябрь   | 150     | 180     | 214     |
| Декабрь  | 140     | 171     | 196     |

Выявите на основе приведенных данных наличие сезонной неравномерности и измерьте размер ее волны.

### ЗАДАЧА 9.60

Таблица характеризует отправку пассажиров из аэропорта за отчетный год:

| Месяц    | Отправлено пассажиров, тыс. чел. |
|----------|----------------------------------|
| Январь   | 11,6                             |
| Февраль  | 13,2                             |
| Март     | 13,8                             |
| Апрель   | 14,7                             |
| Май      | 15,2                             |
| Июнь     | 16,4                             |
| Июль     | 17,2                             |
| Август   | 18,5                             |
| Сентябрь | 16,5                             |
| Октябрь  | 15,0                             |
| Ноябрь   | 14,7                             |
| Декабрь  | 12,8                             |

Постройте модель сезонных колебаний в перевозке пассажиров, используя первую гармонику ряда Фурье.

## Тема 10: «Статистика рынка труда»

### Структура и состав работников предприятия

Общая численность работников, называемая персоналом предприятия, разделяется на две большие группы:

- *промышленно-производственный персонал (ППП)*, занятый производством и его обслуживанием;

• *персонал непромышленных организаций* (работники жилищно-коммунального хозяйства, детских и врачебно-санитарных учреждений, принадлежащих предприятию).

*Все занятые* на предприятии подразделяются по категориям: рабочие, руководители, специалисты, служащие, для чего создан классификатор профессий и должностей.

К *рабочим* относят работников предприятия, непосредственно занятых созданием материальных ценностей или оказанием производственных и транспортных услуг; в зависимости от продолжительности работы рабочие подразделяются на *постоянных, временных и сезонных рабочих*; в зависимости от характера выполняемой работы – на *основных и вспомогательных*. Соотношение последних – аналитический показатель работы предприятия.

**Коэффициент численности основных рабочих**  $K_{осн.р.}$  определяется по формуле:

$$K_{осн.р.} = 1 - \frac{T_{в.р.}}{T_p}, \quad (10.1)$$

где  $T_{в.р.}$  – среднесписочная численность вспомогательных рабочих на предприятии, чел.;

$T_p$  – среднесписочная численность всех рабочих на предприятии, чел.

К *руководителям* относятся работники, занимающие должности руководителей организаций и их структурных подразделений. К ним, в частности, относятся: директора, начальники, управляющие, заведующие, главные специалисты (главный бухгалтер, главный экономист, главный инженер, главный механик и т. п.), а также заместители по вышеназванным должностям.

К *специалистам* относятся работники, занятые инженерно-техническими, экономическими, социологическими и другими работами, требующими специальных знаний.

К *служащим* относятся работники, осуществляющие финансово-расчетные, снабженческо-сбытовые и другие функции.

Работники предприятия распределяются по профессиям, специальностям и квалификации.

*Профессией* называется комплекс знаний, умений и навыков, необходимых для выполнения определенной работы, *квалификацией* – степень овладения этими знаниями, умениями и навыками, *специальность* связана с углублением профессионального разделения труда.

Квалификация рабочих находит внешнее выражение в присвоении рабочему того или иного разряда тарифной сетки. Сводным показателем квалификации рабочих предприятия является **средний тарифный разряд рабочих**, который вычисляется как средняя арифметическая взвешенная по числу рабочих каждого разряда:

$$R = \frac{\sum R \cdot T}{\sum T}, \quad (10.2)$$

где  $R$  – тарифный разряд;

$T$  – число рабочих с данным разрядом.

Основными показателями численности работников предприятий являются:

- 1) списочное, явочное число и число фактически работавших работников на дату;
- 2) среднее списочное, среднее явочное и среднее число фактически работавших за определенный период времени.

В *списочный состав* включаются все работники, принятые на постоянную, сезонную и временную работу на срок один день и более со дня зачисления их на работу в соответствии с заключенными трудовыми договорами (контрактами). В списочном составе работников за каждый календарный день должны быть учтены как фактически работающие, так и отсутствующие на работе по каким-либо причинам.

*Списочная численность* работников характеризует их наличие на определенную дату, например, на первое или последнее число месяца, включая принятых и исключая выбывших в этот день работников.

Для определения численности работников за отчетный период исчисляется *среднесписочная численность* работников, которая используется для исчисления производительности труда, средней заработной платы, коэффициента оборота, текучести кадров и других показателей.

**Среднесписочная численность** работников за отчетный месяц исчисляется путем суммирования численности работников списочного состава по данным табельного учета за каждый календарный день отчетного месяца, то есть с 1-го по 30-е или 31-е число (для февраля – по 28-е или 29-е число), включая праздничные (не рабочие) и выходные дни, и деления полученной суммы на число календарных дней отчетного месяца:

$$\bar{T} = \frac{\sum (T - T')}{D}, \quad (10.3)$$

где  $T$  – списочная численность работников за каждый календарный день месяца (в том числе праздники и выходные дни);

$T'$  – численность работников за каждый день, не учитываемых при определении средней списочной численности (совместители, работающие за гонорар без заключения трудового договора и др.);

$D$  – среднее число календарных дней в месяце.

За квартал, с начала года и за год среднесписочная численность работников рассчитывается путем суммирования среднесписочной численности работников за все месяцы, входящие в отчетный период, и деления полученной суммы на число месяцев.

Если предприятие работало неполный год (сезонный характер работы или вновь введено), то среднесписочная численность работников определяется путем суммирования среднесписочной численности работников за все месяцы работы предприятия (списочная численность на те дни (месяца), когда предприятие не работало, принимается равной нулю) и деления полученной суммы на 12.

От списочного состава работников следует отличать *явочный состав*, который показывает, сколько человек из состоящих в списке явилось на работу. Число фактически работающих – это численность персонала, не только явившегося, но *фактически приступившего к работе*. Разность между явочным числом и числом фактически работающих показывает количество лиц, находящихся в *условных простоях* (из-за отсутствия электроэнергии, материалов и т. д.).

**Среднесписочная численность работников** может быть получена делением количества явок и неявок за весь месяц на число календарных дней в месяце:

$$\bar{T} = \frac{\sum T_{\text{яв}} + \sum T_{\text{неяв}}}{D}, \quad (10.4)$$

где  $\sum T_{\text{яв}}$  – человеко-дни явок (число фактически отработанных человеко-дней и число человеко-дней целодневных простоев);

$\sum T_{\text{неяв}}$  – человеко-дни неявок.

Если данные о списочном составе за все дни месяца отсутствуют, среднесписочная численность за месяц может быть определена как сумма списочной численности работников на начало и конец месяца, деленная на два. Однако результат в этом случае будет менее точный.

На основе моментных показателей списочной численности работников на начало (конец) каждого месяца средняя списочная численность работников предприятия за более длительный период времени может быть определена как средняя хронологическая моментного ряда:

$$\bar{T} = \frac{\frac{T_1}{2} + T_2 + T_3 + \dots + \frac{T_N}{2}}{n-1}, \quad (10.5)$$

где  $\bar{T}$  – среднесписочная численность работников;

$T_1, T_2, \dots, T_n$  – списочная численность работников на начало месяца;

$n$  – число месяцев в периоде.

Среднесписочная численность работников по группе предприятий, отрасли и экономики в целом определяется как сумма среднесписочной численности отдельных предприятий.

### **Показатели движения численности работников**

*Движение рабочей силы* – изменение списочной численности работников вследствие приема на работу и увольнения с работы.

Статистика движения рабочей силы исследует как общий объем движения, так и факторы, которые влияют на него. Для этого определяются абсолютные и относительные показатели оборота рабочей силы.

Абсолютными показателями являются *оборот по приему*, равный общему числу принятых на работу за определенный период по всем источникам поступления, и *оборот по выбытию*, равный числу уволенных за период по всем причинам увольнений.

Для сравнительного анализа используются относительные показатели: индекс численности работников и показатель общего оборота рабочей силы.

**Индекс численности рабочей силы** рассчитывается как отношение численности работников на конец рассматриваемого периода к их численности на начало этого периода:

$$I_T = \frac{T_k}{T_n}, \quad (10.6)$$

где  $T_k$  – численность работников на конец периода;

$T_n$  – численность работников на начало периода.

**Показатель общего оборота рабочей силы** характеризует и интенсивность движения и определяется как отношение всех принятых и всех уволенных за рассматриваемый период к числу работающих в среднем за период:

$$K_{об} = \frac{T_{пр} + T_{в}}{\bar{T}}, \quad (10.7)$$

где  $T_{пр}$  – численность принятых на работу за определенный период;

$T_{в}$  – численность уволенных (выбывших) с работы за этот период;

$\bar{T}$  – средняя численность работников в периоде.

Кроме того, в зависимости от целей исследования для оценки интенсивности движения работников используются частные коэффициенты оборота рабочей силы.

**Коэффициент оборота по приему** вычисляют как отношение числа принятых за отчетный период к среднесписочной численности работников за этот период:

$$K_{об.пр} = \frac{T_{пр}}{\bar{T}}. \quad (10.8)$$

**Коэффициент оборота по выбытию** вычисляют как отношение уволенных за отчетный период к среднесписочной численности за тот же период:

$$K_{об.в} = \frac{T_6}{T}. \quad (10.9)$$

**Коэффициент текучести кадров** равен отношению числа уволенных по собственному желанию, за прогул, за нарушение трудовой дисциплины  $T_6'$  к среднесписочной численности работников за этот период:

$$K_{тек} = \frac{T_6'}{T}. \quad (10.10)$$

**Коэффициент постоянства кадров** рассчитывается как отношение численности работников, состоящих в списочном составе за весь отчетный год, к среднесписочной численности работников за отчетный год.

**Коэффициент стабильности кадров** рассчитывается как доля рабочих со стажем работы на предприятии пять и более лет к общей численности работающих.

### ***Статистика использования рабочего времени***

*Рабочее время* – часть календарного времени, затрачиваемого на производство продукции или выполнение определенного объема работ и услуг; продолжительность времени, в течение которого работник выполнял или должен выполнять работу или (и) иные трудовые обязанности.

Статистическое понятие «рабочее время» включает категории: нормальное рабочее время (его продолжительность регулируется трудовым законодательством или трудовыми договорами и измеряется количеством часов в день, неделю), фактически отработанное время и оплаченное время (за которое произведены расчеты выплат заработной платы работникам). Рабочее время, отработанное сверх нормального, оплачивается по повышенным ставкам.

Измерение рабочего времени работников производится в человеко-днях, человеко-часах. Отработанным человеко-часом является один час работы работника на своем рабочем месте. Отработанным человеко-днем считается явка работника на работу и тот факт, что он приступил к работе независимо от продолжительности рабочего времени.

Исходным служит показатель – «*календарный фонд времени*» – число дней определенного календарного периода (месяца, квартала, года и т. д.), приходящихся на одного работника или на совокупность работников (для одного работника – это число календарных дней месяца, квартала, года, а для совокупности работников – такое же число дней месяца, умноженное на среднесписочное число работников). Например, календарный годовой фонд времени одного работника равен 365 (366) дням, а коллектива из 100 работников – 36500 (36600) человеко-дням.

*Календарный фонд рабочего времени* рассчитывается как сумма числа человеко-дней явок и неявок на работу и отработанных и неотработанных человеко-дней.

*Табельный фонд рабочего времени* определяется вычитанием из календарного фонда времени человеко-дней праздничных и выходных.

*Максимально возможный фонд рабочего времени (располагаемое время)* представляет собой максимальное количество времени, которое может быть отработано в соответствии с трудовым законодательством. Величина его равна календарному фонду за исключением числа человеко-дней ежегодных отпусков и человеко-дней праздничных и выходных.

За месяц, квартал, год может быть исчислена *фактическая средняя продолжительность рабочего времени*, для чего соответствующий период делится на среднесписочную численность работников за этот же период.

**Коэффициент использования календарного фонда времени** равен:

$$K_{и.к.ф.} = \frac{T_{\phi}}{T_{к.ф.}}, \quad (10.11)$$

где  $T_{\phi}$  – число фактически отработанных человеко-дней;

$T_{к.ф.}$  – календарный фонд времени в человеко-днях.

**Коэффициент использования табельного фонда времени** равен:

$$K_{и.т.ф.} = \frac{T_{\phi}}{T_{т.ф.}}, \quad (10.12)$$

где  $T_{т.ф.}$  – табельный фонд рабочего времени в человеко-днях.

**Коэффициент использования максимально возможного фонда рабочего времени** характеризует степень фактического использования того времени, которое максимально могли бы отработать работники предприятия, и рассчитывается по формуле:

$$K_{м.в.ф.} = \frac{T_{\phi}}{T_{м.в.ф.}}, \quad (10.13)$$

где  $T_{м.в.ф.}$  – максимально возможный фонд рабочего времени в человеко-днях.

Степень использования рабочего времени отражает **коэффициент использования рабочего периода**:

$$K_{и.р.п.} = \frac{D_{\phi}}{D_{н}}, \quad (10.14)$$

где  $D_{\phi}$  – среднее число дней, фактически отработанных работником за период;

$D_{н}$  – число дней, которые должен был отработать один работник за период по режиму работы предприятия.

Для характеристики использования рабочего дня рассчитывается **коэффициент использования рабочего дня**:

$$K_{и.р.д.} = \frac{t_{\phi}}{t_{н}}, \quad (10.15)$$

где  $t_{\phi}$  – средняя фактическая продолжительность рабочего дня;

$t_{н}$  – средняя установленная продолжительность рабочего дня.

*Средняя фактическая продолжительность рабочего дня* определяется как отношения отработанных человеко-часов, включая человеко-часы внутрисменного простоя и человеко-часы, отработанные сверхурочно, к сумме фактических человеко-дней.

*Средняя установленная продолжительность рабочего дня* для каждого предприятия зависит от удельного веса рабочих, имеющих различную установленную продолжительность рабочего дня (рабочие вредных производств имеют сокращенный рабочий день), в их общей численности. В этом случае средняя установленная продолжительность рабочего дня вычис-

ляется как средняя арифметическая, взвешенная по числу рабочих с данной продолжительностью рабочего дня.

Сводным показателем, характеризующим одновременное использование продолжительности рабочего дня и рабочего периода (часа), является так называемый **интегральный показатель (коэффициент) использования рабочего времени**:

$$K_{инт} = K_{u.p.n.} \cdot K_{u.p.д.} \quad (10.16)$$

Таким образом, интегральный коэффициент характеризует степень использования рабочего времени как в течение рабочего дня, так и в продолжении рабочего периода (года) с учетом внутрисменных и целодневных потерь рабочего времени и частичной компенсации их сверхурочными работами.

При анализе использования рабочего времени определяются его потери в связи с прогулами и простоями.

Прогул – день, не отработанный в связи с неявкой на работу без уважительной причины. Учитывается число рабочих, совершивших прогул, и число случаев прогула.

Рабочее время, не использованное в связи с нарушением нормального процесса труда (отсутствие энергии, сырья, неисправность оборудования и др.), рассматривается как простой целодневной и внутрисменный – начиная с пяти минут.

С целью выявления резервов роста производительности труда за счет более рационального использования фонда рабочего времени и определения численности работников составляется *баланс рабочего времени* – система показателей, характеризующая ресурсы рабочего времени работающих, их распределение по видам затрат и использование.

*Баланс рабочего времени одного работника* устанавливает среднее количество часов, которое он должен отработать в течение планового периода.

Баланс составляется в два этапа и включает:

- расчет среднего количества явочных дней работника в течение планового периода;
- расчет средней продолжительности рабочего дня для одного работника.

Среднее количество рабочих часов, которое должен отработать работник в течение планового периода, определяется как произведение этих двух величин. Баланс рабочего времени составляется для каждого структурного подразделения отдельно.

## ТИПОВЫЕ ПРИМЕРЫ

### ПРИМЕР 1

Списочная численность работников предприятия составляет: с 1 по 10 сентября – 100 чел.; с 11 по 15 сентября – 120 чел.; с 16 по 25 сентября – 140 чел.; с 27 по 30 сентября – 130 чел.

Среднесписочная численность работников в сентябре будет равна, чел.:

$$\overline{T}_{сент} = \frac{100 \cdot 10 + 120 \cdot 5 + 140 \cdot 11 + 130 \cdot 4}{30} = 122.$$

### ПРИМЕР 2

Пусть по строительной организации за ноябрь представлены следующие результаты:

- 1) отработано работниками человеко-дней – 8800;
- 2) число человеко-дней целодневных простоев – 20;
- 3) число человеко-дней неявок на работу – 3180.

Исчислим среднесписочное число рабочих за ноябрь, чел.:

$$\bar{T} = \frac{8800 + 20 + 3180}{30} = 400.$$

### ПРИМЕР 3

Известны следующие данные по предприятию за 2009 г., чел.:

число работников на начало года – 400;

принято на работу – 80;

уволено с работы, всего – 100;

в том числе по собственному желанию, за прогул, за нарушение трудовой дисциплины – 50.

Определить:

- 1) среднесписочную численность работников;
- 2) индекс численности рабочей силы;
- 3) показатель общего оборота рабочей силы;
- 4) коэффициент оборота по приему;
- 5) коэффициент оборота по выбытию;
- 6) коэффициент текучести рабочей силы.

*РЕШЕНИЕ:*

1.  $T_k = 400 + 80 - 100 = 380;$

$$\bar{T} = \frac{400 + 380}{2} = 390.$$

2.  $I_m = \frac{380}{400} = 0,95$ , или 95 %;

численность работников сократилась к концу года на 5 %.

3.  $K_{об.м} = \frac{80 + 100}{390} = 0,462$ , или 46,2 %.

4.  $K_{об.пр.} = \frac{80}{390} = 0,205$ , или 20,5 %.

5.  $K_{об.в.} = \frac{100}{390} = 0,256$ , или 25,6 %.

6.  $K_{тек} = \frac{50}{390} = 0,128$ , или 12,8 %.

### ПРИМЕР 4

Известны следующие данные по предприятию за 2009 г.:

1) среднесписочное количество работников, всего – 1000, в том числе:

с продолжительностью рабочего дня 8 ч. – 950;

с продолжительностью рабочего дня 7 ч. – 50;

2) отработано работниками, чел.-дн. – 214200;

3) целодневные простои, чел.-дн. – 40;

4) неявки на работу, чел.-дн. – 15760;

в том числе:

ежегодные отпуска – 22000;

5) праздничные и выходные дни, чел.-дн. – 113000;

6) число отработанных чел.-дн. – 1688618.

Определить:

- 1) календарный фонд рабочего времени;
- 2) табельный фонд рабочего времени;
- 3) максимально возможный фонд рабочего времени;
- 4) коэффициент использования календарного фонда рабочего времени;
- 5) коэффициент использования табельного фонда рабочего времени;
- 6) коэффициент использования максимально возможного фонда рабочего времени;
- 7) коэффициент использования рабочего периода;
- 8) коэффициент использования рабочего дня;
- 9) интегральный показатель использования рабочего времени.

**РЕШЕНИЕ:**

1.  $K_{\phi} = 214200 + 40 + 150760 = 365\,000$
2.  $T_{\text{т.ф.}} = 365000 - 113000 = 252\,000$
3.  $T_{\text{м.в.ф.}} = 365000 - 113000 - 22000 = 23\,000$
4.  $K_{\text{и.к.ф.}} = \frac{214200}{365000} = 0,587$ .
5.  $K_{\text{и.т.ф.}} = \frac{214200}{252000} = 0,85$ .
6.  $K_{\text{м.в.ф.}} = \frac{214200}{230000} = 0,931$ .
7.  $K_{\text{и.р.п.}} = \frac{214,2}{230} = 0,931$ .

По значению этот показатель совпадает с коэффициентом использования максимально возможного фонда рабочего времени, так как оба коэффициента имеют один и тот же экономический смысл.

8.  $K_{\text{и.р.д.}} = \frac{7,79}{7,95} = 0,98$ .
9.  $K_{\text{инт.}} = 0,931 \times 0,98 = 0,912$ .

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В 2009 г. в одной из стран было 74,7 млн детей и подростков до 16-летнего возраста; лиц трудоспособного возраста – 130,5 млн чел. и лиц старше трудоспособного возраста – 36,3 млн чел.

Определите:

- 1) долю лиц трудоспособного возраста в общей численности населения;
- 2) долю лиц моложе трудоспособного возраста;
- 3) долю лиц старше трудоспособного возраста;
- 4) коэффициент нагрузки населения трудоспособного возраста;
- 5) коэффициент замещения населения трудоспособного возраста;
- 6) коэффициент пенсионной нагрузки населения трудоспособного возраста.

2. Рассчитайте среднесписочное число работников фирмы за первый и второй кварталы, за первое полугодие в целом, если на начало месяца списочная численность в январе была 100 человек, в феврале – 104, марте – 107, мае – 110, июне – 112, июле – 114 человек.

3. Вновь образованная фирма начала работать 26 сентября. Численность рабочих по списку составляла по дням: 26 сентября – 120 чел., 27 сентября – 150 чел., 28 сентября – 176 чел., 29 сентября – 180 чел. и 30 сентября – 184 чел. Определите среднесписочное число рабочих за сентябрь.

## Тема 11: «Уровень жизни как объект статистического наблюдения»

### Методические указания

При проведении международных сопоставлений влияния экономического развития на социальные характеристики населения стран мира используются такие интегрированные показатели, как:

- индекс развития человеческого потенциала (ИРЧП);
- индекс развития с учетом гендерного фактора (ИРГФ);
- индекс нищеты населения (ИНН-1 и ИНН-2);
- показатель расширения возможностей женщин и другие.

Кратко представим порядок построения и особенности расчета показателей ИРЧП и ИНН.

ИРЧП обобщает следующие три основные характеристики (компонента) качества жизни населения:

- 1) возможность жить долго, измеряемую показателем ожидаемой продолжительности предстоящей жизни при рождении ( $p_1$ );
- 2) доступность информации для населения, которую характеризуют два показателя – грамотность взрослого населения ( $p_2$ ) и охват молодежи образованием (доля учащихся в численности молодежи –  $p_3$ );
- 3) экономические возможности личности, отражаемые в показателе реального валового внутреннего продукта (ВВП), приходящегося на душу населения, в долларах США по паритету покупательной способности (ППС) ( $p_4$ ).

По каждому из вышеперечисленных показателей строится компонентный индекс по формуле:

$$i_p = \frac{P_{\text{факт}} - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}},$$

где  $P_{\text{факт}}$  – фактическое значение показателя в данной стране;

$P_{\min}$ ,  $P_{\max}$  – соответственно минимальное, максимальное значения для каждого показателя, или реперные точки.

Для показателя реального ВВП на душу населения в долларах США ППС при расчете индекса используются значения натуральных логарифмов показателей:

$$i_{\text{ВВП}} = \frac{\ln_{p4\text{факт}} - \ln_{p4\min}}{\ln_{p4\max} - \ln_{p4\min}}.$$

В качестве реперных точек при расчете компонентных индексов используются следующие значения (табл. 11.1):

Таблица 11.1

| Показатели                                         | $P_{\min}$ | $P_{\max}$ |
|----------------------------------------------------|------------|------------|
| Ожидаемая продолжительность предстоящей жизни, лет | 25         | 85         |
| Уровень грамотности взрослого населения, %         | 0          | 100        |
| Охват молодежи образованием, %                     | 0          | 100        |
| Реальный ВВП на душу населения, долл. США (ППС)    | 100        | 40 000     |

В результате вычисляются три компонентных индекса, которые образуют ИРЧП:

1. Индекс ожидаемой продолжительности жизни:

$$i_{p1} = \frac{p_{1факт} - 25}{85 - 25}.$$

2. Индекс достигнутого уровня образования обобщает две составляющие, два субиндекса:

1) индекс грамотности населения:

$$i_{p2} = \frac{p_{2факт} - 0}{100 - 0};$$

2) индекс числа поступивших в учебные заведения первого, второго и третьего уровней:

$$i_{p3} = \frac{p_{3факт} - 0}{100 - 0}.$$

Индекс достигнутого уровня образования обобщает два субиндекса следующим образом:

$$i_{обп} = [2 \cdot i_{p2} + i_{p3}] : 3.$$

3. Индекс скорректированного реального ВВП на душу населения, ППС, в долл. США:

$$i_{p4} = \frac{\ln p_{4факт} - \ln 100}{\ln 40000 - \ln 100} = \frac{\ln p_{4факт} - 4,605}{10,597 - 4,605} = \frac{\ln p_{4факт} - 4,605}{5,992}.$$

Таким образом, ИРЧП обобщает три компонентных индекса:

$$ИРЧП = \frac{\sum_{k=1}^3 i_p^k}{3} = (i_{p1} + i_{обп} + i_{p4}) : 3.$$

Индекс нищеты населения (ИНН) характеризует уровень обездоленности в трех важнейших элементах жизни человека: продолжительности жизни, знании и достойном уровне жизни. Он вычисляется по дифференцированным методикам, разработанным отдельно для развивающихся стран (ИНН-1) и для развитых стран (ИНН-2).

Рассмотрим особенности расчета ИНН-1 для развивающихся стран. ИНН-1 обобщает следующие показатели:

- $P_1$  – процент населения, которое, как ожидается, не доживет до возраста 40 лет;
- $P_2$  – процент неграмотного взрослого населения;
- $P_3$  – обеспеченность экономическими ресурсами, которая обобщает три следующих параметра;

- $P_{31}$  – процент населения, не имеющего доступа к безопасной питьевой воде (доля сельского населения);
- $P_{32}$  – процент населения, не имеющего доступа к медицинским услугам;
- $P_{33}$  – процент детей в возрасте до пяти лет, страдающих умеренным или острым отставанием в весе.

В результате показатель обеспеченности экономическими ресурсами равен:

$$P_3 = \frac{P_{31} + P_{32} + P_{33}}{3}.$$

Обобщающий показатель ИНН-1 составляет:

$$ИНН - 1 = \left[ 1/3 (p_1^3 + p_2^3 + p_3^3) \right]^{1/3}.$$

ИНН-2 предназначен для развитых стран и обобщает информацию по следующим четырем показателям:

- $P_1$  – процент населения, которое, как ожидается, не доживет до возраста 60 лет;
- $P_2$  – процент функционально неграмотного населения;
- $P_3$  – процент населения, живущего ниже черты бедности (то есть имеет доходы ниже 50 % медианного скорректированного располагаемого личного дохода);
- $P_4$  – процент безработных в течение 12 месяцев и более в общей численности рабочей силы.

$$ИНН - 2 = \left[ 1/4 (p_1^3 + p_2^3 + p_3^3 + p_4^3) \right]^{1/3}.$$

Покажем на примере порядок расчета обобщающих показателей уровня жизни населения.

## РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### ПРИМЕР 1

Среднемесячная заработная плата за вычетом налогов рабочих и служащих в базисном году составила 7400 руб., в отчетном – 8400 руб. Цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 25 %. Выплаты трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году – 1000 руб., в отчетном – 1500 руб.

Определите:

- 1) индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах;
- 2) индекс реальных доходов рабочих и служащих.

### РЕШЕНИЕ

1. Индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах определяется:

$$I_{сов.дох} = \frac{СДН_1}{СДН_0},$$

где  $СДН_0$ ,  $СДН_1$  – номинальные совокупные доходы рабочих и служащих в базисном и отчетном периодах соответственно.

Совокупные доходы населения складываются из личных доходов населения (заработной платы, премий, отпускных, различных надбавок, доходов от собственности, предпринимательства и т. д.) и стоимости бесплатных или на льготных условиях предоставляемых государственными и общественными организациями населению услуг и материальных благ.

$$I_{сов.дох} = \frac{8400 \cdot 12 + 1500}{7400 \cdot 12 + 1000} = 1,139, \text{ или } 1,139 \%$$

2. Индекс реальных доходов рабочих и служащих:

$$I_{реал.дох} = \frac{РДН_1}{РДН_0},$$

где  $РДН_0$ ,  $РДН_1$  – реальные совокупные доходы населения соответственно в базисном и отчетном периодах.

Реальные доходы – это номинальные доходы с поправкой на индекс потребительских цен:

$$РДН_1 = \frac{СДН_0}{I_p} = СДН_1 \cdot I_{покуп.способ \text{ денег}},$$

так как  $I_{покуп. способ. денег}$  – индекс покупательной способности денег равен обратной величине индекса потребительских цен ( $I_p$ ):

$$\begin{aligned} I_{покуп. способ. денег} &= \frac{1}{I_p}, \text{ тогда} \\ I_{реал. дох.} &= \frac{СДН_1 \cdot I_{покуп. способ. денег}}{СДН_0} = I_{сов.дох} \cdot I_{покуп. способ. денег} = \\ &= I_{сов.дох.} \cdot I \frac{1}{I_p}. \end{aligned}$$

Рассчитаем индекс реальных доходов населения:  $1_p = 1,25$  – по условию примера, следовательно:

$$I_{реал.дох.} = \frac{1,139}{1,25} = 0,911, \text{ или } 91,1 \%.$$

Несмотря на то, что номинальные доходы рабочих и служащих выросли на 3,9 %, реальные снизились на 8,9 % ( $91,1 \% - 100,0 \% = - 8,9 \%$ ).

## ПРИМЕР 2

Среднемесячная заработная плата в текущих ценах за вычетом налогов и обязательных платежей составила в базисном году 8400 руб., в отчетном – 9200 руб. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Доля налогов в общей заработной плате составила в базисном году 12 %, в отчетном – 18 %.

Рассчитайте:

- 1) индекс покупательной способности денег;
- 2) индекс номинальной заработной платы;
- 3) индекс номинальной располагаемой заработной платы;
- 4) индекс реальной заработной платы.

**РЕШЕНИЕ:**

1. Индекс покупательной способности рубля (методику расчета см. пример 1) равен:

$$I_{\text{покуп. способ. денег}} = \frac{1}{1,5} = 0,667, \text{ или } 66,7 \, \%.$$

Покупательная способность рубля снизилась на 33,3 %.

2. Индекс номинальной заработной платы:

$$I_{\text{ном. ЗП}} = \frac{\text{Ном.ЗП}_1}{\text{Ном.ЗП}_0},$$

где Ном.ЗП<sub>0</sub> и Ном.ЗП<sub>1</sub> – номинальная заработная плата в базисном и отчетном периодах соответственно:

$$I_{\text{ном.ЗП}} = \frac{9200}{8400} = 1,095, \text{ или } 109,5 \, \%.$$

3. Номинальная располагаемая заработная плата (Ном.РЗП) равна номинальной (Ном.ЗП) за вычетом налогов и обязательных платежей (НП). Следовательно:

$$I_{\text{ном.РЗП}} = \frac{\text{Ном.РЗП}_1}{\text{Ном.РЗП}_0} = \frac{\text{Ном.ЗП}_1 - \text{НП}_1}{\text{Ном.ЗП}_0 - \text{НП}_0} = \frac{\text{Ном.РЗП}_1(1 - d_{\text{НП}_1})}{\text{Ном.РЗП}_0(1 - d_{\text{НП}_0})},$$

где  $d_{\text{НП}_0}$  и  $d_{\text{НП}_1}$  – доля налогов в номинальной заработной плате соответственно в базисном и отчетном периодах:

$$d_{\text{НП}_0} = \frac{\text{НП}_0}{\text{Ном.ЗП}_0}, \quad d_{\text{НП}_1} = \frac{\text{НП}_1}{\text{Ном.ЗП}_1},$$
$$I_{\text{ном.РЗП}} = \frac{9200 \cdot (1 - 0,18)}{8400 \cdot (1 - 0,12)} = 1,021, \text{ или } 102,1 \, \%.$$

4. Реальная заработная плата равна номинальной располагаемой заработной плате, помноженной на индекс покупательной способности рубля.

Индекс реальной заработной платы:

$$I_{\text{реал.ЗП}} = I_{\text{ном.РЗП}} \cdot I_{\text{покуп.способ денег}}$$

$$I_{\text{реал.ЗП}} = 1,021 \cdot 0,667 = 0,681, \text{ или } 68,1 \% .$$

Реальная заработная плата в отчетном периоде снизилась на 31,9 % по сравнению с базисным.

### ПРИМЕР 3

По данным Дании за 2009 г. определим ИРЧП (табл.11.2)

Таблица 11.2

| Показатели                                                        | $P_{\text{факт}}$ |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Продолжительность предстоящей жизни, лет                          | 75,3              |
| Уровень грамотности взрослого населения, %                        | 99,0              |
| Доля участия среди молодежи, %                                    | 89,0              |
| Скорректированный реальный ВВП на душу населения, долл. США (ППС) | 21 983            |

**РЕШЕНИЕ:**

Компонентные индексы будут равны:

$$i_{p1} = \frac{75,3 - 25}{85 - 25} = 0,838;$$

$$i_{p2} = \frac{99 - 0}{100 - 0} = 0,99;$$

$$i_{p3} = \frac{89 - 0}{100 - 0} = 0,89;$$

$$i_{\text{обр}} = [2 \cdot 0,99 + 0,89] : 3 = 0,957;$$

$$\text{ИРЧП} = \frac{0,838 + 0,957 + 0,900}{3} = 0,898.$$

### ПРИМЕР 4

Определим индекс нищеты населения (ИНН-1) для Конго, если известны следующие данные (табл. 11.3), %:

Таблица 11.3

| Показатели                                           | $P_{\text{факт}}$ |
|------------------------------------------------------|-------------------|
| Население, которое не доживет до 40 лет              | 32                |
| Уровень неграмотности населения                      | 25,1              |
| Население, не имеющее доступа:                       |                   |
| к доброкачественной воде                             | 66                |
| к медицинскому обслуживанию                          | 17                |
| Дети в возрасте до пяти лет с пониженной массой тела | 24                |

**РЕШЕНИЕ:**

Определим  $P_3 = (66+17+24):3 = 35,7$ ,

тогда:

$$ИНН - 1 = \left[ 1/3(32^3 + 25,1^3 + 35,7^3) \right]^{1/3} = 31,5.$$

Это значит, что 31,5 % населения Конго живет в условиях нищеты и не имеет доступа к человеческим условиям существования.

**ПРИМЕР 5**

Определим индекс нищеты населения для Австралии (ИНН-2), если известны следующие данные (табл.11.4), %:

Таблица 11.4

| Показатели                                              | $P_{\text{факт}}$ |
|---------------------------------------------------------|-------------------|
| Население, имеющее продолжительность жизни менее 60 лет | 9                 |
| Функционально неграмотное население                     | 17                |
| Население, имеющее доходы ниже 50 % медианного дохода   | 12,9              |
| Дети в возрасте до пяти лет с пониженной массой тела    | 2,6               |

**РЕШЕНИЕ:**

$$ИНН - 2 = \left[ 1/4(9^3 + 17^3 + 2,6^3 + 12,9^3) \right]^{1/3} = 12,5.$$

Это значит, что 12,5 % населения Австралии живет в условиях нищеты и обездоленности.

**ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

**ЗАДАЧА 11.1**

Темпы роста валового национального располагаемого дохода республики составили за пять лет 65 %. Доля конечного потребления в общем объеме валового национального располагаемого дохода повысилась с 70 до 73 %. Численность населения за этот период увеличилась на 3 %.

Определите:

- 1) индекс валового сбережения в республике;
- 2) индекс уровня потребления благ и услуг на душу населения. Сделайте выводы.

**ЗАДАЧА 11.2**

Среднемесячная заработная плата рабочих и служащих за вычетом налогов составила: в базисном году – 15200 руб., в отчетном – 22500 руб. Цены на потребительские товары и услуги в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличились на 5 %. Доля налогов в общей заработной плате в базисном периоде составляла 16 %, в отчетном – 18 %.

Определите:

- 1) индекс покупательной способности рубля;
- 2) индексы номинальной и реальной заработной платы.

### ЗАДАЧА 11.3

Среднемесячная заработная плата рабочих и служащих за вычетом налогов в базисном году составила 18400 руб., в отчетном – 18800 руб., цены на потребительские товары и услуги повысились в отчетном периоде по сравнению с базисным на 15 %. Выплаты трансфертов (в ценах соответствующих лет) на одного рабочего и служащего составили в базисном году 2000 руб., в отчетном – 2500 руб.

Определите:

- 1) индекс совокупных доходов рабочих и служащих в текущих ценах;
- 2) индекс реальных доходов рабочих и служащих.

### ЗАДАЧА 11.4

Личные доходы населения в текущих ценах составляли в базисном году 21 тыс. руб., а в отчетном – 43 тыс. руб. За это время средняя величина выплаченных налогов и обязательных платежей из личных доходов увеличилась с 3 до 6 тыс. руб., а индекс покупательной способности денег оказался равен 0,85.

Определите:

- 1) индекс роста номинальных доходов населения;
- 2) индекс располагаемых личных доходов;
- 3) индекс реальных личных доходов.

### ЗАДАЧА 11.5

Уровень реальных доходов населения одного из регионов увеличился за год на 20 %. Номинальные доходы (в текущих ценах) составили: к началу года – 12200 руб., к концу года – 15500 руб.; доля налоговых платежей в номинальном доходе изменилась с 20 до 25 % соответственно.

Охарактеризуйте годовую инфляцию, рассчитав индекс покупательной способности денег.

### ЗАДАЧА 11.6

Год назад среднедушевой реальный доход по региону составлял 14000 руб., средняя сумма налоговых платежей равнялась 2200 руб. За год доля налоговых платежей возросла на 30 %, индекс покупательной способности денег составил 0,83, а номинальный среднедушевой доход увеличился в два раза. Рассчитайте величину среднедушевого реального дохода за год.

### ЗАДАЧА 11.7

Среднемесячная заработная плата в текущих ценах за вычетом налогов и обязательных платежей составила в базисном году 17400 руб., в отчетном – 18200 руб. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,35 раза. Доля налогов в общей заработной плате составила в базисном году 12, в отчетном – 16 %.

Рассчитайте:

- 1) индекс покупательной способности денег;
- 2) индекс номинальной заработной платы;
- 3) индекс номинальной располагаемой заработной платы;
- 4) индекс реальной заработной платы.

### ЗАДАЧА 11.8

Имеются следующие данные о среднедушевых доходах и расходах на оплату услуг по совокупности семей в базисном и отчетном периодах:

– средний годовой доход на душу в базисном периоде – 19,2 тыс. руб., в отчетном – 26,5 тыс. руб.;

– расходы на оплату услуг в базисном периоде – 2,4 тыс. руб., в отчетном – 3,5 тыс. руб.

Определите коэффициент эластичности расходов на оплату услуг в зависимости от роста доходов.

### ЗАДАЧА 11.9

Имеются следующие данные о доходах и потреблении продуктов питания по группам семей:

| Группа семей | Среднегодовой доход на душу, тыс. руб. | Расходы на питание на душу, тыс. руб. |
|--------------|----------------------------------------|---------------------------------------|
| 1            | 10,8                                   | 6,6                                   |
| 2            | 19,2                                   | 10,4                                  |
| 3            | 33,3                                   | 15,5                                  |

Определите коэффициенты эластичности расходов на питание по группам семей в зависимости от дохода.

### ЗАДАЧА 11.10

Имеются данные о денежных доходах и расходах населения одного из регионов Российской Федерации за 2008 и 2009 гг. (млн руб.).

| Показатели                                                                  | 2008 г. | 2009 г. |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| <b>I. Доходы</b>                                                            |         |         |
| Доходы от предпринимательской деятельности                                  | 4974,3  | 9689,7  |
| Оплата труда                                                                | 10640,0 | 20113,4 |
| Доходы рабочих и служащих от предприятий и организаций (кроме оплаты труда) | 488,7   | 806,3   |
| Социальные трансферты                                                       | 3770,5  | 8008,9  |
| Доходы населения от собственности                                           | 1164,0  | 4030,8  |
| Доходы населения от продажи иностранной валюты                              | 1340,7  | 2618,8  |
| Прочие поступления                                                          | 2464,9  | 3334,8  |
| Деньги, полученные по переводам (за вычетом переведенных и внешних сумм)    | 21,7    | 82,1    |
| <b>II. Расходы</b>                                                          |         |         |
| Покупка товаров и оплата услуг                                              | 25571,8 | 53884,4 |
| Обязательные платежи и добровольные взносы                                  | 1574,1  | 3299,9  |
| Из них:                                                                     |         |         |
| налоги и сборы                                                              | 1301,9  | 2570,1  |
| прирост сбережений во вкладах и в ценных бумагах                            | 283,9   | 2173,4  |
| расходы на покупку недвижимости                                             | 145,9   | 560,9   |
| расходы населения на приобретение иностранной валюты                        | 5015,9  | 6994,9  |
| изменение задолженности по кредитам                                         | 27,0    | -256,0  |

Определите:

1) номинальные, располагаемые и реальные доходы населения и размер превышения расходов над доходами, если индексы потребительских цен на товары и услуги (в % к предыдущему году) в 2008 г. – 169,4, в 2009 г. – 120,8;

2) структуру денежных доходов и расходов населения;

3) оцените структурные изменения в составе доходов и расходов с помощью показателя среднего квадратического отклонения;

4) коэффициенты эластичности расходов.

Сделайте выводы.

### ЗАДАЧА 11.11

Имеются следующие данные о распределении населения одного из регионов Сибири по среднедушевым денежным доходам (%):

| Группы населения по денежным доходам в расчете на душу населения в среднем за месяц, руб. | 2008 г. | 2009 г. |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| Всего                                                                                     | 100     | 100     |
| В том числе: до 100,0                                                                     | 0,08    | 0,02    |
| 100,0–200,0                                                                               | 0,59    | 0,56    |
| 200,0–300,0                                                                               | 2,29    | 2,23    |
| 300,0–400,0                                                                               | 4,36    | 4,32    |
| 400,0–500,0                                                                               | 5,99    | 5,68    |
| 500,0–600,0                                                                               | 6,88    | 6,84    |
| 600,0–700,0                                                                               | 7,38    | 7,25    |
| 700,0–800,0                                                                               | 7,16    | 7,12    |
| 800,0–900,0                                                                               | 6,83    | 6,89    |
| 900,0–1000,0                                                                              | 6,35    | 6,45    |
| 1000,0–1100,0                                                                             | 5,8     | 5,92    |
| 1100,0–1200,0                                                                             | 5,24    | 5,45    |
| 1200,0–1300,0                                                                             | 4,89    | 4,69    |
| 1300,0–1400,0                                                                             | 4,17    | 4,37    |
| 1400,0–1500,0                                                                             | 3,70    | 3,76    |
| 1500,0–1600,0                                                                             | 3,27    | 3,21    |
| 1600,0–1700,0                                                                             | 2,88    | 2,68    |
| 1700,0–1800,0                                                                             | 2,54    | 2,51    |
| 1800,0–1900,0                                                                             | 2,24    | 2,12    |
| 1900,0–2000,0                                                                             | 1,97    | 1,70    |
| 2000,0–2100,0                                                                             | 1,71    | 1,61    |
| 2100,0–2200,0                                                                             | 1,50    | 1,51    |
| 2200,0–2300,0                                                                             | 1,30    | 1,35    |
| 2300,0–2400,0                                                                             | 1,01    | 1,02    |
| 2400,0–2500,0                                                                             | 1,06    | 1,07    |
| 2500,0–2600,0                                                                             | 0,94    | 1,01    |
| 2600,0–2700,0                                                                             | 0,83    | 0,93    |
| 2700,0–2800,0                                                                             | 0,74    | 0,83    |
| 2800,0–2900,0                                                                             | 0,65    | 0,72    |
| свыше 2900,0                                                                              | 5,85    | 5,88    |

Определите:

- 1) среднедушевой месячный доход населения области в 2008 и 2009 гг.;
- 2) среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации в 2008 и 2009 гг.;
- 3) медианные размеры среднедушевых месячных доходов населения области в 2008 и 2009 гг.

Сравните полученные показатели, сделайте выводы.

#### ЗАДАЧА 11.12

Имеются следующие показатели, характеризующие уровень жизни населения России в 2004–2009 гг.

| Показатели                                                   | 2004 г. | 2009 г. |
|--------------------------------------------------------------|---------|---------|
| Среднемесячная заработная плата работающих в экономике, руб. | 472,4   | 2258,8  |
| Денежные доходы (в среднем на душу в месяц), руб.            | 515,4   | 2151,3  |
| Средний размер назначенных пенсий (в месяц), руб.            | 183,5   | 694,3   |
| Прожиточный минимум (в среднем на душу в месяц), руб.        | 264,1   | 1210,0  |

Определите:

- 1) базисные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпы роста и темпы прироста:
  - а) среднемесячной заработной платы работающих;

- б) денежных доходов населения;
  - в) среднего размера пенсий;
  - г) прожиточного минимума;
  - 2) отношение к прожиточному минимуму (%):
  - а) среднемесячной заработной платы;
  - б) среднедушевых денежных доходов;
  - в) среднего размера назначенных пенсий.
- Проанализируйте полученные показатели, сделайте выводы.

### ЗАДАЧА 11.13

Имеются следующие данные за 2009 г. по одному из регионов Западной Сибири:

| Показатели                                                            | Кварталы |         |         |         |
|-----------------------------------------------------------------------|----------|---------|---------|---------|
|                                                                       | I        | II      | III     | IV      |
| Начисленная среднемесячная заработная плата на одного работника, руб. | 16953,0  | 17900,0 | 18374,0 | 19173,0 |
| Долг налогов и сборов начисленной заработной платы, %                 | 6,9      | 7,0     | 7,1     | 7,2     |
| Индекс потребительских цен (в % к предыдущему периоду)                | 100,0    | 107,6   | 102,4   | 106,6   |

Определите:

- 1) сводный индекс потребительских цен на товары и услуги за 2009 г.;
- 2) индекс покупательной способности рубля;
- 3) размер реальной заработной платы одного работника по кварталам;
- 4) средний размер реальной заработной платы одного работника в 2009 г.;
- 5) показатели динамики реальной заработной платы.

### ЗАДАЧА 11.14

Среднедушевой доход населения вырос в отчетном периоде по сравнению с базисным в 1,3 раза, а потребление мясопродуктов увеличилось на 7 %.

Определите коэффициент эластичности потребления мясопродуктов от роста доходов.

### ЗАДАЧА 11.15

Определите, как изменилась покупательная способность рубля за второе полугодие 2000 г., если индекс потребительских цен на товары и услуги (в % к предыдущему месяцу) составил: июль – 101,8; август – 101,0; сентябрь – 101,3; октябрь – 102,1; ноябрь – 101,5; декабрь – 101,6.

### ЗАДАЧА 11.16

Имеются следующие данные, характеризующие качество жизни в некоторых развитых странах мира к середине 2000-х гг.

| Страна    | Продолжительность предстоящей жизни, лет | Уровень грамотности взрослого населения, % | Доля учащихся среди молодежи, % | Реальный ВВП на душу населения, долл. США (ППС) |
|-----------|------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|
| Австралия | 78,2                                     | 99,0                                       | 79                              | 19632                                           |
| Бельгия   | 76,9                                     | 99,0                                       | 86                              | 21548                                           |
| Австрия   | 76,7                                     | 99,0                                       | 87                              | 21322                                           |
| Испания   | 77,7                                     | 97,1                                       | 90                              | 14789                                           |
| Греция    | 77,9                                     | 96,7                                       | 82                              | 11636                                           |
| Ирландия  | 76,4                                     | 99,0                                       | 88                              | 17590                                           |
| Италия    | 78,0                                     | 98,1                                       | 73                              | 20174                                           |

| Страна         | Продолжительность предстоящей жизни, лет | Уровень грамотности взрослого населения, % | Доля учащихся среди молодежи, % | Реальный ВВП на душу населения, долл. США (ППС) |
|----------------|------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|
| Нидерланды     | 77,5                                     | 99,0                                       | 91                              | 19876                                           |
| Новая Зеландия | 76,6                                     | 99,0                                       | 94                              | 17267                                           |
| Норвегия       | 77,6                                     | 99,0                                       | 92                              | 22427                                           |
| Канада         | 79,1                                     | 99,0                                       | 100                             | 21916                                           |
| Исландия       | 79,2                                     | 99,0                                       | 83                              | 21064                                           |
| США            | 76,4                                     | 99,0                                       | 96                              | 26977                                           |
| Франция        | 78,7                                     | 99,0                                       | 89                              | 21176                                           |
| Япония         | 79,9                                     | 99,0                                       | 78                              | 21930                                           |

Задание:

1. Вычислите компонентные индексы, составляющие ИРЧП, по каждой стране.
2. Вычислите ИРЧП по каждой стране.
3. Проанализируйте 15 развитых стран отдельно по каждому вычисленному показателю.
4. Вычислите ранговые коэффициенты корреляции Спирмена, характеризующие зависимость рангов по ИРЧП от рангов по каждому его компоненту. Какой компонент оказывает наибольшее влияние на значение ИРЧП по группе развитых стран?

### ЗАДАЧА 11.17

Имеются данные, характеризующие показатели качества жизни, по выделенной группе стран:

| Страна    | Продолжительность предстоящей жизни, лет | Уровень грамотности взрослого населения, % | Доля учащихся среди молодежи, % | Реальный ВВП на душу населения, долл. США (ППС) |
|-----------|------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|
| Аргентина | 72,6                                     | 96,2                                       | 79                              | 8498                                            |
| Бразилия  | 66,6                                     | 83,3                                       | 61                              | 5928                                            |
| Венесуэла | 72,3                                     | 91,1                                       | 67                              | 8090                                            |
| Сингапур  | 77,1                                     | 91,1                                       | 68                              | 22604                                           |
| Колумбия  | 70,3                                     | 91,3                                       | 69                              | 6347                                            |
| Таиланд   | 69,5                                     | 93,8                                       | 55                              | 7742                                            |
| Малайзия  | 71,4                                     | 83,5                                       | 61                              | 9572                                            |
| Мексика   | 72,1                                     | 89,6                                       | 67                              | 6769                                            |
| Турция    | 68,5                                     | 82,3                                       | 60                              | 5516                                            |
| Оман      | 70,7                                     | 59,0                                       | 60                              | 9383                                            |
| Кувейт    | 75,4                                     | 78,6                                       | 58                              | 23848                                           |
| Гонконг   | 79,0                                     | 92,2                                       | 67                              | 22950                                           |
| Чили      | 75,1                                     | 95,2                                       | 73                              | 9930                                            |
| Бахрейн   | 72,2                                     | 85,2                                       | 84                              | 16751                                           |
| Фиджи     | 72,1                                     | 91,6                                       | 78                              | 6159                                            |

Задание:

1. Вычислите компонентные индексы, составляющие ИРЧП, по каждой стране.
2. Вычислите ИРЧП по каждой стране.
3. Проанализируйте 15 развитых стран по ИРЧП и по каждому компоненту.
4. Вычислите ранговые коэффициенты корреляции Спирмена, характеризующие зависимость рангов по ИРЧП от рангов по каждому его компоненту. Какой компонент оказывает наибольшее влияние на значение ИРЧП по группе развитых стран?

### ЗАДАЧА 11.18

Имеются данные, характеризующие уровень обездоленности населения развитых стран мира:

| Страна                                 | Население, имеющее продолжительность жизни до 60 лет | Функционально неграмотное население | Лица с продолжительностью безработицы более одного года | Население, живущее ниже черты бедности по доходам |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Швеция                                 | 8                                                    | 7,5                                 | 1,5                                                     | 6,7                                               |
| Финляндия                              | 11                                                   | 16,8                                | 6,1                                                     | 6,2                                               |
| Нидерланды                             | 9                                                    | 10,5                                | 3,2                                                     | 6,7                                               |
| Соединенное Королевство Великобритании | 9                                                    | 21,8                                | 3,8                                                     | 13,5                                              |
| Германия                               | 11                                                   | 14,4                                | 4                                                       | 5,9                                               |
| Ирландия                               | 9                                                    | 22,6                                | 7,6                                                     | 11,1                                              |
| Италия                                 | 9                                                    | 16,8                                | 7,6                                                     | 6,5                                               |
| Канада                                 | 9                                                    | 16,6                                | 1,3                                                     | 11,7                                              |
| Франция                                | 11                                                   | 16,8                                | 4,9                                                     | 7,5                                               |
| Испания                                | 10                                                   | 16,8                                | 13                                                      | 10,4                                              |
| Норвегия                               | 9                                                    | 16,8                                | 1,3                                                     | 6,6                                               |
| США                                    | 13                                                   | 20,7                                | 0,5                                                     | 19,1                                              |
| Япония                                 | 8                                                    | 16,8                                | 0,6                                                     | 11,8                                              |
| Новая Зеландия                         | 10                                                   | 18,4                                | 1,3                                                     | 9,2                                               |
| Бельгия                                | 10                                                   | 18,4                                | 6,2                                                     | 5,5                                               |

Задание:

1. Вычислите ИНН-2 для каждой страны. В какой из выделенных стран уровень обездоленности самый низкий и в какой самый высокий?
2. По всей совокупности стран вычислите коэффициент парной корреляции, характеризующий зависимость ИНН-2 от каждого компонента.
3. Вычислите множественный коэффициент корреляции, характеризующий зависимость показателя нищеты населения от его компонентов. Какой компонент оказывает наибольшее влияние на ИНН-2?

### ЗАДАЧА 11.19

Имеются показатели, характеризующие обездоленность населения в развивающихся африканских странах, %:

| Страна       | Население, которое не доживет до 60 лет | Уровень грамотности населения | Население, не имеющее доступа к: |                           | Дети в возрасте до пяти лет с пониженной массой тела |
|--------------|-----------------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|---------------------------|------------------------------------------------------|
|              |                                         |                               | доброкачественной воде           | медицинскому обслуживанию |                                                      |
| Камерун      | 26                                      | 64,4                          | 50                               | 20                        | 14                                                   |
| Гана         | 23                                      | 64,5                          | 35                               | 40                        | 27                                                   |
| Нигерия      | 31                                      | 57,1                          | 50                               | 49                        | 36                                                   |
| Того         | 33                                      | 51,7                          | 45                               | 39                        | 19                                                   |
| Кот-д'Ивуар  | 32                                      | 40,1                          | 18                               | 70                        | 24                                                   |
| Мавритания   | 29                                      | 37,7                          | 26                               | 37                        | 23                                                   |
| Мадагаскар   | 21                                      | 45,8                          | 66                               | 62                        | 34                                                   |
| Гвинея-Бисау | 42                                      | 54,9                          | 41                               | 60                        | 23                                                   |
| Гвинея       | 38                                      | 35,9                          | 54                               | 20                        | 26                                                   |
| Мали         | 36                                      | 31,0                          | 34                               | 60                        | 27                                                   |
| Эфиопия      | 34                                      | 35,5                          | 75                               | 54                        | 48                                                   |
| Буркина-Фасо | 38                                      | 19,2                          | 22                               | 10                        | 30                                                   |
| Нигер        | 36                                      | 13,6                          | 52                               | 1                         | 36                                                   |
| Сьерра-Леоне | 50                                      | 31,4                          | 66                               | 62                        | 29                                                   |
| Мозамбик     | 38                                      | 40,1                          | 37                               | 61                        | 27                                                   |

Задание:

1. Вычислите ИНН-1 для каждой страны. В какой из стран наблюдается наиболее высокий и в какой наименьший уровень обездоленности?

2. Вычислите по группе стран парные и частные коэффициенты корреляции между ИНН-1 и его компонентами. Сопоставьте компоненты между собой. Какой из компонентов оказывает наибольшее и какой наименьшее влияние на показатель нищеты населения?

Вычислите множественный коэффициент корреляции, характеризующий зависимость ИНН-1 от его составляющих. Проанализируйте полученные результаты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Статистика : учебно-методическое пособие / М. Г. Назаров, В. С. Варагин, Т. Б. Великанова и др. – М. : КНОРУС, 2006. – 480 с.
2. Савицкая, Г. В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия : учебник / Г. В. Савицкая. – М. : ИНФРА-М, 2009. – 512 с.
3. Лысенко, С. М. Общая теория статистики / С. Н. Лысенко, И. А. Дмитриева. – М. : И. Д. «Форум» ИНФРА-М, 2006. – 208 с.
4. Плохотников, К. Э. Статистика : учебное пособие / К. Э. Плохотников, С. В. Колков. – М. : Флинта : МПСИ, 2008. – 288 с.
5. Экономика организации (предприятия) : учебник / под ред. Н. А. Сафронова. – М. : Магистр, 2009. – 687 с.
6. Теория статистики / под ред. Р. А. Шмойловой. – М. : Финансы и статистика, 2009. – 656 с.
7. Теория статистики / под ред. Г. Л. Громыко. – М. : ИНФРА-М, 2010. – 476 с.
8. Статистика / под ред. В. Г. Ионина. – М. : ИНФРА-М, 2010. – 445 с.
9. Статистика / под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Юрайт; Высшее образование, 2010. – 565 с.
10. Черненко, А. Ф. Анализ финансовой отчетности / А. Ф. Черненко, А. В. Башарина. – Ростов н/Д, 2010.
11. Анализ финансовой отчетности / под ред. М. А. Вахрушиной. – М., 2009.
12. Савицкая, Г. В. Теория анализа хозяйственной деятельности / Г. В. Савицкая. – М., 2009.
13. Лысенко, Д. В. Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности / Д. В. Лысенко. – М., 2009.
14. Скамай, Л. Г. Экономический анализ деятельности предприятия / Л. Г. Скамай. – М., 2009.
15. Экономический анализ / под ред. Н. В. Войтоловского. – М., 2011.
16. Статистика : учебник / Л. П. Харченко, В. Г. Ионин, В. В. Глинский. – М., 2010.
17. Социально-экономическая статистика / под ред. М. Р. Ефимовой. – М., 2011.
18. Экономическая статистика / под ред. Ю. Н. Иванова. – М., 2009.
19. Мелкумов, Я. С. Социально-экономическая статистика / Я. С. Мелкумов. – М., 2010.
20. Статистика : учеб.-метод. пособ. для студентов вузов / под ред. Л. В. Ким. – Ю.-Сах., 2006.
21. Статистика : учебник для бакалавров / Л. И. Ниворожкина и др. ; под общ. ред. д. э. н., проф. Л. И. Ниворожкиной. – М. : издат.-торг. корпор. «Дашков и К<sup>о</sup>», 2010. – 416 с.
22. Общая теория статистики / под ред.: А. А. Спирика, О. Э. Башиной. – М., 2006. – 532 с.
23. Бакланов, Г. И. Статистика промышленности / Г. И. Бакланов, В. Е. Адамов, А. Н. Устинов. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 439 с.
24. Статистика / под ред.: Л. Т. Озеран, В. С. Лешкова. – М., 2006. – 415 с.
25. Громыко, Г. Л. Общая теория статистики : практикум. – М. : Инфра-М, 2007. – 389 с.
26. Статистика : учебное пособие для вузов / В. М. Гусаров, Е. И. Кузнецова. – 2-е изд. – ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 479 с.
27. Ефимова, М. Р. Общая теория статистики / М. Р. Ефимова, Е. В. Петрова, В. Н. Румянцев. – М. : Инфра-М, 2010. – 416 с.
28. Елисеева, И. И. Общая теория статистики / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. – М. : Финансы и статистика, 2008. – 656 с.
29. Сиденко, А. В. Практикум по социально-экономической статистике / А. В. Сиденко, В. М. Матвеева. – М. : Дело и сервис, 2008. – 144 с.

30. Сиденко, А. В. Статистика : учебник / А. В. Сиденко, Г. Ю. Попов, В. М. Матвеева. – М. : Дело и сервис, 2006. – 464 с.
31. Статистика : учеб. пособие / Л. П. Харченко, В. Г. Долженкова, В. Г. Ионин и др. ; под ред. В. Г. Ионина. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Инфра-М, 2006. – 384 с.
32. Салин, В. Н. Социально-экономическая статистика : учебник / В. Н. Салин, Е. П. Шпаковская. – М. : Юрист, 2005. – 461 с.
33. Теория статистики : учебник / под ред. проф. Р. А. Шмойловой. – М. : Финансы и статистика, 2008. – 656 с.
34. Экономическая статистика : учебник / под ред. Ю. Н. Иванова. – М. : Инфра-М, 2009. – 736 с.
35. Статистика : учебное пособие / А. В. Богат, М. Н. Конкина, В. М. Симчера ; под ред. В. М. Симчеры. – М. : Финансы и статистика, 2008. – 368 с.
36. Елисеева, И. И. Практикум по общей теории статистики / И. И. Елисеева. – 2008. – 512 с.
37. Ефимова, М. Р. Практикум по общей теории статистики : учебное пособие / М. Р. Ефимова. – 2008. – 368 с.
38. Социально-экономическая статистика: практикум : учебное пособие / под ред. В. Н. Салина. – М., 2008. – 192 с.
39. Дадашев, А. З. Финансовая система России : учебное пособие / А. З. Дадашев, Д. Г. Черник. – М. : Инфра-М, 2005. – 256 с.
40. Кевеш, П. Теория индексов и практика экономического анализа / пер. с венг. Н. А. Толмачевой, Н. Г. Левченко ; под ред. Э. Б. Ершова. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 324 с.
41. Методологические положения по статистике. – М. : Госкомстат России, 2008–2010.
42. Статистический сборник. – М. : Госкомстат России, 2006, 2007, 2008.
43. Система национальных счетов – инструмент макроэкономического анализа : учеб. пособие / под ред. Ю. Н. Иванова. – М. : Финстатинформ, 2006. – 480 с.
44. Елисеева, И. И. Общая теория статистики : учебник для вузов / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев ; под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 2009. – 656 с.
45. Практикум по социальной статистике : учеб. пособие / под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 368 с.
46. Стат. справочник Всемирного банка. – М., 2007.
47. Территориальная организация населения : учебное пособие для студентов вузов / под ред. Е. Г. Чистякова. – М. : Вузовский учебник, 2005.
48. Демография и статистика населения : учебник / под ред. И. И. Елисеевой. – 2008. – 688 с.
49. Заварина, Е. С. Основы региональной статистики : учебное пособие / Е. С. Заварина. – 2006. – 416 с.
50. Салин, В. Н. Система национальных счетов : учебное пособие / В. Н. Салин. – М., 2008. – 272 с.
51. Экономика фирмы и микростатистика : учебник / под ред. С. Д. Ильенковой. – М., 2008. – 384 с.
52. Финансы в России : статистический сборник. – М. : Госкомстат России, 2006, 2007, 2008.
53. Формы статистической отчетности и инструкции по их заполнению.
54. Вопросы статистики (ежемесячный научно-информационный журнал). 2003–2011 гг.
55. Вопросы экономики. 1998–2011 гг.
56. Проблемы прогнозирования. 1998–2010 гг.
57. Российский статистический ежегодник. 2008, 2009, 2010 гг.