

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Охинский филиал



## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **ОП.02 ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

специальности 20.02.04 Пожарная безопасность  
(базовый уровень среднего профессионального образования)  
Квалификация: специалист по пожарной безопасности  
Очная форма обучения

Методические рекомендации учебной дисциплины разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности, 20.02.04 Пожарная безопасность, утверждённого Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 07.07.2022 № 537(ред. От 03.07.2024)..

Организация-разработчик: Охинский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сахалинский государственный университет»

Разработчики:

---

Костеренко Елена Александровна

(Ф.И.О. ученая степень, звание, должность)

---

(Ф.И.О. ученая степень, звание, должность)

---

(Ф.И.О. ученая степень, звание, должность)

Рассмотрена и рекомендована на заседании ПЦК

Протокол №3 от 10.01.2025г.

Рекомендована к утверждению учебно-методическим советом

Протокол №2 от 16.01.2025г.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

Пояснительная записка	4
Требования к оформлению расчетно-графических работ	5
Критерии оценивания	5
Практические работы	7

## Пояснительная записка

Методические рекомендации к выполнению практических работ по учебной дисциплине ОП.02 Техническая механика предназначены для организации самостоятельной работы обучающихся второго курса очного отделения специальности 20.02.04 Пожарная безопасность на уроке.

Согласно учебного плана обязательная аудиторная учебная нагрузка составляет 72 часов, в том числе 22 часа составляют практические занятия.

Результатом освоения дисциплины является овладение обучающимися профессиональными (ПК) и общими (ОК) компетенциями:

Код ПК, ОК	Код умений	Умения	Код знаний	Знания
ОК 01, ОК 06, ОК 09		читать кинематические схемы; проводить расчет и проектировать детали и сборочные единицы общего назначения; проводить сборочно-разборочные работы в соответствии с характером соединений деталей и сборочных единиц; определять напряжения в конструкционных элементах; производить расчеты элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость; определять передаточное отношение.		виды машин и механизмов, принцип действия, кинематические и динамические характеристики; типы кинематических пар; типы соединений деталей и машин; основные сборочные единицы и детали; характер соединения деталей и сборочных единиц; принцип взаимозаменяемости; виды движений и преобразующие движения механизмы; виды передач, их устройство, назначение, преимущества и недостатки, условные обозначения на схемах; передаточное отношение и число; методику расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации.

## Требования к оформлению расчетно-графических работ

1. Расчетно-графические работы должны быть оформлены в виде пояснительных записок, выполняемых в тетрадях в клетку.
2. Обязательно наличие рамки и штампов на всех листах в соответствии с требованиями ГОСТ. На титульном листе каждой работы выполняется только рамка.
3. Текст работы рекомендуется располагать на одной стороне листа. Вторая сторона листа впоследствии может быть использована для внесения исправлений.
4. Пояснительная записка может быть выполнена компьютерным или рукописным способом. В последнем случае почерк должен быть разборчивым, а чернила должны быть одного цвета: синего или черного.
5. Пояснительная записка обязательно должна включать задание и графическое условие задач.
6. Все буквенные обозначения физических величин должны быть указаны на рисунке или пояснены в тексте.
7. Расчет численных значений величин должен быть оформлен следующим образом: после расчетной формулы, записанной в буквенных обозначениях, в нее подставляют численные значения величин, а затем приводят результат вычислений и обозначение единицы измерения величины.
8. Работы, сдаваемые на проверку, должны быть выполнены в полном объеме.
9. Исправления следует вносить путем зачеркивания неправильного результата и вписывания правильного результата выше или правее неправильного. Не допускается использование корректора для исправления неправильного результата и замечаний преподавателя.
10. При решении задач применять систему единиц СИ, а также кратные и дольные от них.
11. Для обозначения основных общетехнических величин использовать только стандартные символы.
12. Тщательно проверить правильность всех вычислений, обратить особое внимание на соблюдение правильности размерностей, подставленных в формулу значений.

### Критерий оценки

Оценка	Критерии оценки знаний студентов
«5» отлично	Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены. Расчетно-графическая работа выполнена полностью без ошибок и недочетов
«4» хорошо	Демонстрирует значительное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены. Расчетно-графическая работа выполнена полностью, но при наличии в ней более 1 негрубой ошибки и 1 недочета или 3 недочетов
«3» удовлетворительно	Демонстрирует частичное понимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. Расчетно-графическая работа выполнена на 2/3 всего объема; работа выполнена полностью, но при наличии в ней более 1 грубой ошибки и 2 недочетов, или 1 грубой ошибки и 1 негрубой ошибки, или 3 негрубые ошибки, или 4 недочета
«2» неудовлетворительно	Демонстрирует непонимание проблемы. Нет ответа. Не было попытки решить задачу. Расчетно-графическая работа правильно выполнена менее чем на 2/3 всего объема или число ошибок и недочетов превышает норму для оценки «3»

## Перечень ошибок

### Грубые ошибки:

1. Незнание определений основных понятий, законов, правил, основных положений теории, формул, общепринятых символов обозначения технических величин, единиц их измерения.
2. Неумение выделять в ответе главное.
3. Неумение применять знания для решения задач; неправильно сформулированные вопросы задачи или неверные объяснения хода ее решения; незнание приемов решения задач, аналогичных ранее решенных на занятиях.

### Негрубые ошибки:

1. Неточности формулировок, определений, понятий, законов, теорий, вызванные неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия.
2. Ошибки в условных обозначениях на расчетных схемах; неточности чертежей и схем.
3. Пропуск или неточное написание наименований единиц технических величин.
4. Нерациональный выбор хода решения.

### Недочеты:

1. Нерациональные записи при вычислениях, нерациональные приемы вычислений, преобразований и решений задач.
2. Арифметические ошибки в вычислениях грубо искажающие реальность результата.
3. Небрежное выполнение записей, чертежей и схем..
4. Орфографические и пунктуационные ошибки.

## Практическая работа № 1

### «Плоская система сходящихся сил»

Знать способы сложения двух сил и разложение силы на составляющие, геометрический и аналитический способы определения равнодействующей силы, условия равновесия плоской сходящейся системы сил.

Уметь определять равнодействующую системы сил, решать задачи на равновесие геометрическим и аналитическим способом, рационально выбирая координатные оси.

### Расчетные формулы

Равнодействующая системы сил

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}; \quad F_{\Sigma x} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{\Sigma y} = \sum_0^n F_{ky},$$

где  $\Sigma F_x$ ,  $\Sigma F_y$  — проекции равнодействующей на оси координат;  $F_{kx}$ ,  $F_{ky}$  — проекции векторов сил системы на оси координат.

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}},$$

где  $\alpha$  — угол равнодействующей с осью  $Ox$ .

Условие равновесия

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0. \end{cases}$$

Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, многоугольник сил должен быть замкнут.

### Пример 1. Определение равнодействующей системы сил

Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами (рис. П1.1) Дано:  $F_1 = 10$  кН;  $F_2 = 15$  кН;  $F_3 = 12$  кН;  $F_4 = 8$  кН;  $F_5 = 8$  кН;  $\alpha_1 = 30^\circ$ ;  $\alpha_2 = 60^\circ$ ;  $\alpha_3 = 120^\circ$ ;  $\alpha_4 = 180^\circ$ ;  $\alpha_5 = 300^\circ$

### Решение

1. Определить равнодействующую аналитическим способом (рис. П1.1а)

$$\begin{cases} F_{1x} = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8.66 \text{ кН}; \\ F_{2x} = 15 \cdot \cos 60^\circ = 7.5 \text{ кН}; \\ F_{3x} = -12 \cdot \cos 60^\circ = -6 \text{ кН}; \\ F_{4x} = -8 \text{ кН}; \\ F_{5x} = 8 \cdot \cos 60^\circ = 4 \text{ кН}; \\ F_{1y} = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ кН} \\ F_{2y} = 15 \cdot \sin 60^\circ = 12.99 \text{ кН} \\ F_{3y} = 12 \cdot \sin 60^\circ = 10.4 \text{ кН} \\ F_{4y} = 0 \\ F_{5y} = -8 \cdot \sin 30^\circ = -4 \text{ кН} \end{cases}$$

$$\Sigma F = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}; \quad \Sigma F = \sqrt{6.16^2 + 21.43^2} = 22.36 \text{ кН};$$

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{\Sigma F}; \quad \cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{6.16}{22.36} = 0.2755; \quad \alpha_{\Sigma x} = 74^\circ$$

2. Определить равнодействующую графическим способом.

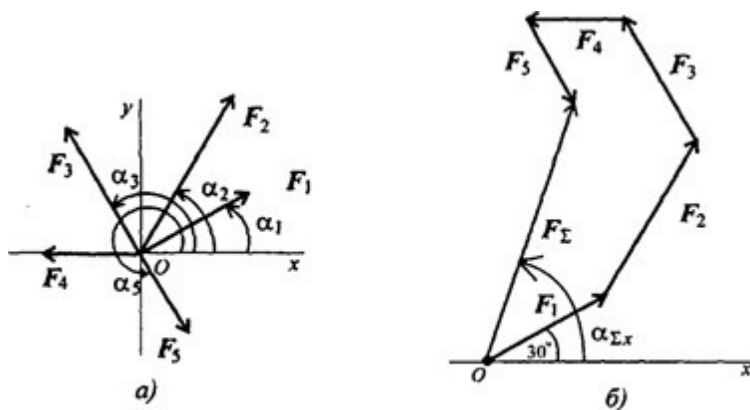


Рис. П1.1

С помощью транспортира в масштабе 2 мм = 1 кН строим многоугольник сил (рис. П1.1б). Измерением определяем модуль равнодействующей силы и угол наклона ее к оси Ох.

$$F_{\Sigma \text{гр.}} \cong 22 \text{ кН}; \quad \alpha_{\Sigma x} = 73^\circ$$

Результаты расчетов не должны отличаться более чем на 5%

$$\frac{F_{\Sigma \text{ан}} - F_{\Sigma \text{гр.}}}{F_{\Sigma \text{ан}}} \cdot 100\% \leq 5\%$$

### Пример 2. Решение задачи на равновесие аналитическим способом.

Грузы подвешены на стержнях и канатах и находятся в равновесии. Определить реакции стержней АВ и СВ (рис. П1.2).

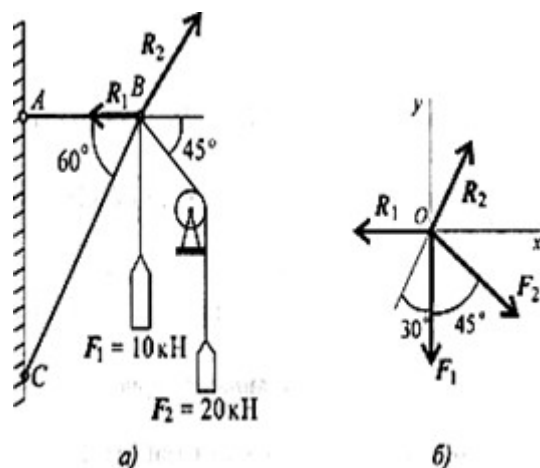


Рис. П1.2

#### Решение

1. Определяем (рис. П1.2а). при этом стержень точка В стержня АВ — Если убрать следовательно, В снизу — реакция направлена вверх.

2. Освобождаем точку В от связи (рис. П1.2б).

3. Выберем направление осей координат, ось Ох совпадает с реакцией R1.

4. Запишем уравнения равновесия точки В:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = -R_1 + R_2 \cos 60^\circ + F_2 \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = R_2 \cos 30^\circ - F_1 - F_2 \cos 45^\circ = 0.$$

5. Из второго уравнения получаем:

$$R_2 = \frac{F_1 + F_2 \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ}; \quad R_2 = \frac{10 + 20 \cdot 0,7}{0,866} = 27,87 \text{ кН.}$$

Из первого уравнения получаем:

$$R_1 = R_2 \cos 60^\circ + F_2 \cos 45^\circ; \quad R_1 = 28,07 \text{ кН.}$$

**Вывод:** стержень АВ растянут силой 28,07 кН, стержень СВ сжат силой 27,87 кН.

вероятные направления реакций Мысленно убираем стержень АВ, СВ опускается, следовательно, отодвигается от стены: назначение тянуть точку В к стене. стержень СВ, точка В опустится, стержень СВ поддерживает точку



### **Расчетно-графическая работа №1**

Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами

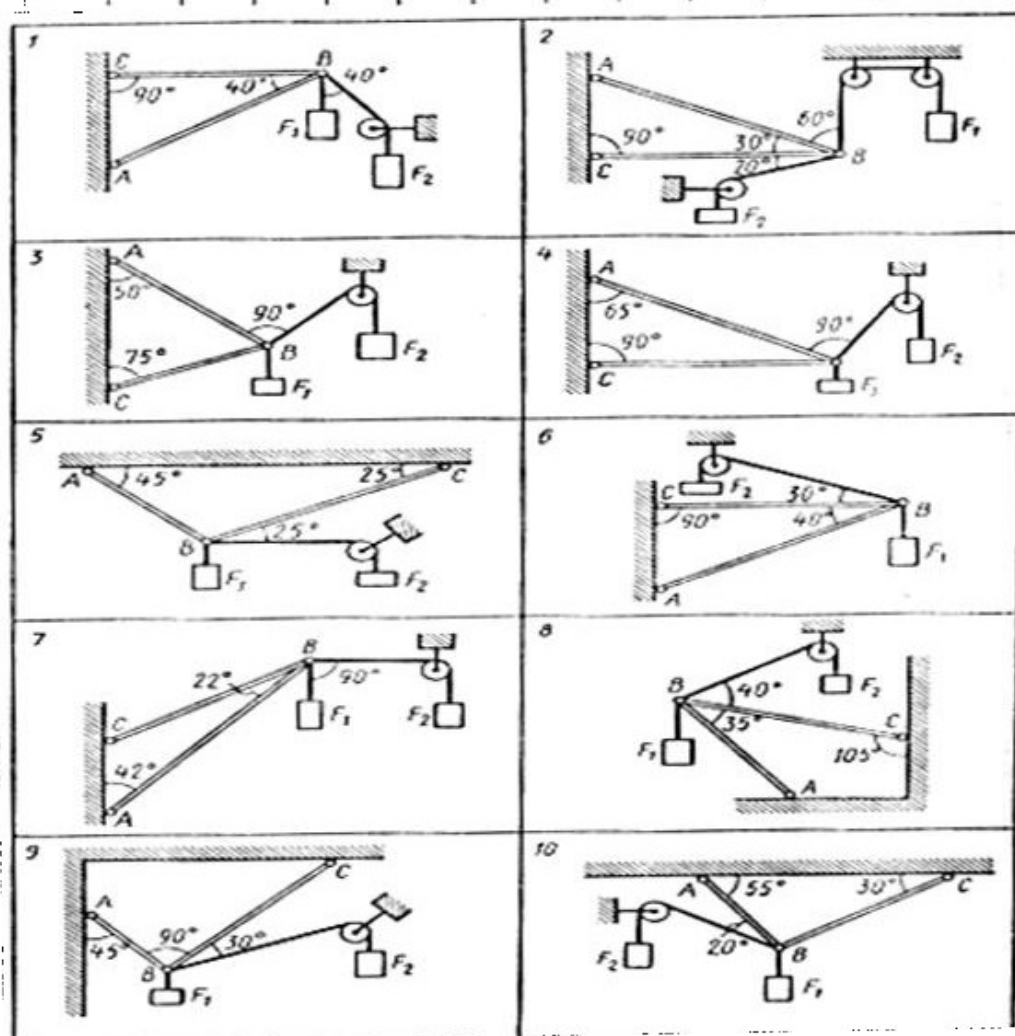
Параметр	Вариант				
	1	2	3	4	5
$F_1$ , кН	12	8	20	3	6
$F_2$ , кН	8	12	5	6	12
$F_3$ , кН	6	2	10	12	15
$F_4$ , кН	4	10	15	15	3
$F_5$ , кН	10	6	10	9	18
$\alpha_1$ , град	30	0	0	15	0
$\alpha_2$ , град	45	45	60	45	15
$\alpha_3$ , град	0	75	75	60	45
$\alpha_4$ , град	60	30	150	120	150
$\alpha_5$ , град	300	270	210	270	300

**Задание.** Используя схему рис. П1.1а, определить равнодействующую системы сил.

## Расчетно-графическая работа №2

Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитическим способом

№ задачи и схемы на рис. 4										$F_1$	$F_2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Варианты										кН	
00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	0,4	0,5
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0,3	0,8
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	0,6	0,4
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	0,2	0,5
40	40	41	42	43	44	45	46	47	48	0,5	0,8
50	48	57	56	55	54	53	52	51	50	0,8	0,4
60	60	63	61	66	64	67	65	69	68	0,4	0,2
70	75	71	76	72	77	73	78	74	79	1,2	0,8
80	85	81	86	82	87	83	88	84	89	0,8	1,0
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	0,9	0,6



**Задание.** Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1$  и  $F_2$ . Массой стержней пренебречь. Схему своего варианта см. на рисунке. Числовые данные своего варианта взять из таблицы.

### Практическое занятие № 2

«Плоская система произвольно расположенных сил»

Знать теорему Пуансо о приведении силы к точке.

Уметь приводить произвольную плоскую систему сил к точке, определяя величины главного вектора и главного момента системы.

Знать три формы уравнений равновесия и уметь ими пользоваться при определении реакций в опорах балочных систем.

**Основные формулы и предпосылки расчета**

Виды опор балок и их реакции (рис. П2.1)

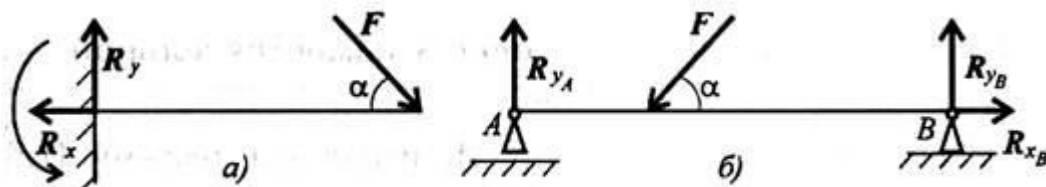


Рис. П2.1

Моменты пары сил и силы относительно точки (рис. П2.2)

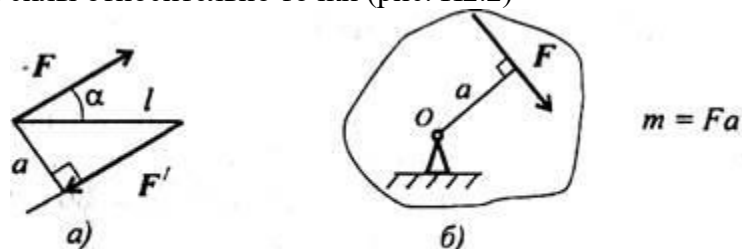


Рис. П2.2

Главный вектор

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{\left(\sum_0^n F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_0^n F_{ky}\right)^2}.$$

Главный момент

$$M_{\text{гл}O} = \sum_0^n m_{kO}.$$

Условия равновесия

$$1. \quad \sum_0^n F_{kx} = 0; \quad \sum_0^n F_{ky} = 0; \quad \sum_0^n m(F_k)_A = 0.$$

Проверка:

$$2. \quad \sum_0^n F_{kx} = 0; \quad \sum_0^n m(F_k)_A = 0; \quad \sum_0^n m(F_k)_B = 0.$$

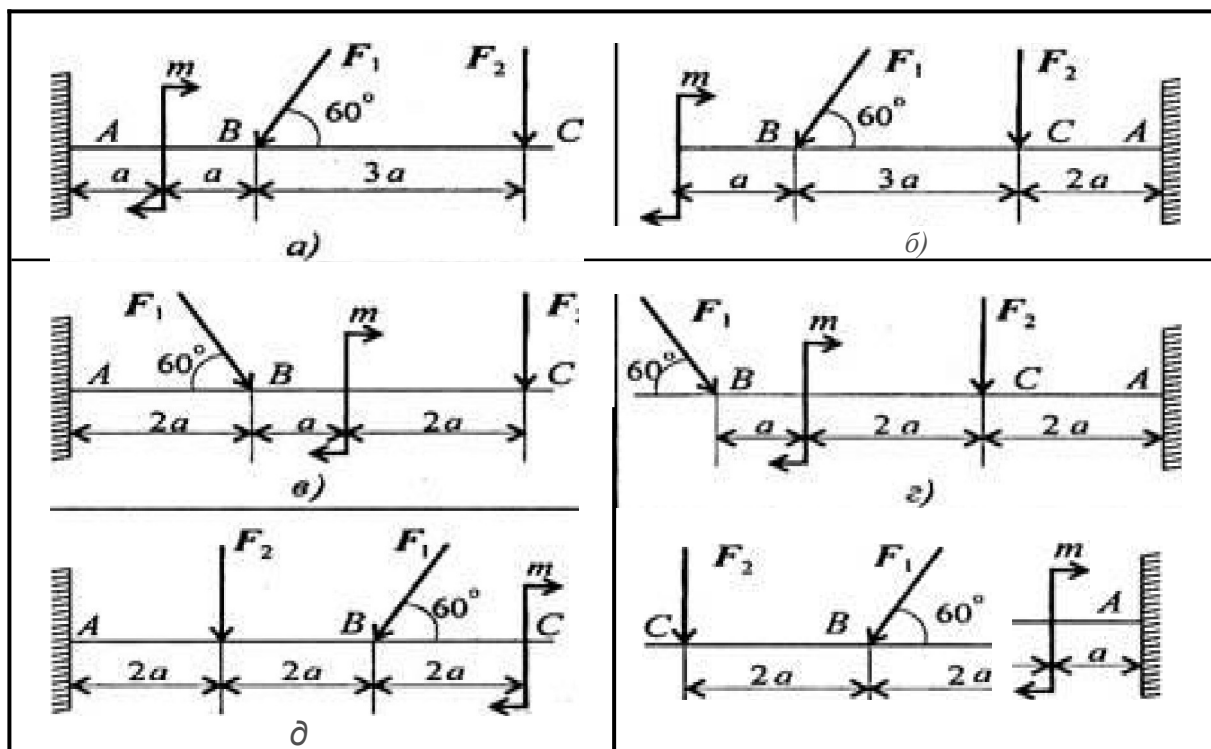
Проверка:

$$\sum_0^n F_{ky} = 0.$$

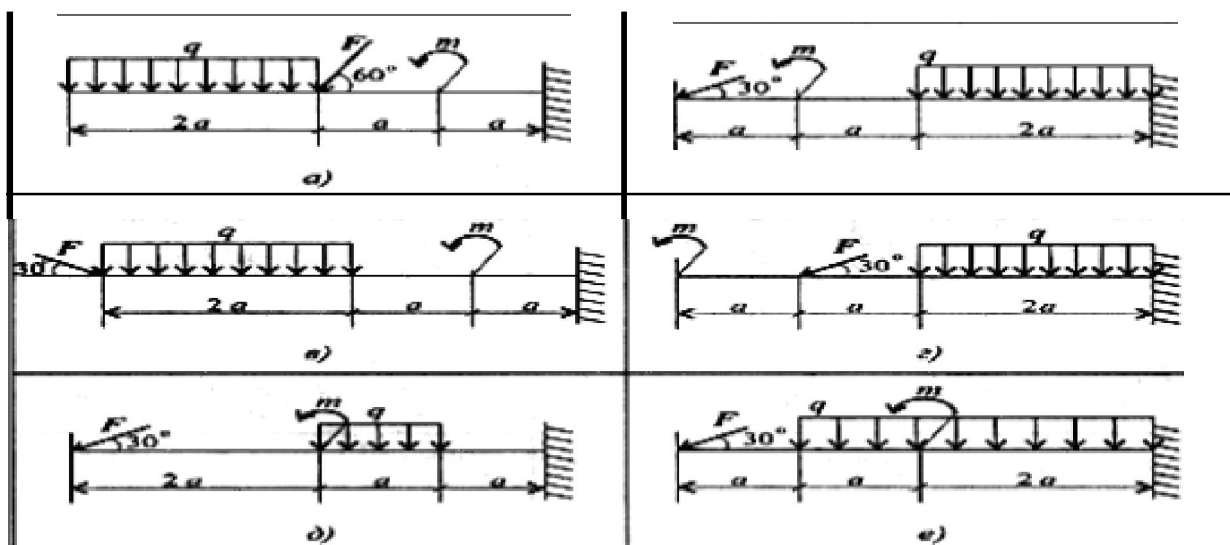
### Расчетно-графическая работа № 3

Определение реакций в опорах балочных систем под действием сосредоточенных сил и пар сил

**Задание.** Определить величины реакций в опоре заземленной балки. Провести проверку правильности решения.



Параметр	31), ан:т									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\eta, \kappa$	0	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$F2'' \text{ кН}$	114,4	4,8	7,8	814	1,2	2,8	17	18	22,8	2,4
$m, \text{ кН-м}$	14	13	2	11	10	9	8	7	6	5
$a, \text{ м}$	0,2	0,02	0	0,13	0,4	0,4	0,10	0,10	0,10	0,6

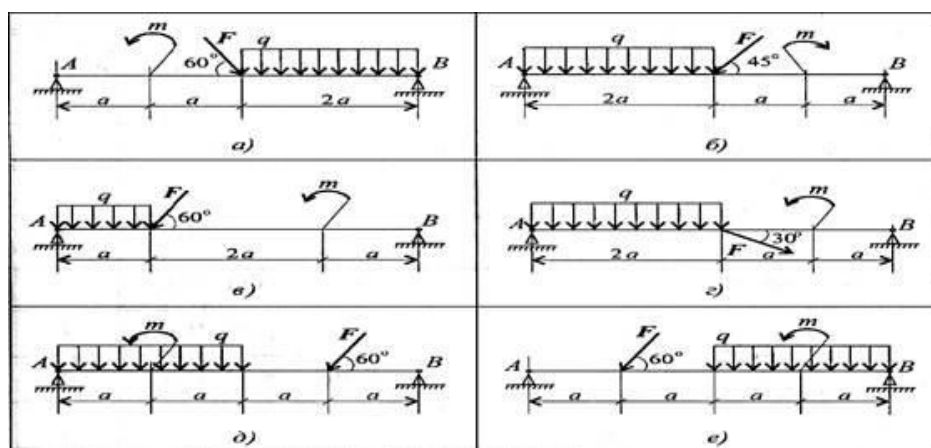


Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$q$ , кН/м	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
$m$ , кН·м	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$a$ , м	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3

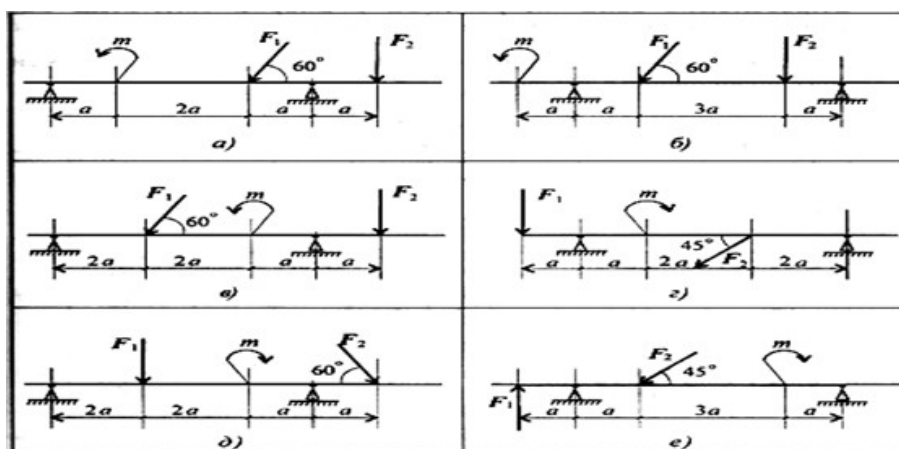
#### Расчетно-графическая работа № 4

Определение реакций в опорах балочных систем под действием сосредоточенных сил и пар сил

**Задание.** Определить величины реакций в шарнирных опорах балки. Провести проверку правильности решения.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F$ , кН	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$q$ , кН/м	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4
$m$ , кН·м	15	25	35	45	55	45	35	25	15	5
$a$ , м	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{кН}$	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$F_2, \text{кН}$	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5
$m, \text{кН}\cdot\text{м}$	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
$a, \text{м}$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

### Практическое занятие № 3

#### «Центр тяжести»

Знать методы определения центра тяжести тела и плоских сечений, формулы для определения положения ЦТ плоских сечений. Уметь определять положение центра тяжести сложных геометрических фигур, определять положение центра тяжести фигур, составленных из стандартных профилей.

#### Основные формулы и предпосылки расчета

Центры тяжести простейших сечений (рис. ПЗ.1)

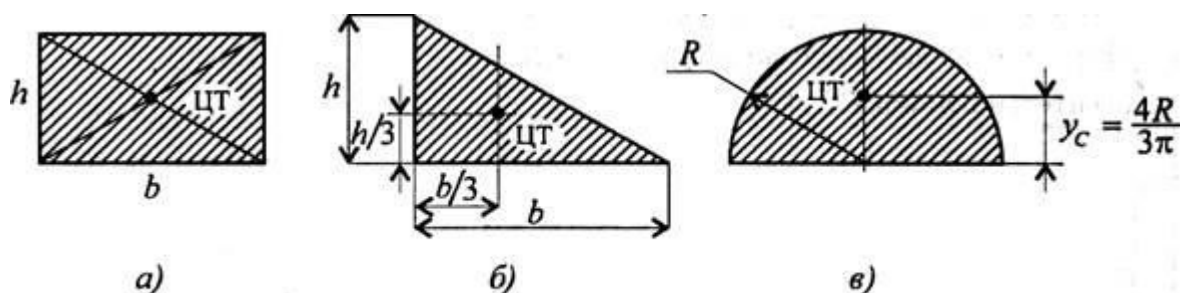


Рис. ПЗ.1

Геометрические характеристики стандартных прокатных профилей в Приложении 2.

Методы расчета:

- 1 метод симметрии;
- 2 метод разделения на простые части;
- 3 метод отрицательных площадей.

Координаты центров тяжести сложных и составных сечений:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k x_k}{A}; \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k y_k}{A},$$

где  $A_k$  — площади частей сечения;  $x_k, y_k$  — координаты ЦТ частей сечения;  $A$  — суммарная площадь сечения,

#### Пример 1.

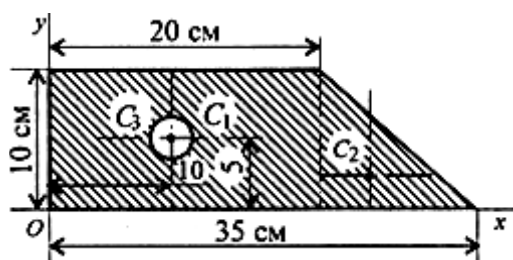
Определить положение центра тяжести фигуры, представленной на рис.3.2

Решение

Разбиваем фигуру на три части:

- 1 — прямоугольник,  
 $A_1 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ см}^2$ ;
- 2 — треугольник,  
 $A_2 = 1/2 \cdot 10 \cdot 15 = 75 \text{ см}^2$ ;
- 3 — круг,  $A_3 = \pi R^2$ ;  
 $A_3 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,3 \text{ см}^2$ .

Рис. 3.2



ЦТ фигуры 1:  $x_1 = 10$  см;  $y_1 = 5$  см.

ЦТ фигуры 2:  $x_2 = 20 + 1/3 \cdot 15 = 25$  см;  $y_2 = 1/3 \cdot 10 = 3,3$  см.

ЦТ фигуры 3:  $x_3 = 10$  см;  $y_3 = 5$  см;

$$x_C = \frac{200 \cdot 10 + 75 \cdot 25 - 28,3 \cdot 10}{200 + 75 - 28,3} = 14,5 \text{ см.}$$

Аналогично определяется  $y_C = 4,5$  см.

### Пример 2.

Определить координаты центра тяжести составного сечения. Сечение состоит из листа и прокатных профилей (рис. 3.3).

**Примечание.** Часто рамы сваривают из разных профилей, создавая необходимую конструкцию. Таким образом, уменьшается расход металла и образуется конструкция высокой прочности. Для стандартных прокатных профилей собственные геометрические характеристики известны. Они приводятся в соответствующих стандартах.

Решение.

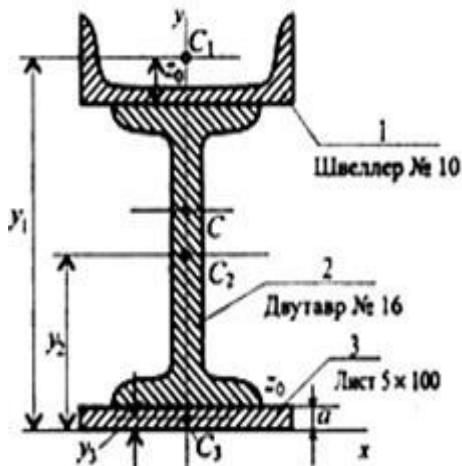
Обозначим фигуры номерами и выпишем из таблиц необходимые данные:

1 швеллер № 10 (ГОСТ 8240-89); высота  $h = 100$  мм; ширина полки  $b = 46$  мм; площадь сечения  $A_1 = 10,9$  см<sup>2</sup>;

2 двутавр № 16 (ГОСТ 8239-89); высота 160 мм; ширина полки 81 мм; площадь сечения  $A_2 = 20,2$  см<sup>2</sup>;

Рис.3.3

3 лист 5х100; толщина 5 мм; ширина 100мм; площадь сечения  $A_3 = 0,5 \cdot 10 = 5$  см<sup>2</sup>.



Координаты центров тяжести каждой фигуры можно определить по чертежу.

Составное сечение симметрично, поэтому центр тяжести находится на оси симметрии и координата  $x_C = 0$ .

Швеллер 1:  $y_1 = a + h_2 + z_0$ ;  $y_1 = 0,5 + 16 + 1,44 = 17,54$  см.

Двутавр 2:  $y_2 = a + \frac{h_2}{2}$ ;  $y_2 = 0,5 + 16/2 = 8,5$  см.

Лист 3:  $y_3 = a/2 = 0,25$  см.

Определение  
составного

**Ошибка!**

центра тяжести  
сечения:

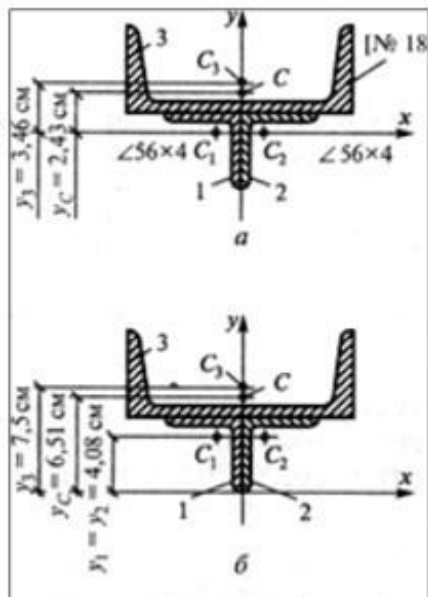
$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3},$$

$$y_C = \frac{10,9 \cdot 17,54 + 20,2 \cdot 8,5 + 5 \cdot 0,25}{10,9 + 20,2 + 5} = 10 \text{ см.}$$

### Пример 3

Определить координаты центра тяжести сечения, показанного на рис. 3.4 а. Сечение состоит из двух уголков 56\*4 и швеллера № 18. Выполнить проверку правильности определения положения центра тяжести. Указать его положение на сечении.

Решение



1. Разобьем сечение на профили проката: два уголка 56 \* 4 и швеллер № 18. Обозначим их 1, 2, 3 (см. рис. 3.4 а).
2. Укажем центры тяжести каждого профиля, используя табл. 1 и 4 прил. I, и обозначим их C1, C2, C3.
3. Выберем систему координатных осей. Ось y совместим с осью симметрии, а ось x проведем через центры тяжести уголков.
4. Определим координаты центра тяжести всего сечения. Так как ось y совпадает с осью симметрии, то она проходит через центр тяжести сечения, поэтому  $X_C = 0$ . Координату  $Y_C$  определим по формуле

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}.$$

Пользуясь таблицами приложения, определим площади каждого профиля и координаты центров тяжести:

$$A_1 = 4,38 \text{ см}^2, y_1 = 0; A_2 = 4,38 \text{ см}^2, y_2 = 0;$$

$$A_3 = 20,7 \text{ см}^2, y_3 = z_{0(гр)} + z_{0(шв)} = 1,52 + 1,94 = 3,46 \text{ см}.$$

Координаты  $y_1$  и  $y_2$  равны нулю, так как ось x проходит через центры тяжести уголков.

Подставим полученные значения в формулу для определения  $y_C$ :

$$y_C = \frac{4,38 \cdot 0 + 4,38 \cdot 0 + 20,7 \cdot 3,46}{4,38 + 4,38 + 20,7} = \frac{71,62}{29,46} = 2,43 \text{ см}.$$

5. Укажем центр тяжести сечения на рис. 3.4 а и обозначим его буквой C. Покажем расстояние  $Y_C = 2,43$  см от оси x до точки C.

Поскольку уголки симметрично расположены, имеют одинаковую площадь и координаты, то  $A_1 = A_2$ ,  $y_1 = y_2$ . Поэтому формула для определения  $Y_C$  может быть упрощена:

$$y_C = \frac{2A_1 y_1 + A_3 y_3}{2A_1 + A_3}.$$

6. Выполним проверку. Для этого ось x проведем по нижнему краю полки уголка (рис.3.4 б). Ось y оставим, как в первом решении. Формулы для определения  $X_C$  и  $Y_C$  не изменяются:

$$x_C = 0; y_C = \frac{2A_1 y_1 + A_3 y_3}{2A_1 + A_3}.$$

Площади профилей останутся такими же, а координаты центров тяжести уголков и швеллера изменятся. Выпишем их:

$$A_1 = A_2 = 4,38 \text{ см}^2; y_1 + y_2 = b_{гр} - z_{0(гр)} = 5,6 - 1,52 = 4,08 \text{ см};$$

$$A_3 = 20,7 \text{ см}^2; y_3 = b_{гр} + z_{0(шв)} = 5,6 + 1,94 = 7,54 \text{ см}.$$

Находим координату центра тяжести:

$$y_C = \frac{2 \cdot 4,38 \cdot 4,08 + 20,7 \cdot 7,54}{2 \cdot 4,38 + 20,7} = 6,51 \text{ см}.$$

По найденным координатам  $X_C$  и  $Y_C$  наносим на рисунок точку C. Найденное двумя способами положение центра тяжести находится в одной и той же точке. Проверим это.

Разница между координатами  $Y_C$ , найденными при первом и втором решении, составляет:  $6,51 - 2,43 = 4,08$  см.

Это равно расстоянию между осями x при первом и втором решении:



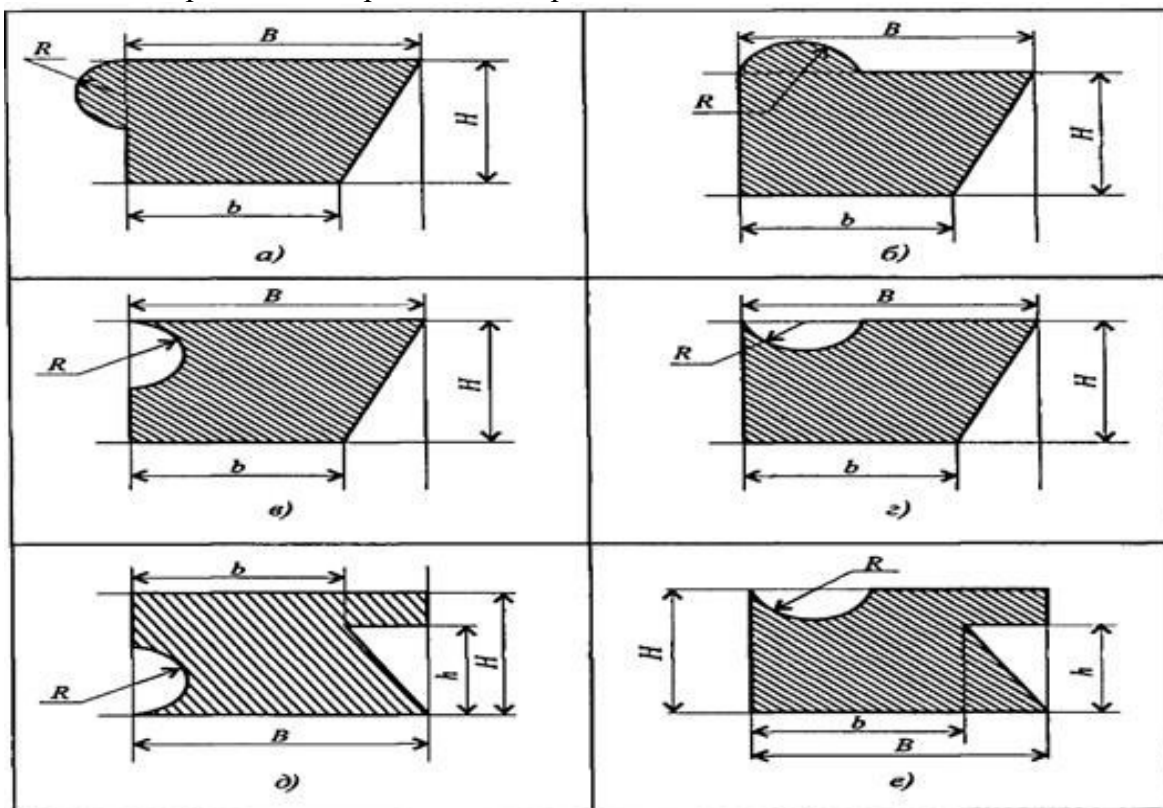
$$5,6 - 1,52 = 4,08 \text{ см.}$$

**Ответ:**  $Y_C = 2,43$  см, если ось  $x$  проходит через центры тяжести уголков, или  $Y_C = 6,51$  см, если ось  $x$  проходит по нижнему краю полки уголка.

### Расчетно-графическая работа №5

Определение центра тяжести фигур

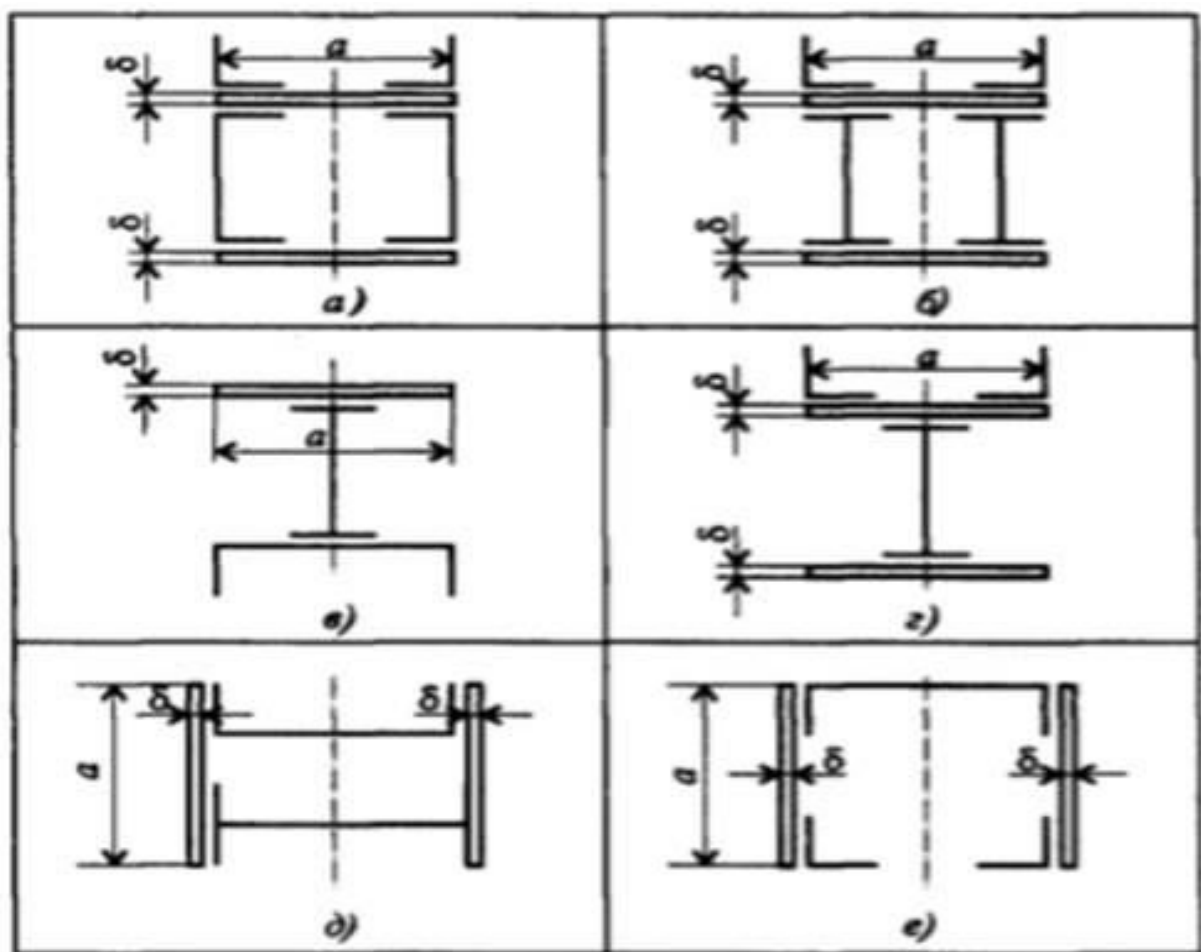
Задание 1. Определить координаты центра тяжести заданного плоского сечения



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$B$ , мм	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$b$ , мм	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$H$ , мм	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
$h$ , мм	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$R$ , мм	20	25	25	30	30	40	40	50	50	60

**Задание 2.** Определить координаты центра тяжести составного сечения. Сечения состоят из листов с поперечными размерами, а  $x$   $b$  и прокатных профилей по ГОСТ 8239-89, ГОСТ 8240-89 и ГОСТ 8509-86. Уголок выбирается наименьшей толщины. Размеры стандартных профилей в Приложении 5-7.

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ швеллера	18	18а	20	20а	22	22а	24	24а	27	30
№ двутавра	18	18а	20	20а	22	22а	24	24а	27	30
№ уголка	8	8	9	9	10	10	11	11	12,5	14
а, мм	180	200	200	220	220	240	240	260	270	300
δ, мм	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6



#### Практическое занятие 4

«Кинематика точки. Простейшие виды движения твердого тела»

Знать формулы для определения параметров поступательного и вращательного движений и кинематические графики.

Уметь определять кинематические параметры тела при поступательном и вращательном движениях, определять параметры любой точки тела.

Указания.

В некоторых вариантах при определении траектории следует учесть известные из тригонометрии формулы:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Касательное ускорение можно находить по формуле

$$a_z = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{v}$$

### Пример

Даны уравнения движения точки в плоскости ХУ:

$$x = -2 \cos \frac{\pi}{4} t + 3, y = 2 \sin \frac{\pi}{8} t - 1$$

(х, у - в метрах, t - в секундах).

Определить уравнение траектории точки, для момента времени  $t_1 = 1$  с. найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

### Решение

1. Для определения уравнения траектории точки исключаем из уравнений движения  $t$ . Поскольку  $t$  входит в аргументы тригонометрических функций, где один аргумент вдвое больше другого, используем формулу

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} t\right) = 1 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{8} t\right)$$

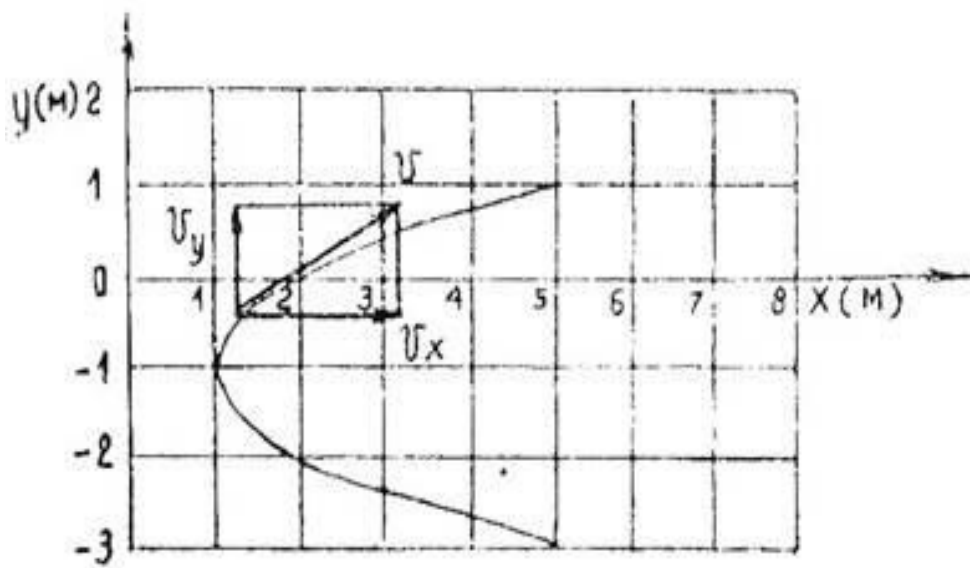
Из уравнений движения находим выражения соответствующих функций и подставляем их в предыдущее выражение:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} t\right) = \frac{3-x}{2} \quad \sin\left(\frac{\pi}{8} t\right) = \frac{y+1}{2} \quad \frac{3-x}{2} = 1 - 2 \frac{(y+1)^2}{4}$$

Окончательно находим

$$x = (y+1)^2 + 1$$

Строим график этой функции, представляющий собой в данном случае параболу.



Определим положение точки на траектории:

$$x(t = t_1) = -2 \cos \frac{\pi}{4} + 3 = 1,59 \quad \text{м;}$$

$$y(t = t_1) = 2 \sin \frac{\pi}{8} - 1 = -0,235 \quad \text{м.}$$

2. Скорость точки найдем по ее проекциям на координатные оси:

;;

.

При  $t = 1$  с

$$v_x = 1,11 \text{ м/с}, \quad v_y = 0,73 \text{ м/с}, \quad v = 1,33 \text{ м/с}$$

Покажем на рисунке положение точки при  $t=1$ , вектор скорости и его составляющие.

3. Аналогично найдем ускорение точки:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right); \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{\pi^2}{32} \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right);$$

При  $t = 1$  с

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\text{м/с}^2, \quad a_x = 0,87 \text{ м/с}^2, \quad a_y = -0,12 \text{ м/с}^2, \quad a = 0,88$$

4. Касательное ускорение найдем по формуле

$$a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}$$

Подставляя ранее найденные числовые значения, получаем

$$a_\tau = \frac{1,11 \cdot 0,87 + 0,73 \cdot (-0,12)}{1,33} = 0,66 \text{ м/с}^2$$

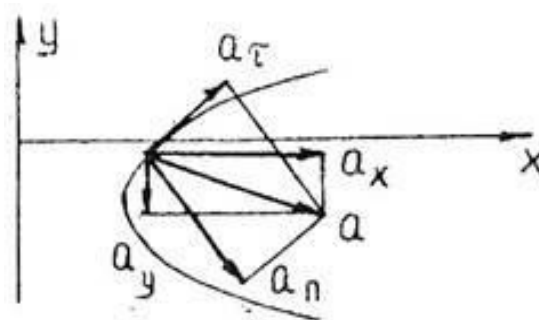
5. Нормальное ускорение

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$$

При  $t = 1$  с. получаем  $a_n = 0,58 \text{ м/с}^2$

Изобразим вектор ускорения точки и его составляющие, причем правильность

решения контролируем как по составляющим  $\vec{a}_x, \vec{a}_y$  и  $\vec{a}_\tau, \vec{a}_n$ , так и по  $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$ , т.е.  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$



$$\rho = \frac{v^2}{a_n}$$

6. Радиус кривизны траектории.

Подставляя численные значения, находим

$$\rho = \frac{1,33^2}{0,58} = 3,05 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $v = 1,33 \text{ м/с}, \quad a = 0,88 \text{ м/с}^2, \quad a_\tau = 0,66 \text{ м/с}^2, \quad a_n = 0,58 \text{ м/с}^2, \quad \rho = 3,05 \text{ м}$

### Расчетно-графическая работа №6

Определение параметров поступательного и вращательного движения тела

**Задание.1** По заданным уравнениям движения точки М найти и изобразить на рисунке вид её траектории и для момента времени  $t = t$ , (с) найти положение точки на траектории, её скорость, полное.

**Задание 2.** Касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны траектории в соответствующей точке. Указать на рисунке векторы скорости и ускорения, а также все

найденные в ходе решения задачи их компоненты

## Практическое занятие № 5

«Работа и мощность.

Общие теоремы динамики»

Знать зависимости для определения мощности при поступательном и вращательном движениях. КПД.

Знать основные уравнения динамики при поступательном и вращательном движениях твердого тела.

Уметь рассчитывать мощность с учетом потерь на трении и сил инерции.

Уметь определять параметры движения с помощью теорем динамики.

### Расчетные формулы

Мощность при поступательном движении

$$P = F v \cos \alpha,$$

где  $F$  — постоянная сила, Н;  $v$  — скорость движения, м/с;  $\alpha$  — угол между направлениями силы и перемещения.

Мощность при вращении

$$P = M\omega,$$

где  $M$  — вращающий момент, Нм;  $\omega$  — угловая скорость, рад/с.

Коэффициент полезного действия

$$\text{КПД} = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{затр}}}$$

где  $P_{\text{пол}}$  — полезная мощность, Вт;  $P_{\text{затр}}$  — затраченная мощность, Вт

Сила инерции

$$F_{\text{ин}} = -t a,$$

где  $a$  — ускорение точки, м/с<sup>2</sup>;  $t$  — масса, кг.

### Основные уравнения динамики

Поступательное движение твердого тела:  $F = ta$ .

Вращательное движение твердого тела:  $M_z = J e$ , где

$M_z$  — суммарный момент внешних сил относительно оси вращения, Нм;

$J$  — момент инерции относительно оси вращения, кг м<sup>2</sup>

$e$  — угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>.

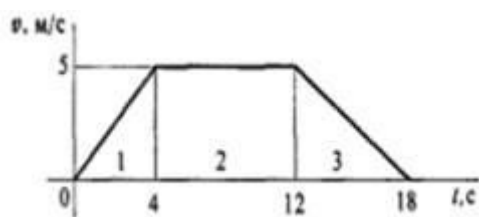


Рис.5.1

**Пример 1.** График изменения скорости лифта при подъеме известен (рис. 5). Масса лифта с грузом 2800 кг. Определить натяжение каната, на котором подвешен лифт на всех участках подъема.

Рис.5

# Решение

1. Рассмотрим участок 1 — подъем с

Составим схему сил (рис. 5.1).

Уравнение равновесия кабины лифта:

$$\sum_0^n F_{ky} = 0; \quad T_1 - G - F_{ин1} = 0; \quad T_1 = G + F_{ин1} = mg + ma_1$$

где T —

— сила тяжести;

Фин — сила инерции растягивающая канат.

Для определения ускорения на участке 1 учтем, что движение на этом участке равнопеременное, скорость

$$v = v_0 + at; \quad v_0 = 0.$$

Следовательно, ускорение:

$$a_1 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{5}{4}; \quad a_1 = 1,25 \text{ м/с}^2.$$

Определяем усилие натяжения каната при подъеме с ускорением

$$T_1 = 2800(9,81 + 1,25) = 30\,968 \text{ Н};$$

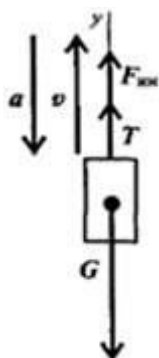
$$T_1 = 30,97 \text{ кН}.$$

2. Рассмотрим участок 2 — равномерный подъем.

$$T_2 - G = 0; \quad T_2 = G = mg;$$

$$T_2 = 2800 \cdot 9,81 \approx 28 \text{ кН}.$$

Ускорение и сила инерции равны нулю. Натяжение каната равно силе тяжести.



3. Участок 3 — подъем с замедлением. Ускорение направлено в сторону, обратную направлению подъема. Составим схему сил (рис. 5.2).

Уравнение равновесия:

$$F_{ин} + T_3 - G = 0$$

Рис.5.2

Отсюда

$$T_3 = G - F_{ин3} = mg - ma_3$$

Ускорение (замедление) на этом участке определяется с учетом того, что  $v = 0$

$$v_0 + a_3 t_3 = 0; \quad a_3 = -\frac{v_0}{t_3}; \quad a_3 = -\frac{5}{6} \text{ м/с}^2.$$

Натяжение каната при замедлении до остановки:

$$T_3 = 2\,800 (9,81 - 5/6) = 25\,144 \text{ Н}; \quad T_3 = 25,14 \text{ кН}$$

Таким образом, натяжение каната меняется при каждом подъеме и опускании, канат выходит из строя в результате усталости материала. Работоспособность зависит от времени.

**Пример 2.** После отключения двигателя колесо радиусом 0,5 м и массой 700 кг имело угловую частоту вращения 300 об/мин. Определите момент трения в подшипниках, если вал колеса остановился через 1,5 мин. Вращение принять равнопеременным, колесо считать сплошным цилиндром (рис. 17.9).

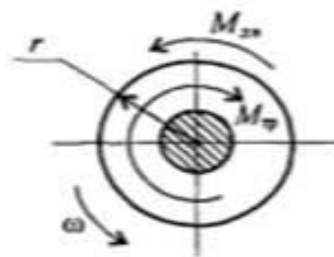


Рис. 17.9

### Решение

1. Запишем уравнение динамики при вращении:

$$M_{\Sigma} = J\varepsilon = M_{\text{дв}} - M_{\text{тр}},$$

где  $M_{\Sigma}$  — суммарный момент внешних сил;  $J$  — момент инерции;  $\varepsilon$  — угловое ускорение;  $M_{\text{дв}}$  — движущий момент;  $M_{\text{тр}}$  — момент трения (сил сопротивления).

2. Определим угловое ускорение по формуле для угловой скорости при равнопеременном движении:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \omega_0 = \frac{\pi n}{30}; \quad \omega_0 = \frac{\pi \cdot 300}{30} = 31,4 \text{ рад/с}; \quad \omega = 0 \text{ (остановка)}.$$

Тогда

$$\varepsilon = -\frac{\omega_0}{t}; \quad \varepsilon = -\frac{31,4}{1,5 \cdot 60} = -0,35 \text{ рад/с}^2.$$

3. Определим момент инерции колеса, считая его сплошным цилиндром:

$$J = \frac{mr^2}{2} = \frac{700 \cdot 0,5^2}{2} = 87,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

4. Определяем величину тормозного момента — момента трения в подшипниках:  $M_{\text{дв}} = 0$ ;  $-M_{\text{тр}} = J\varepsilon$ ;  
 $-M_{\text{тр}} = 87,5(-0,35)$ ;  $M_{\text{тр}} = 30,625 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

**Пример 3.** Шкив приводится во вращение ременной передачей (рис. 17.10). Натяжение ведущей ветви ремня  $S_1 = 120 \text{ Н}$ , ведомого —  $S_2 = 50 \text{ Н}$ . Масса шкива  $200 \text{ кг}$ , диаметр  $80 \text{ мм}$ , момент сопротивления в подшипниках  $1,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Определить угловое ускорение вала пренебрегая его массой. Шкив считать тонкостенным цилиндром.

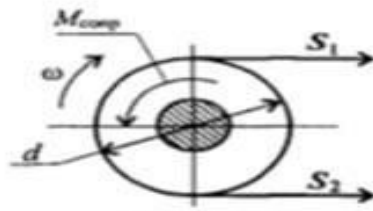


Рис. 17.10

### Решение

1. Используем основное уравнение динамики  $M_{\Sigma} = J\varepsilon$ .

2. Определяем суммарный момент внешних сил

$$M_{\Sigma} = S_1 \frac{d}{2} - S_2 \frac{d}{2} - M_{\text{сопр}};$$

$$M_{\Sigma} = 120 \cdot \frac{0,08}{2} - 50 \cdot \frac{0,08}{2} - 1,2 = 1,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

3. Рассчитываем момент инерции шкива, влиянием вала пренебрегаем:

$$J = mr^2; \quad J = 200 \left( \frac{0,08}{2} \right)^2 = 0,128 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

4. Определяем угловое ускорение шкива

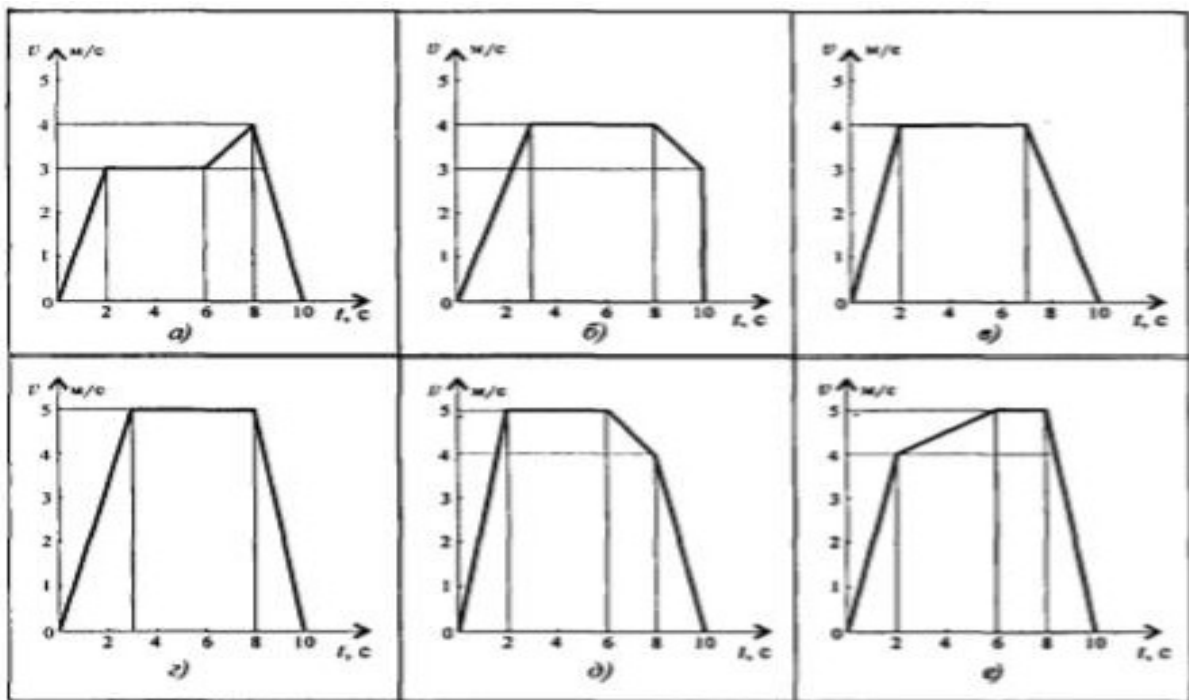
$$\varepsilon = \frac{M_{\Sigma}}{J}; \quad \varepsilon = \frac{1,6}{0,128} = 12,5 \text{ рад/с}^2.$$

### Расчетно-графическая работа №7

Расчет мощности с учетом потерь на трение и сил инерции

**Задание.** Скорость кабины лифта массой  $t$  изменяется согласно графикам. Определить величину натяжения каната, на котором подвешен лифт, при подъеме и опускании. По максимальной величине натяжения каната определить требуемую мощность электродвигателя.





Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Масса $m$ , кг	500	700	750	800	600	800	600	450	900	850
КПД механизма	0,8	0,75	0,8	0,75	0,8	0,75	0,8	0,75	0,8	0,75

#### Рекомендации по выполнению задания.

1. Используя принцип Даламбера, определить натяжение канат кабины лифта на каждом участке движения
2. Определить максимальное натяжение каната.
4. По максимальному натяжению каната определить максимальную потребную мощность для подъема груза.
5. По заданной величине КПД механизма определить максимальную мощность двигателя.

#### Расчетно-графическая работа №8

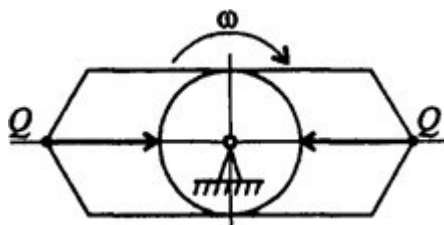
Определение параметров движения с помощью теорем динамики

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d$ , м	0,45	0,45	0,55	0,45	0,36	0,35	0,28	0,30	0,32	0,34
$m$ , кг	35					45				
$f$	0,35	0,42	0,42	0,35	0,45	0,44	0,43	0,36	0,37	0,38

**Задание.** Шкив массой  $m$  тормозится за счет прижатия колодок силами  $2 \text{ кН}$  (рис. 8).

Определить время торможения шкива, если в момент наложения колодок частота вращения шкива равна  $450 \text{ об/мин}$ . При расчете шкив принять за сплошной диск. Движение считать равнозамедленным.

Рис. 8



#### Рекомендации по

#### выполнению задания.

1. По величине усилия прижатия колодок к диску и заданному коэффициенту трения определить момент трения колодок.
2. Определить момент инерции диска.
3. Используя основное уравнение динамики, определить угловое ускорение (замедление) при торможении.
4. Из уравнения скорости при равнопеременном движении определить время торможения.

### Практическая работа №6

#### «Расчет на прочность и жесткость при растяжении и сжатии»

Определение продольной силы  $N_i$  рекомендуется начинать со свободного конца стержня, так как значение реактивной силы в заделке неизвестно (либо предварительно определить значение реакции в заделке). Для определения продольной силы  $N_i$  на каждом участке используют метод сечений, руководствуясь правилом: продольная сила в любом сечении стержня равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения на ось стержня:

$$N_i = \sum_{\text{от сечения}}^{\text{с одной стороны}} F_i$$

Продольная сила считается положительной, если она соответствует деформации растяжения и отрицательной, если она соответствует деформации сжатия. Коэффициенты запаса прочности участков стержня для хрупких материалов определяются с учетом вида деформации на участках (растяжение или сжатие) по формуле:

$$n_i = \sigma_b / \sigma_i,$$

где  $\sigma_i$  – напряжение на  $i$ -м участке стержня;

$\sigma_b$  – предел прочности материала на сжатие или растяжение (соответственно  $\sigma_{бсж}$  или  $\sigma_{бр}$ ).

Для оценки прочности стержня необходимо сравнить действительный коэффициент запаса прочности  $n_i$  с допускаемым коэффициентом запаса прочности  $[n]$ . Сделать заключение о прочности.

Для конкретного значения  $[n]$  (выбрать самостоятельно) определить, насколько действительная нагрузка на стержень соответствует его нагрузочной способности:

$$\Delta \sigma_i = \frac{|\sigma_i - [\sigma]|}{[\sigma]} \cdot 100\%$$

где  $[\sigma]$  – допускаемые напряжения для материала стержня.

Соответственно, при деформации растяжения  $[\sigma] = [\sigma_r] = \sigma_{бр} / [n]$ ;

при деформации сжатия  $[\sigma] = [\sigma_{сж}] = \sigma_{бсж} / [n]$ .

На основании величины значения  $\Delta \sigma_i$  можно сделать вывод о рациональности заданных размеров стержня (допускается превышение нагрузки не более 5%, допускаемый недогруз – не более 15%).

Вывод о рациональности размеров стержня делается по наиболее опасному участку. Построение эпюры продольных перемещений следует начинать от заделки стержня, где продольные перемещения отсутствуют ( $\Delta l_0 = 0$ ). Перемещение какого-либо участка ( $i$ ) стержня относительно заделки определяется как

$$\Delta l_i = \Delta l_{i-1} + \frac{N_i \cdot l_i}{A_i \cdot E},$$

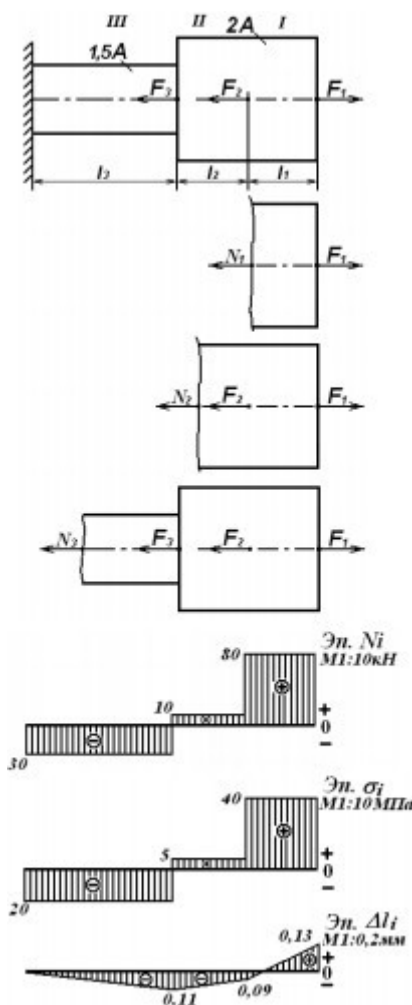
где

$\Delta l_{i-1}$ ,  $\Delta l_i$  – перемещения начального и конечного сечения рассматриваемого участка (i) стержня;  
 $N_i$  – продольная сила на рассматриваемом участке стержня;  
 $A_i$  – площадь сечения рассматриваемого участка стержня;  
 $l_i$  – длина рассматриваемого участка стержня;  
 $E$  – модуль Юнга материала стержня.

### Порядок выполнения

1. Вычертить схему стержня со всеми численными данными. Определить внутренние продольные силы  $N_i$  на каждом участке. Начертить схему с эпюрой внутренних сил  $N_i$ .
2. Определить напряжения  $\sigma_i$  на каждом участке. Начертить схему с эпюрой напряжений  $\sigma_i$ .
3. Определить деформации каждого участка стержня  $\Delta l_i$  и его полную деформацию. Начертить схему с эпюрой деформаций  $\Delta l_i$ .
4. Определить коэффициент запаса прочности стержня с учетом вида деформации на участках (растяжение или сжатие). Оценить запас прочности стержня на опасных участках. Дать заключение о прочности.
5. Дать заключение о рациональности размеров стержня (недостаточная прочность или значительный недогруз).

Пример:



Дано:  $F_1 = 80 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 70 \text{ кН}$ ;  $F_3 = 40 \text{ кН}$ ;  $l_1 = 1,0 \text{ м}$ ;  $l_2 = l_3 = 0,5 \text{ м}$ ;  $A = 10 \text{ см}^2$ ;  
 материал стержня – чугун СЧ15:  $E = 0,9 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  
 $\sigma_{вр} = 150 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{всж} = 650 \text{ МПа}$ .  
 Найти: а) определить деформацию стержня; б). оценить прочность стержня

### Решение:

1. Разбиваем стержень на участки, начиная со свободного (не закрепленного) конца, и определяем величину продольной силы  $N_i$  в пределах каждого участка с учетом правила знаков  
 I участок:  $N_1 = F_1 = 80 \text{ кН}$ ;  
 II участок:  $N_2 = F_1 - F_2 = 80 - 70 = 10 \text{ кН}$ ;  
 III участок:  $N_3 = F_1 - F_2 - F_3 = 80 - 70 - 40 = -30 \text{ кН}$ .

Рис.6.1

- Строим эпюру продольных сил  $N_i$  (рис. 6.1).
2. Определяем величину напряжений  $\sigma_i$  в пределах каждого участка  
 I участок:  
 $\sigma_1 = N_1 / A_1 = 80 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = 40 \cdot 10^6 \text{ Па} = 40 \text{ МПа}$ ;  
 II участок:  
 $\sigma_2 = N_2 / A_2 = 10 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = 5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 5 \text{ МПа}$ ;  
 III участок:  
 $\sigma_3 = N_3 / A_3 = -30 \cdot 10^3 / (1,5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = -20 \cdot 10^6 \text{ Па} = -20 \text{ МПа}$ .  
 Строим эпюру напряжений  $\sigma_i$  (рис. 6.1).

3. Определяем деформации каждого участка стержня  $\Delta l_i$ , начиная от заделки, так как там продольные перемещения отсутствуют ( $\Delta l_0 = 0$ )

Строим эпюру деформаций  $\Delta l_i$  (рис. 6.1).

$$\Delta l_3 = \Delta l_0 + \frac{N_3 \cdot l_3}{A_3 \cdot E} = 0 + \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 \cdot 10^{11}} = -0,11 \cdot 10^{-3} = -0,11 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 + \frac{N_2 \cdot l_2}{A_2 \cdot E} = -0,11 \cdot 10^{-3} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 \cdot 10^{11}} = -0,11 \cdot 10^{-3} + 0,02 \cdot 10^{-3} = -0,09 \cdot 10^{-3} = -0,09 \text{ мм};$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 + \frac{N_1 \cdot l_1}{A_1 \cdot E} = -0,09 \cdot 10^{-3} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 1,0}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 \cdot 10^{11}} = -0,09 \cdot 10^{-3} + 0,22 \cdot 10^{-3} = 0,13 \cdot 10^{-3} = 0,13 \text{ мм}.$$

4. Определяем коэффициент запаса прочности и оцениваем прочность стержня в пределах каждого участка ( $[n] = 2,0 \dots 5,0$ ):

I участок: стержень растягивается

$n_1 = \sigma_{вр} / \sigma_1 = 150/40 = 3,75 \geq [n]$  – условие прочности выполняется;

II участок: стержень растягивается

$n_2 = \sigma_{вр} / \sigma_2 = 150/5 = 30 \geq [n]$  – условие прочности выполняется;

III участок: стержень сжимается

$n_3 = \sigma_{сж} / \sigma_3 = 650/20 = 32,5 \geq [n]$  – условие прочности выполняется.

5. Оцениваем рациональность размеров стержня в опасном сечении. Примем  $[n] =$

3. Опасное сечение - I участок.

Допускаемое напряжение при растяжении:  $[\sigma_p] = \sigma_{вр} / [n] = 150/3 = 50 \text{ МПа}$ .

Недогруз стержня

$$\Delta \sigma_i = \frac{|\sigma_i - [\sigma]|}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{|40 - 50|}{50} \cdot 100\% = 20\% > 15\%.$$

### Расчетно - графическая работа № 9

Расчет ступенчатого стержня на прочность и жесткость при деформации растяжение и сжатие

**Задание.** Оценить прочность хрупкого ступенчатого стержня при деформации растяжение (сжатие). Определить деформацию стержня.

Стержень изготовлен из чугуна СЧ35:

модуль продольной упругости материала стержня  $E = 1,4 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;

предел прочности при растяжении:  $\sigma_{вр} = 340 \text{ МПа}$ ;

при сжатии:  $\sigma_{сж} = 1100 \text{ МПа}$ .

Допускаемый коэффициент запаса статической прочности  $[n]$  выбрать самостоятельно (для хрупких материалов принимаем  $[n] = 2,0 \dots 5,0$ ). Весом стержня пренебречь.

Схема стержня приведена на рис. 9.1. Данные для расчета приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

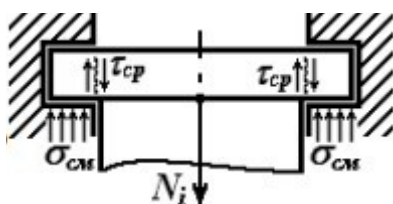
№ варианта	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$	$F_3, \text{кН}$	$A, \text{см}^2$	$l_1, \text{м}$	$l_2, \text{м}$	$l_3, \text{м}$
1	15	80	110	20	0,2	0,4	0,2
2	30	75	100	22	0,1	0,3	0,4
3	45	65	125	24	0,4	0,5	0,1
4	60	60	120	26	0,3	0,1	0,6
5	75	50	35	28	0,2	0,3	0,5
6	90	45	30	30	0,5	0,2	0,2
7	105	35	50	32	0,3	0,3	0,3
8	120	30	45	34	0,5	0,2	0,4
9	135	20	65	36	0,1	0,5	0,3
10	150	15	60	40	0,4	0,2	0,6

Рис. 9.1

1-я буква имени	1-я буква фамилии				
	А, Б, В, Г, Д, Е	Ж, З, И, К, Л	М, Н, О, П, Р	С, Т, У, Ф, Х, Ц	Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я
А, Б, В, Г					
Д, Е, Ж, З, И					
К, Л, М, Н					
О, П, Р, С					
Т, У, Ф, Х, Ц					
Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я					

## Практическая работа №6.1

### «Практические расчеты на срез и смятие»



Смятие и сдвиг являются разными видами деформации, приводящими к различным видам разрушения конструкций (рис. 6.1). Однако на практике эти два вида деформации обычно действуют одновременно и, соответственно,

Рис.6.1

расчет на смятие и сдвиг осуществляется совместно.

Смятие – вид контактного разрушения поверхности изделия, вызываемый действием нормальных сжимающих сил в зоне контакта (например, смятие поверхности детали под гайкой и головкой болта).

Условие прочности на смятие в общем виде

$$\sigma_{cm} = \frac{F_{cm}}{A_{cm}} \leq [\sigma]_{cm}, \text{ где}$$

$F_{cm}$  – сжимающая сила, нормальная к поверхности смятия;

$A_{cm}$  – площадь, по которой происходит смятие;



$[\sigma]_{\text{см}}$  – допускаемые напряжения на смятие.

Для простоты расчетов предполагают, что напряжения смятия распределены по площади контакта равномерно. Если соприкасаются детали из материалов разной твердости, то расчет на смятие осуществляется для детали из наиболее мягкого материала.

Срез – вид разрушения, вызываемый деформацией сдвига.

Условие прочности на срез в общем виде:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{Q_{\text{ср}}}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau]_{\text{ср}},$$

$Q_{\text{ср}}$  – сдвигающая (перерезывающая) сила;

$A_{\text{ср}}$  – площадь, по которой происходит срез;

$[\tau]_{\text{ср}}$  – допускаемые напряжения на срез.

#### Порядок выполнения

1. Из решения р-г.р «Расчет ступенчатого стержня на прочность и жесткость при деформации растяжение и сжатие» выписать значения нормальной силы  $N_i$  и диаметр стержня  $d_i$  в опоре
2. Из Приложения 1 выписать значения допускаемых напряжений на срез  $[\tau]_{\text{ср}}$  и смятие  $[\sigma]_{\text{см}}$  материала стержня.
3. Из условия прочности на смятие определить величину площади смятия  $A_{\text{см}}$ .
4. Определить диаметр  $D$  головки стержня.
5. Из условия прочности на срез определить величину площади среза  $A_{\text{ср}}$ .
6. Определить толщину  $b$  головки стержня.

#### Пример:

**Дано:**  $N_3 = -30 \text{ кН}$ ;  $A_3 = 1,5 \cdot A = 15 \text{ см}^2$ ;

$[\tau]_{\text{ср}} = 53 \text{ МПа}$ ;  $[\sigma]_{\text{см}} = 120 \text{ МПа}$ .

**Найти:** необходимые размеры головки стержня (диаметр  $D$ , толщину  $b$ ).

#### Решение:

1. Определяем диаметр основания стержня (в месте заделки):

$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_3}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 15 \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 43,7 \cdot 10^{-3} = 43,7 \text{ мм.}$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636 – 69 (Приложение 2) :  $d_3 = 45 \text{ мм}$ .

2. Определяем диаметр  $D$  головки стержня из условия прочности на смятие:

$$A_{\text{см}} \geq \frac{F_{\text{см}}}{[\sigma]_{\text{см}}} = \frac{N_3}{[\sigma]_{\text{см}}} = \frac{30 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Зона смятия представляет собой кольцо с внутренним диаметром  $d_3$  и наружным диаметром  $D$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot (A_3 + A_{\text{см}})}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot (15 + 2,5) \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 47,2 \cdot 10^{-3} = 47,2 \text{ мм.}$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636 – 69 :  $D = 48 \text{ мм}$ .

3. Определяем толщину  $b$  головки стержня из условия прочности на срез:

$$A_{\text{ср}} \geq \frac{Q_{\text{ср}}}{[\tau]_{\text{ср}}} = \frac{N_3}{[\tau]_{\text{ср}}} = \frac{30 \cdot 10^3}{53 \cdot 10^6} = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Зона среза представляет собой цилиндр с внутренним диаметром  $d_3$  и высотой  $b$ , то есть  $A_{\text{ср}} = \pi \cdot d_3 \cdot b$ .

Таким образом,

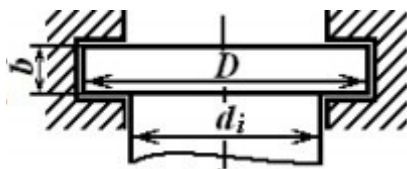
$$b = \frac{A_{\text{ср}}}{\pi \cdot d_3} = \frac{5,7 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 45 \cdot 10^{-3}} = 4,0 \cdot 10^{-3} = 4,0 \text{ мм.}$$

**Ответ:**  $D = 48 \text{ мм}$ ;  $b = 4 \text{ мм}$ .

#### Расчетно - графическая работа № 9.1







**Задание** .Стержень из предыдущей работы закреплен в опоре при помощи подвижной круглой головки (рис. 9.2). Из условия прочности на смятие и срез материала стержня определить

Рис.9.2

диаметр  $D$  и толщину  $b$  головки стержня.

Размеры стержня и величину нагрузок взять из решения предыдущей работы .

Данные по материалу стержня ( $[\tau_c]$ ,  $[\sigma_{см}]$ )

см. Приложение 1

## Практическая работа № 7

«Геометрические характеристики сечений»

### Порядок выполнения

1. Момент инерции сложной фигуры является суммой моментов инерции частей, на которые ее разбивают. Разбить заданную фигуру на простейшие части, для каждого определить главные центральные моменты инерции по известным формулам.
2. Моменты инерции вырезов и отверстий можно представить отрицательными величинами.
3. Заданные сечения симметричны, главные центральные оси совпадают с осями симметрии составного сечения.
4. Моменты инерции частей, чьи главные центральные оси не совпадают с главными центральными осями сечения в целом, пересчитывают с помощью формулы для моментов инерции относительно параллельных осей. Расстояние между параллельными осями определить по чертежу.
5. При выполнении задания 2 главные центральные моменты инерции отдельных стандартных профилей определить по таблицам ГОСТ (Приложение 5,6,7)
6. Для использованных в составных сечениях полос моменты инерции определить по известной формуле для прямоугольника.

## Моменты инерции простейших сечений

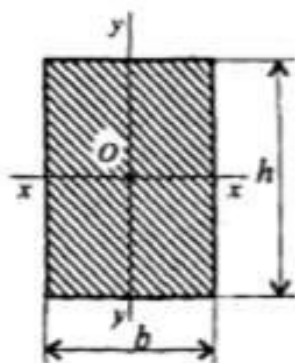


Рис. П7.1

**Прямоугольник и квадрат** (рис. П7.1)

Осевые:

$$J_x \text{ — относительно оси } xx \quad J_x = \frac{bh^3}{12};$$

$$J_y \text{ — относительно оси } yy \quad J_y = \frac{hb^3}{12}.$$

$$\text{Полярный } J_p = J_x + J_y.$$

**Круг и кольцо** (рис. П7.2)

$$\text{Осевые: } J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \text{ — круг;}$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4) \text{ — кольцо.}$$

$$\text{Полярный: } J_p = \frac{\pi d^4}{32} \text{ — круг;}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4) \text{ — кольцо,}$$

где  $d$  — диаметр круга и наружный диаметр кольца;  $d_{\text{вн}}$  — внутренний диаметр кольца;  $c = d_{\text{вн}}/d$ .

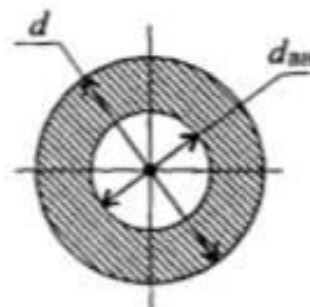


Рис. П7.2

**Момент инерции относительно параллельных осей** (рис. П7.3)

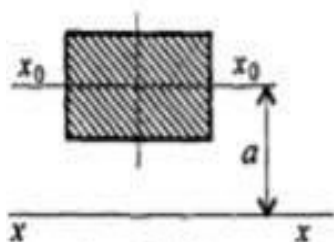


Рис. П7.3

$$J_x = J_{x_0} + a^2 A,$$

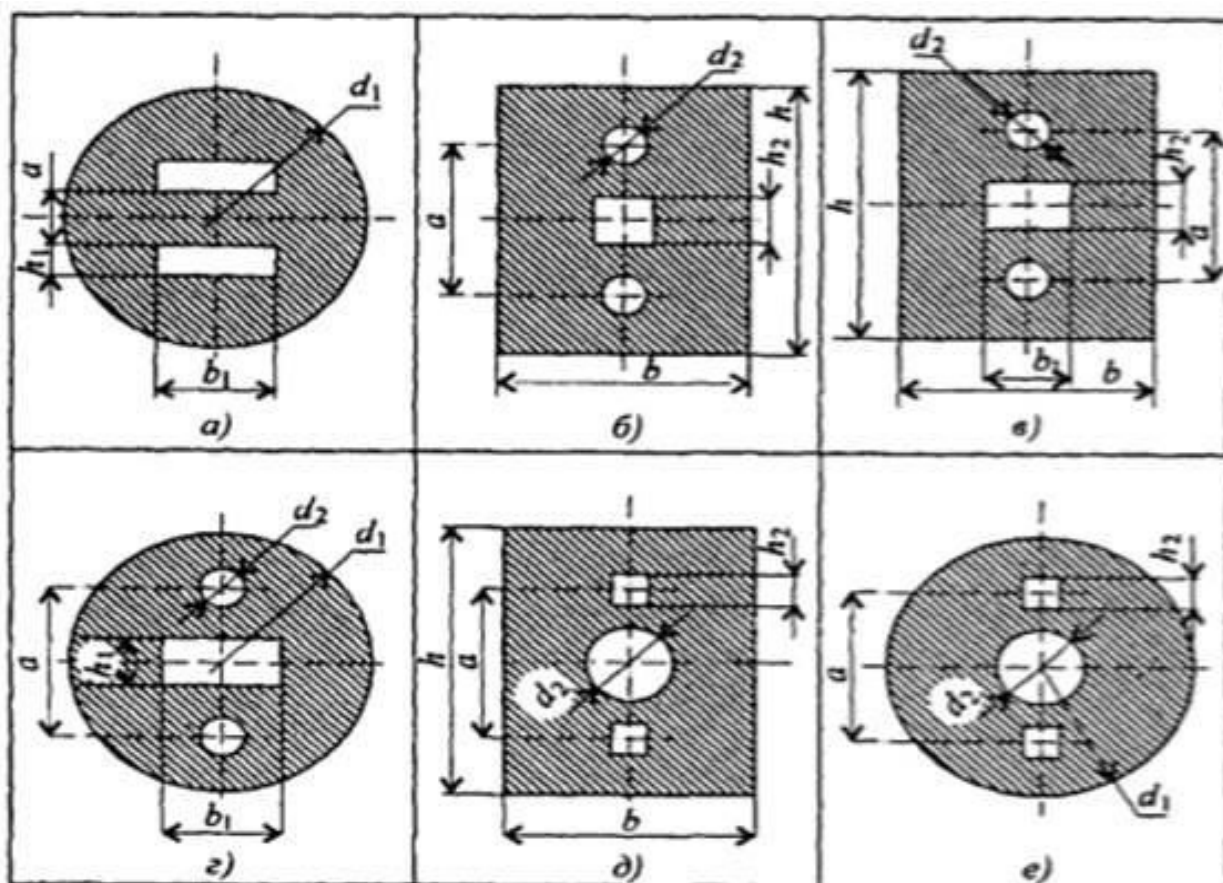
где  $J_x$  — момент инерции относительно оси  $xx$ ;

$J_{x_0}$  — момент инерции относительно оси  $x_0x_0$ ;  $A$  — площадь сечения;  $a$  — расстояние между осями.

### Расчетно - графическая работа №10

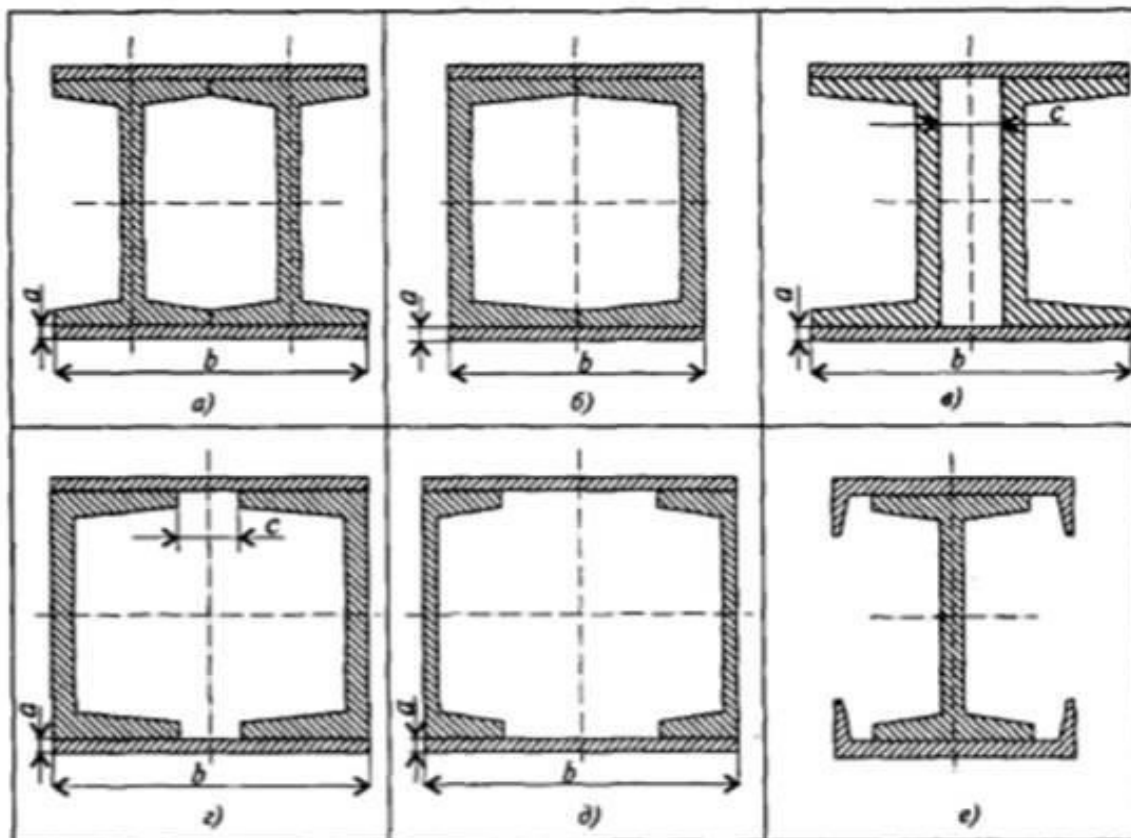
Определение геометрических характеристик плоского и составного сечений

**Задание 1.** Вычислить главные центральные моменты инерции сечений, представленных на схемах. При расчетах воспользоваться данными таблицы, выбрав необходимые величины.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_1$ , мм	72	80	88	96	98	72	76	88	96	104
$d_2$ , мм	12	14	16	18	10	12	14	16	18	20
$h$ , мм	72	80	88	96	98	72	76	88	96	104
$b$ , мм	36	42	48	54	60	36	42	48	4	60
$a$ , мм	48	52	56	60	58	48	48	56	60	64
$h_1$ , мм	16	18	20	22	24	16	18	20	22	24
$b_1$ , мм	32	36	40	44	48	32	36	40	44	48
$h_2$ , мм	6	8	10	6	8	10	6	8	10	6

**Задание 2.** Вычислить главные центральные моменты инерции составных сечений. При расчете воспользоваться данными таблицы, выбрав необходимые величины. Геометрические характеристики стали горячекатаной выбрать по ГОСТ 8239-89 (Балки двутавровые) и ГОСТ 8240-89 (Швеллеры).



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ швеллера	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
№ двутавра	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
a, мм	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
c, мм	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30

## Практическая работа № 8

«Кручение. Расчеты на прочность и жесткость при кручении»

Для обозначения крутящих моментов используют разные варианты (см. рис. 8.1).



Величина внутреннего крутящего момента  $M_{кр}$  на участке вала определяется с помощью метода сечений через внешние (вращающие) моменты по правилу:

внутренний крутящий момент в любом поперечном сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних моментов относительно продольной оси вала, приложенных по одну сторону от рассматриваемого поперечного сечения:

$$M_{кр} = \sum_{\text{от сечения}}^{c \text{ одной стороны}} T_i$$

Крутящий момент принято считать положительным, если при взгляде со стороны отсеченной

части вала он будет направлен против часовой стрелки.

При жестко защемленном вале определение величины внутренних крутящих моментов рекомендуется начинать со свободного конца вала, так как в этом случае нет необходимости определять реактивный момент в заделке.

Условие прочности крутящегося вала имеет вид:

$$\tau_{KP_i}^{max} = \frac{M_{KP_i}^{max}}{W_{\rho i}} \leq [\tau]_{KP},$$

где

$\tau_{KP \max}$  – максимальные касательные напряжения в сечении на  $i$ -м участке вала;

$[\tau]_{KP}$  – допускаемые напряжения кручения;

$M_{KP_i \max}$  – максимальный внутренний крутящий момент на  $i$ -м участке вала;

$W_{\rho i}$  – полярный момент сопротивления сечения  $i$ -го участка вала.

Для вала круглого сечения  $W_{\rho} = \pi \cdot d^3 / 16 \approx 0,2 \cdot d^3$ .

Таким образом, диаметр вала из условия прочности на каждом участке определяется по формуле:

$$d_i \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot |M_{KP_i}|}{\pi \cdot [\tau]}} \approx \sqrt[3]{\frac{|M_{KP}|}{0,2 \cdot [\tau]}}.$$

Определение углов закручивания вала следует начинать от заделки, где угол закручивания  $\Delta j_0 = 0$ .

Для участков вала постоянного сечения при не изменяющемся крутящем моменте угол закручивания определяется по формуле:

$$\Delta \varphi_i = \Delta \varphi_{i-1} + \frac{M_{KP_i} \cdot l_i}{G \cdot J_{\rho i}}, \quad \text{где}$$

$\Delta j_{i-1}$ ,  $\Delta j_i$  – углы закручивания начального и конечного сечения рассматриваемого  $i$ -го участка вала;

$l_i$  – длина участка вала, на котором определяется угол закручивания;

$J_{\rho i}$  – полярный момент инерции сечения  $i$ -го участка вала.

Для вала круглого сечения  $J_{\rho} = \pi \cdot d^4 / 32 \approx 0,1 \cdot d^4$ .

Условие жесткости закручиваемого вала имеет вид:

$$\Theta_{KP_i} = \frac{M_{KP_i}}{J_{\rho i} \cdot G} \leq [\Theta]_{KP}, \quad \text{где}$$

$\Theta_{KP_i}$  – относительный угол закручивания сечений на  $i$ -м участке вала;

$[\Theta]_{KP}$  – допускаемый относительный угол закручивания;

$G$  – модуль сдвига материала вала.

Для участков вала постоянного сечения при не изменяющемся крутящем моменте между абсолютным ( $\Delta j_i$ ) и относительным ( $\Theta_{KP_i}$ ) углами закручивания существует зависимость:

$\Delta j_i = \Theta_{KP_i} \cdot l_i$ ,

где  $l_i$  – длина соответствующего участка вала.

### Порядок выполнения

1. Вычертить схему с указанием числовых данных.
2. Составить уравнение внутренних крутящих моментов по участкам ( $M_{KP_i}$ ). Построить эпюру внутренних крутящих моментов по длине вала.
3. Определить диаметры ступеней вала, исходя из условия прочности ( $d_i$ ). Полученный результат округлить согласно ГОСТ 6636-69 до ближайшего значения из ряда предпочтительных чисел R 40 (см. Приложение 2).
4. Определить максимальные касательные напряжения  $\tau_{KP_i}$  вала на каждом участке. Построить эпюру максимальных касательных напряжений по длине вала.
5. Определить углы закручивания  $\Delta j_i$  по длине вала. Построить эпюру углов закручивания вала.



6. Определить относительные углы закручивания вала  $\Theta_{кр}$  на каждом участке. Проверить, удовлетворяет ли вал условию жесткости. Дать заключение. Пример:

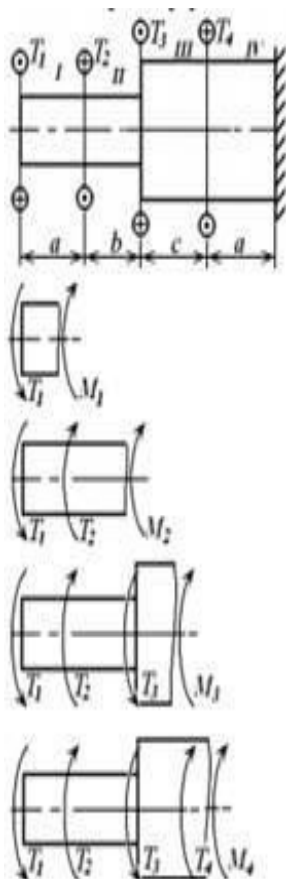


Рис.8.2

Дано:  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ;  $[\Theta] = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}$ ;  $[\tau] = 30 \text{ МПа}$ .  
 $T_1 = 60 \text{ Н·м}$ ;  $T_2 = 100 \text{ Н·м}$ ;  $T_3 = 210 \text{ Н·м}$ ;  $T_4 = 500 \text{ Н·м}$ ;  $a = b = c = 0,2 \text{ м}$ ;  
Найти: а) поперечные размеры вала из условия прочности;  
 б) напряжения на участках вала;  
 в) углы закручивания вала по длине;  
 г) проверить выполнение условия жесткости на участках вала.

Решение:

1. Разбиваем вал на участки, начиная со свободного (не закрепленного) конца, и определяем величину внутреннего крутящего момента  $M_i$  в пределах каждого участка с учетом правила знаков.

I участок:  $M_1 = T_1 = 60 \text{ Н·м}$ ;

II участок:  $M_2 = T_1 - T_2 = 60 - 100 = -40 \text{ Н·м}$ ;

III участок:  $M_3 = T_1 - T_2 + T_3 = 60 - 100 + 210 = 170 \text{ Н·м}$ ;

IV участок:  $M_4 = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 = 60 - 100 + 210 - 500 = -330 \text{ Н·м}$ ;

Строим эпюру внутренних крутящих моментов  $M_i$  (рис. 4.2).

2. Определяем диаметры ступеней вала, исходя из условия прочности.

$$d_{1,2} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{1,2}^{\max}|}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{60}{0,2 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 21,5 \cdot 10^{-3} = 21,5 \text{ мм}.$$

$$\tau_4^{\max} \approx \frac{M_4^{\max}}{0,2 \cdot d_{3,4}^3} = \frac{-330}{0,2 \cdot (38 \cdot 10^{-3})^3} = -30,1 \cdot 10^6 = -30,1 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру напряжений  $\tau_i$  (рис. 8.2).

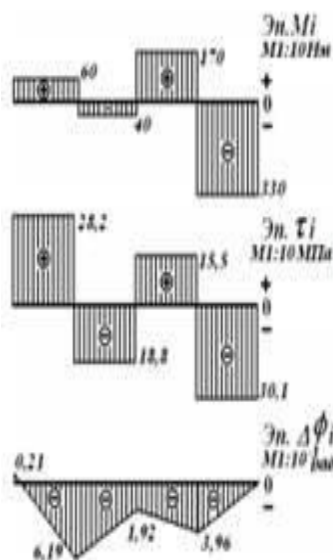


Рис.8.2

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69 (Приложение 2):  $d_{1,2} = 22 \text{ мм}$ .

$$d_{3,4} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{3,4}^{\max}|}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{330}{0,2 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 38,0 \cdot 10^{-3} = 38,0 \text{ мм}.$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69:  $d_{3,4} = 38 \text{ мм}$ .

3. Определяем величину напряжений  $\tau_i$  на каждом участке вала:

$$\tau_1^{\max} = \frac{M_1^{\max}}{W_{\rho_1}} \approx \frac{M_1^{\max}}{0,2 \cdot d_{1,2}^3} = \frac{60}{0,2 \cdot (22 \cdot 10^{-3})^3} = 28,2 \cdot 10^6 = 28,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_2^{\max} \approx \frac{M_2^{\max}}{0,2 \cdot d_{1,2}^3} = \frac{-40}{0,2 \cdot (22 \cdot 10^{-3})^3} = -18,8 \cdot 10^6 = -18,8 \text{ МПа};$$

$$\tau_3^{\max} \approx \frac{M_3^{\max}}{0,2 \cdot d_{3,4}^3} = \frac{170}{0,2 \cdot (38 \cdot 10^{-3})^3} = 15,5 \cdot 10^6 = 15,5 \text{ МПа};$$

4. Определяем углы закручивания  $\Delta \varphi_i$  по длине вала, начиная от заделки, так как там деформации отсутствуют ( $\Delta \varphi_0 = 0$ ).

$$\Delta\varphi_4 = \Delta\varphi_0 + \frac{M_4 \cdot l_4}{G \cdot J_{\rho 4}} \approx \Delta\varphi_0 + \frac{M_4 \cdot a}{G \cdot 0,1 \cdot d_{3-4}^4} = 0 + \frac{-330 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (38 \cdot 10^{-3})^4} = -3,96 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_3 \approx \Delta\varphi_4 + \frac{M_3 \cdot c}{G \cdot 0,1 \cdot d_{3-4}^4} = -3,96 \cdot 10^{-3} + \frac{170 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (38 \cdot 10^{-3})^4} = -3,96 \cdot 10^{-3} + 2,04 \cdot 10^{-3} = -1,92 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_2 \approx \Delta\varphi_3 + \frac{M_2 \cdot b}{G \cdot 0,1 \cdot d_{1-2}^4} = -1,92 \cdot 10^{-3} + \frac{-40 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4} = -1,92 \cdot 10^{-3} - 4,27 \cdot 10^{-3} = -6,19 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_1 \approx \Delta\varphi_2 + \frac{M_1 \cdot a}{G \cdot 0,1 \cdot d_{1-2}^4} = -6,19 \cdot 10^{-3} + \frac{60 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4} = -6,19 \cdot 10^{-3} + 6,40 \cdot 10^{-3} = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

Строим эпюру углов закручивания вала  $\Delta\varphi_i$  (рис. 8.2).

5. Проверяем выполнение условия жесткости на участках вала. Определяем относительные углы закручивания вала  $\Theta_{кр}$  на каждом участке:

$$\Theta_4 = \frac{|M_4|}{0,1 \cdot G \cdot d_{3-4}^4} = \frac{3,96 \cdot 10^{-3}}{a} = \frac{3,96 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 19,8 \cdot 10^{-3} \geq [\Theta]_{kp} = 17,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_3 = \frac{|M_3|}{0,1 \cdot G \cdot d_{3-4}^4} = \frac{2,04 \cdot 10^{-3}}{b} = \frac{2,04 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 10,2 \cdot 10^{-3} \leq [\Theta]_{kp} = 17,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_2 = \frac{|M_2|}{0,1 \cdot G \cdot d_{1-2}^4} = \frac{4,27 \cdot 10^{-3}}{c} = \frac{4,27 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 21,4 \cdot 10^{-3} \geq [\Theta]_{kp} = 17,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_1 = \frac{|M_1|}{0,1 \cdot G \cdot d_{1-2}^4} = \frac{6,40 \cdot 10^{-3}}{a} = \frac{6,40 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 32,0 \cdot 10^{-3} \geq [\Theta]_{kp} = 17,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

Условие жесткости на участках I, II, IV не выполняется. Размеры поперечного сечения вала необходимо увеличить.

### Расчетно - графическая работа № 11

Расчет вала на прочность и жесткость при кручении

**Задание.** К двухступенчатому сплошному валу, один конец которого жестко закреплен в опоре, приложены сосредоточенные вращающие моменты. Определить поперечные размеры вала из условия прочности его ступеней на кручение. Определить напряжения и углы закручивания вала по длине. Проверить, удовлетворяет ли полученный вал условию жесткости на участках.

Вал изготовлен из стали: модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^{10}$  Па, допускаемый относительный угол закручивания  $[\Theta] = 1,75 \cdot 10^{-2}$  рад/м.

Схема вала приведена на рис. 11.1. Данные для расчета приведены в табл. 11.1.

Таблица 11.1

№ варианта	a, м	b, м	c, м	$T_1$ , Н*м	$T_2$ , Н*м	$T_3$ , Н*м	$T_4$ , Н*м	$[\tau]$ , МПа
1	1,1	1,0	0,8	20	200	310	600	80
2	0,9	0,2	1,0	22	190	290	590	75
3	0,7	0,4	1,2	24	180	300	580	70
4	1,4	0,6	0,6	28	170	280	570	65
5	1,2	0,8	0,9	32	160	270	560	60
6	1,0	1,1	1,4	36	150	260	550	55
7	0,2	0,9	1,6	38	140	250	540	50
8	0,4	0,7	1,8	42	130	240	530	45
9	0,6	1,4	2,0	46	120	230	520	40
10	0,8	1,2	0,7	50	110	220	510	35

Рис. 11.1

1-я буква имени	1-я буква фамилии				
	А, Б, В, Г, Д, Е	Ж, З, И, К, Л	М, Н, О, П, Р	С, Т, У, Ф, Х, Ц	Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я
А, Б, В, Г					
Д, Е, Ж, З, И					
К, Л, М, Н					
О, П, Р, С					
Т, У, Ф, Х, Ц					
Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я					

### Практическая работа № 9

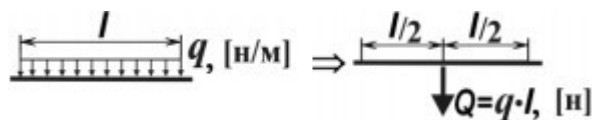
#### «Расчеты на прочность при изгибе»

Согласно положениям статики всякое несвободное твердое тело (перемещение которого ограничено связями с другими телами) можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие силами реакции этих связей:

Вид связи	Реакции	Название связи	Количество реакций
		шарнирно-подвижная опора	1
		шарнирно-неподвижная опора	2
		заделка	3

Распределенную нагрузку  $q$  рекомендуется предварительно заменить эквивалентной сосредоточенной силой  $Q$ :





Для нахождения величины и направления реакций связей используют условия равновесия системы сил, согласно которым, система сил находится в состоянии равновесия, если алгебраическая сумма проекций всех сил на оси координат равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки также равна нулю:

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$$

Направление сил реакций связей выбирают произвольно. Если значения сил при решении получатся отрицательными, то истинное направление расчетных сил противоположно предварительно выбранному.

Уравнения равновесия целесообразно составлять таким образом, чтобы в них входили суммы моментов сил относительно точек, через которые проходят неизвестные реакции связей. В этом случае в каждое уравнение войдет только одна неизвестная величина.

Величины внутренней поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M_{из}$  на  $i$ -ом участке балки определяются с помощью метода сечений через внешние силы и изгибающие моменты по правилам:

- поперечная сила в любом сечении балки равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, на ось, перпендикулярную оси

$$Q = \sum_{\text{от сечения}}^{с \text{ одной стороны}} F_i$$

балки

- изгибающий момент в любом сечении балки равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести данного сечения

$$M_{\xi_{Ci}} = \sum_{\text{от сечения}}^{n \text{ или } n \text{ или } n} i$$

Для построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов необходимо записать соответствующие аналитические выражения для каждого участка балки. При этом необходимо помнить о правилах знаков для  $Q$  и  $M_{из}$ :

- поперечная сила  $Q$  считается положительной, если вызывающая ее внешняя сила стремится повернуть балку относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки;
- изгибающий момент  $M_{из}$  считается положительным, если балка на рассматриваемом участке изгибается выпуклостью вниз.

При построении эпюр следует использовать дифференциальные зависимости между распределенной нагрузкой, поперечной силой и изгибающим моментом:

$$q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2 M_{из}}{dx^2}.$$

Условие прочности при изгибе балки имеет вид:

$$\sigma_{\xi_i}^{max} = \frac{M_{\xi_i}^{max}}{W_{\xi_i}} \leq [\sigma]_{\xi_i}, \quad \text{где}$$

### Порядок выполнения

1. Вычертить схему балки с указанием числовых значений размеров и приложенных сил.
2. Освободить балку от связей и изобразить действующие на нее внешние силы и

реакции отброшенных связей.

3. Выбрать систему координат, составить уравнения равновесия и определить реакции отброшенных связей.
4. Проверить правильность полученных результатов, составив дополнительное уравнение равновесия.
5. Определить значения внутренней поперечной силы  $Q$  по участкам балки. Построить эпюру распределения  $Q$ .
6. Определить значения внутреннего изгибающего момента  $M$  по участкам балки. Построить эпюру распределения  $M$ .
7. Найти из условия прочности по нормальным напряжениям минимальную величину осевого момента сопротивления сечения балки.
8. Подобрать по величине момента сопротивления номер профиля балки и выписать его основные характеристики (номер, момент сопротивления  $W_x$ , площадь  $A$ , момент инерции  $J_x$ , статический момент  $S_x$ ):
  - двутавра (ГОСТ 8239-89) (см. Приложение 6);
  - швеллера (ГОСТ 8240-97) (см. Приложение 7).

### Пример

**Дано:**  $m = 2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $P = 10 \text{ кН}$ ;  $q = 3 \text{ кН/м}$ ;  $l_1 = l_2 = 3 \text{ м}$ ;  $l_3 = 4 \text{ м}$ ;  $[\sigma]_{\text{н}} = 120 \text{ МПа}$ .

**Найти:** а) величину и направление опорных реакций;

б) величину внутренней поперечной силы  $Q$  по участкам балки;

в) величину внутреннего изгибающего момента  $M$  по участкам балки;

г) подобрать размеры профиля балки из условия прочности по нормальным напряжениям.

### Решение:

1. Определяем величину и направление опорных реакций балки. Заменяем реакции реакциями связей (Рис 9.1).

Приводим распределенную нагрузку к сосредоточенной силе:  $Q = q \cdot l_1 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ кН}$ . Составляем уравнения равновесия и определяем неизвестные опорные реакции.

$$\begin{cases} \sum X_i = -X_B = 0 \\ \sum Y_i = -Q - P + Y_A + Y_B = 0 \\ \sum M_B = m + Q \cdot (l_1 / 2 + l_2 + l_3) - Y_A \cdot (l_2 + l_3) + P \cdot l_3 = 0 \end{cases}$$

$$X_B = 0;$$

$$Y_A = \frac{m + Q \cdot (l_1 / 2 + l_2 + l_3) + P \cdot l_3}{l_2 + l_3} = \frac{2 + 9 \cdot 8,5 + 10 \cdot 4}{7} = 16,93 \text{ кН};$$

$$Y_B = Q + P - Y_A = 9 + 10 - 16,93 = 2,07 \text{ кН}.$$

**Проверка:**

составляем дополнительное уравнение равновесия моментов относительно точки А:

$$\sum M_A = m + Q \cdot (l_1 / 2) - P \cdot l_2 + Y_B \cdot (l_2 + l_3) = 2 + 9 \cdot 1,5 - 10 \cdot 3 + 2,07 \cdot 7 \approx 0.$$

$$\underline{Y_A = 16,9 \text{ кН}}; \quad \underline{Y_B = 2,1 \text{ кН}}.$$

## 2. Определяем величину внутренней поперечной силы Q по участкам балки.

Разбиваем балку на участки. Границы участков – точки приложения сосредоточенных сил и пар сил, начало и конец распределенной нагрузки. Рассматриваемая балка имеет 3 участка. Определяем значение Q на каждом участке.

I участок:

$$0 \leq x_1 \leq l_1.$$

Составим уравнение проекций всех сил, расположенных слева от сечения на ось y с учетом правила знаков:

$$Q(x_1) = -q \cdot x_1.$$

Величина Q линейно зависит от величины координаты  $x_1$ .

Очевидно, что эпюра  $Q(x_1)$  будет представлять прямую, наклонную к оси x. Для построения эпюры поперечной силы на I-ом участке достаточно определить значения силы Q в начале и в конце участка:

$$\text{при } x_1 = 0 \quad Q(0) = -q \cdot 0 = 0;$$

$$\text{при } x_1 = l_1 \quad Q(l_1) = -q \cdot l_1 = -3 \cdot 3 = -9 \text{ кН.}$$

Если эпюра Q пересекает ось x в некоторой точке K, необходимо найти значение  $x_K$  из уравнения

$Q(x_K) = 0$ , так как оно понадобится в дальнейшем при нахождении значений изгибающих моментов на этом участке.

II участок:

$$0 \leq x_2 \leq l_2.$$

Составим уравнение проекций всех сил, расположенных слева от сечения на ось y:

$$Q(x_2) = -q \cdot l_1 + Y_A = -3 \cdot 3 + 16,9 = 7,9 \text{ кН.}$$

Величина Q на этом участке не зависит от величины координаты  $x_2$ .

Эпюра  $Q(x_2)$  будет представлять прямую, параллельную оси x

III участок: для упрощения расчетов рассмотрим правую часть балки

$$l_3 \leq x_3 \leq 0.$$

Составим уравнение проекций сил, расположенных справа от сечения на ось y:

$$Q(x_3) = -Y_B = -2,1 \text{ кН.}$$

Величина Q на этом участке не зависит от величины координаты  $x_3$ .

Эпюра  $Q(x_3)$  будет представлять прямую, параллельную оси x.

Строим эпюру поперечных сил  $Q(x)$  (см. рис. 9.2)

## 3. Определяем величину внутреннего изгибающего момента Ми по участкам балки.

I участок:

$$0 \leq x_1 \leq l_1.$$

Составим уравнение проекций моментов всех сил и пар сил, расположенных слева от сечения на ось z с учетом правила знаков:

$$M(x_1) = -m - q \cdot x_1 \cdot x_1/2.$$

Эпюра  $M(x_1)$  будет представлять собой параболу.

Для построения параболы необходимо определить значения  $M(x_1)$  в трех точках:

- в начале участка ( $x_1 = 0$ ),

- в конце участка ( $x_1 = l_1$ ),

- в середине участка ( $x_1 = l_1/2$ ),

если эпюра  $Q(x_1)$  не пересекает ось x на данном участке, или в точке K ( $x_1 = x_K$ ),

если эпюра  $Q(x_1)$  пересекает ось x на данном участке в точке K.

$$\text{при } x_1 = 0 \quad M(0) = -m - q \cdot 0 = -2,0 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } x_1 = l_1 \quad M(l_1) = -m - q \cdot l_1^2 / 2 = -2 - 3 \cdot 3^2 / 2 = -15,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } x_1 = l_1/2 \quad M(l_1/2) = -m - q \cdot l_1^2 / 8 = -2 - 3 \cdot 3^2 / 8 = -5,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

II участок:

$$0 \leq x_2 \leq l_2.$$

Составим уравнение проекций моментов всех сил и пар сил, расположенных слева от сечения на ось z:

$$M(x_2) = -m - q l_1 \cdot (l_1 / 2 + x_2) + Y_A \cdot x_2.$$

Величина M линейно зависит от величины координаты  $x_2$ .

Эпюра  $M(x_2)$  будет представлять прямую, наклонную к оси x. Для построения эпюры достаточно определить значения  $M(x_2)$  в начале и в конце участка:

при  $x_2 = 0$   $M(0) = -m - q l_1 \cdot (l_1 / 2 + 0) + Y_A \cdot 0 = -2 - 3 \cdot 32 / 2 = -15,5 \text{ кН}\cdot\text{м};$

при  $x_2 = l_2$   $M(l_2) = -m - q l_1 \cdot (l_1 / 2 + l_2) + Y_A \cdot l_2 = -2 - 3 \cdot 3 \cdot (1,5 + 3) + 16,93 \cdot 3 = 8,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

III участок: рассмотрим правую часть балки

$$l_3 \leq x_3 \leq 0.$$

Составим уравнение проекций моментов всех сил и пар сил, расположенных справа от сечения на ось z:

$$M(x_3) = Y_B \cdot x_3.$$

Величина M линейно зависит от величины координаты  $x_3$ .

Эпюра  $M(x_3)$  будет представлять прямую, наклонную к оси x.

при  $x_3 = l_3$   $M(l_3) = Y_B \cdot l_3 = 2,07 \cdot 4 = 8,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

при  $x_2 = 0$   $M(0) = Y_B \cdot 0 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м};$

Строим эпюру изгибающих моментов  $M(x)$  (см. рис. 9.2).

4. Определяем размеры сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma_u^{max} = \frac{M_u^{max}}{W_x} \leq [\sigma]_u.$$

Находим осевой момент сопротивления балки в опасном сечении ( $|M(x)_{max}| = 15,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ):

$$W_x^{min} = \frac{M_u^{max}}{[\sigma]_u} = \frac{15,5 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 129,2 \cdot 10^{-6} = 129,2 \text{ см}^3.$$

### Расчетно - графическая работа № 12

Расчет на прочность при прямом поперечном изгибе

**Задание.** Двухопорная балка находится под действием системы сил и моментов. Подобрать размеры и тип профиля балки из условия прочности по нормальным напряжениям. Балка изготовлена из стали: допускаемые напряжения изгиба  $[\sigma]_u = 120 \text{ МПа}$ . Схема балки приведена на рис. 12.1. Данные для расчета приведены в табл. 12.1.

Таблица 12.1

№ варианта	P, кН	m, кН·м	q, кН/м	l <sub>1</sub> , м	l <sub>2</sub> , м	l <sub>3</sub> , м
1	10	21	28	1,0	2,2	0,5
2	12	23	26	1,1	2,0	0,6
3	14	25	24	1,2	1,8	0,7
4	16	27	22	1,3	1,6	0,8
5	18	29	20	1,4	1,4	0,9
6	20	31	18	1,5	1,2	1,1
7	22	33	16	1,6	1,0	1,2
8	24	35	14	1,7	0,8	1,3
9	26	37	12	1,8	0,6	1,4
10	28	39	10	1,9	0,4	1,5



1-я буква имени	1-я буква фамилии				
	А, Б, В, Г, Д, Е	Ж, З, И, К, Л	М, Н, О, П, Р	С, Т, У, Ф, Х, Ц	Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я
А, Б, В, Г					
Д, Е, Ж, З, И					
К, Л, М, Н					
О, П, Р, С					
Т, У, Ф, Х, Ц					
Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я					

### Расчетно - графическая работа № 12.1

Сравнение прочности балок различных сечений. Выбор оптимального сечения

**Задание.** Оценить экономичность использования различных профилей для балок, работающих на изгиб. Выбрать наиболее рациональный профиль.

Схему нагружения балки и величину внутренних усилий взять из решения р-г р №12.

Геометрические характеристики сечений балок различного профиля приведены в Приложении 10

#### Порядок выполнения

1. Для балки из р-г р №12 подобрать геометрические размеры поперечного сечения, вычислить площадь  $A$  и осевой момент сопротивления  $W_x$ ;

- двутаврового профиля (ГОСТ 8239-89) (см. Приложение 6 );
- швеллера ( ГОСТ 8240-97) (см. Приложение 7 );
- круглого профиля ( $d$ ) ( $W_x = \pi d^3 / 32$ );
- прямоугольного профиля ( $h/b=2$ ) ( $W_x = b \cdot h^2 / 6$ );
- квадратного профиля ( $a \times a$ ) ( $W_x = a^3 / 6$ ).

2. Оценить рациональность подобранных сечений по значению удельного момента сопротивления

(характеризующего отношение прочности по нормальным напряжениям балки к ее весу):

$$\omega = W_x / A^{3/2},$$

где

$W_x$ - момент сопротивления поперечного сечения относительно нейтральной оси балки;  $A$ - площадь поперечного сечения балки.

3. Сделать вывод (выбрать наиболее рациональное сечение).

**Пример решения задачи**

Дано:  $W_x^{\text{нн}} = 129,2 \text{ см}^3$

Найти: наиболее рациональное сечение для балки, работающей на изгиб.

Решение: 1. Определяем геометрические характеристики сечений

а) двутавр № 18:  $W_x = 143,0 \text{ см}^3$ ;  $A = 23,4 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 1290,0 \text{ см}^4$ ;  $S_x = 81,4 \text{ см}^3$ ;

б) швеллер № 8а:  $W_x = 132,0 \text{ см}^3$ ;  $A = 22,2 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 1190,0 \text{ см}^4$ ;  $S_x = 76,1 \text{ см}^3$ ;

в) круг:  $W_x = \pi \cdot d^3 / 32$ , следовательно  $d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 129,2}{3,14}} = 10,96 \text{ см}$

Округляем, согласно ГОСТ 6636 – 69 (Приложение 2)  $d = 11 \text{ см}$ .

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 11^3}{32} = 130,6 \text{ см}^3; \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 11^2}{4} = 95 \text{ см}^2.$$

г) прямоугольник ( $h/b=2$ ):  $W_x = b \cdot h^2 / 6 = 2 \cdot b^3 / 3$ ;  $b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 129,2} = 5,8 \text{ см}$ ;

$$A = b \cdot h = 2 \cdot b^2 = 2 \cdot 5,8^2 = 67,3 \text{ см}^2$$

д) квадрат:  $W_x = a^3 / 6$   $a = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 129,2} = 9,2 \text{ см}$ ;  $A = a^2 = 9,2^2 = 84,6 \text{ см}^2$ .

2. Оцениваем рациональность сечений  $\omega = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}}$

а) двутавр  $\omega = \frac{143,0}{\sqrt{23,4^3}} = 1,26$ ;

б) швеллер  $\omega = \frac{132,0}{\sqrt{22,2^3}} = 1,26$ ;

в) круг  $\omega = \frac{130,6}{\sqrt{95^3}} = 0,14$ ;

г) прямоугольник  $\omega = \frac{129,2}{\sqrt{67,3^3}} = 0,23$ ;

д) квадрат  $\omega = \frac{129,2}{\sqrt{84,6^3}} = 0,17$

По степени рациональности сечения соотносятся следующим образом:

швеллер : двутавр : прямоугольник : квадрат : круг = 1,26 : 1,26 : 0,23 : 0,17 : 0,14

Вывод: наиболее рациональная форма сечения – швеллер и двутавр, наименее рациональная – круг.

## Практическая работа № 10

«Расчет бруса круглого поперечного сечения при сочетании основных деформаций»

Уметь рассчитать брус круглого поперечного сечения на прочность при сочетании основных деформаций.

Геометрические характеристики круга и кольца

Круг (рис. 10.1)

Рис.10.1

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}.$$

Кольцо (рис. 10.2)

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4); \quad c = \frac{d_{\text{вн}}}{d}.$$

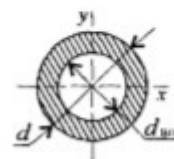


Рис. 10.2

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4).$$



Моменты сопротивления:

круг

Площади

кольцо

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 d^3 (1 - c^4);$$

Площади сечений:

$$A = \frac{\pi d^2}{4};$$

$$A = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_{\text{вн}}^2).$$

Условие прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma]$$

Эквивалентные моменты:

при расчете по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$M_{\text{экв III}} = \sqrt{M_H^2 + M_K^2};$$

при расчете по энергетической гипотезе формоизменения:

$$M_{\text{экв V}} = \sqrt{M_H^2 + 0,75 M_K^2}.$$

**Пример:** Из условия прочности рассчитать необходимый диаметр вала. На валу установлены два колеса. На колеса действуют две окружные силы  $F_{t1} = 1,2 \text{ кН}$ ,  $F_{t2} = 2 \text{ кН}$  и две радиальные силы в вертикальной плоскости  $F_{r1} = 0,43 \text{ кН}$ ,  $F_{r2} = 0,72 \text{ кН}$  (рис.10.3). Диаметры колес соответственно равны  $d_1 = 0,1 \text{ м}$ ;  $d_2 = 0,06 \text{ м}$ . Принять для материала вала  $[\sigma] = 50 \text{ МПа}$ . Рассчитать размеры сечения при  $c = 0,8$  ( $c = d_{\text{вн}}/d$ ). Весом вала и колес пренебречь.

**Решение.**

Указание. Используем принцип независимости действия сил, составляем расчетные схемы вала в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Определяем реакции в опорах в горизонтальной и вертикальной плоскостях в отдельности. Строим эпюры изгибающих моментов. Под действием окружных сил вал скручивается. Определяем действующий на валу крутящий момент. Составляем расчетную схему вала.

1. Крутящий момент на валу:

Рис.10.3, Рис. 10.4

Изгиб рассматриваем в двух плоскостях: горизонтальной (пл. Н) и вертикальной (пл. V).

В горизонтальной плоскости определяем реакции в опоре:

$$\sum m_A^H = F_{t1}a - R_B^H(a+b) + F_{t2}(a+b+c) = 0;$$

$$1,2 \cdot 0,1 - R_B^H \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,5 = 0; \quad R_B^H = 2,8 \text{ кН}.$$

$$\sum m_B^H = R_A^H(a+b) - F_{t1}b + F_{t2}c = 0;$$

$$R_A^H \cdot 0,4 - 1,2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,1 = 0; \quad R_A^H = 0,4 \text{ кН}.$$

Определяем изгибающие моменты в точках С и В:

$$M_C^H = 400 \cdot 0,1 = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad M_B^H = -2000 \cdot 0,1 = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

В вертикальной плоскости определяем реакции в опоре

$$\begin{aligned}\sum m_A^V &= F_{r1}a - R_B^V(a+b) - F_{r2}(a+b+c) = 0; \\ -R_B^V \cdot 0,4 + 0,43 \cdot 0,1 - 0,72 \cdot 0,5 &= 0; \quad R_B^V = -0,79 \text{ кН.} \\ \sum m_B^V &= R_A^V(a+b) - F_{r1}b - F_{r2}c = 0; \\ R_A^V \cdot 0,4 - 0,43 \cdot 0,3 - 0,72 \cdot 0,1 &= 0; \quad R_A^V = 0,5 \text{ кН.}\end{aligned}$$

Определяем изгибающие моменты в точках С и В:

$$\begin{aligned}M_C^V &= R_A^V a; \quad M_C^V = 500 \cdot 0,1 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м.} \\ M_B^V &= F_{r2}c; \quad M_B^V = 720 \cdot 0,1 = 72 \text{ Н} \cdot \text{м.}\end{aligned}$$

Суммарные изгибающие моменты в точках С и В:

$$\begin{aligned}M_C &= \sqrt{(M_C^H)^2 + (M_C^V)^2}; \quad M_C = \sqrt{40^2 + 50^2} = 63 \text{ Н} \cdot \text{м.} \\ M_B &= \sqrt{(M_B^H)^2 + (M_B^V)^2}; \quad M_B = \sqrt{(200)^2 + (72)^2} = 215 \text{ Н} \cdot \text{м.}\end{aligned}$$

В точке В максимальный изгибающий момент, здесь же действует и крутящий момент.

Расчет диаметра вала ведем по наиболее нагруженному сечению.

2. Эквивалентный момент в точке В по третьей теории прочности

$$M_{\text{экв III}} = \sqrt{M_B^2 + M_K^2}; \quad M_{\text{экв III}} = \sqrt{215^2 + 60^2} \cong 223 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

3. Определяем диаметр вала круглого поперечного сечения из условия прочности

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{экв}} &= \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad W_x \cong 0,1d^3; \quad \frac{M_{\text{экв}}}{0,1d^3} \leq [\sigma]; \\ d &\geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma]}}; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{223 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 50}} = 35,5 \text{ мм.}\end{aligned}$$

Округляем полученную величину:  $d = 36 \text{ мм}$ .

*Примечание.* При выборе диаметров вала пользоваться стандартным рядом диаметров (Приложение 1).

4. Определяем необходимые размеры вала кольцевого сечения при  $c = 0,8$ ;  $c = \text{двн}/d$ , где  $d$  - наружный диаметр вала.

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{экв}} &= \frac{M_{\text{экв}}}{0,1d^3(1-c^4)} \leq [\sigma]; \\ W_x &= 0,1d^3(1-c^4) \quad (\text{кольцо}); \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1(1-c^4)[\sigma]}}.\end{aligned}$$

Диаметр вала кольцевого сечения можно определить по формуле

$$\begin{aligned}\frac{d_{\text{круг}}}{d_{\text{кольцо}}} &= \frac{1}{\sqrt[3]{1-c^4}}; \quad d_{\text{кольцо}} = d_{\text{круг}} \sqrt[3]{1-c^4}; \\ d_{\text{кольцо}} &= 36 \sqrt[3]{1-0,8^4}; \quad d \geq 42,5 \text{ мм.}\end{aligned}$$

Примем  $d = 42 \text{ мм}$ . Перегрузка незначительная.  $\text{двн} = 0,8d = 0,8 \cdot 42 = 33,6 \text{ мм}$ . Округляем до значения  $\text{двн} = 33 \text{ мм}$ .

5. Сравним затраты металла по площадям сечения вала в обоих случаях.

Площадь поперечного сечения сплошного вала

$$A_{\text{круга}_1} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 36^2}{4} \cong 1018 \text{ мм}^2.$$

Площадь поперечного сечения полого вала

$$A_{\text{кольца}_2} = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_{\text{внутр}}^2); \quad A_{\text{кольца}_2} = \frac{3,14(42^2 - 33^2)}{4} = 530 \text{ мм}^2.$$

Площадь поперечного сечения сплошного вала почти в два раза больше вала кольцевого сечения:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1018}{530} \approx 2.$$

### Расчетно - графическая работа № 13

Расчет бруса круглого поперечного сечения при сочетании основных деформаций

**Задание.** Для промежуточного вала редукторов, передающего мощность  $P$  при угловой скорости  $\omega$ , определить вертикальную и горизонтальную составляющие реакций подшипников, построить эпюры крутящего момента и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Определить диаметры вала по сечениям, приняв  $[\sigma] = 100$  МПа и полагая  $F_r = 0,364 F_t$ . Расчет провести по гипотезе максимальных касательных напряжений.

Указание. Окружную силу определить по формуле

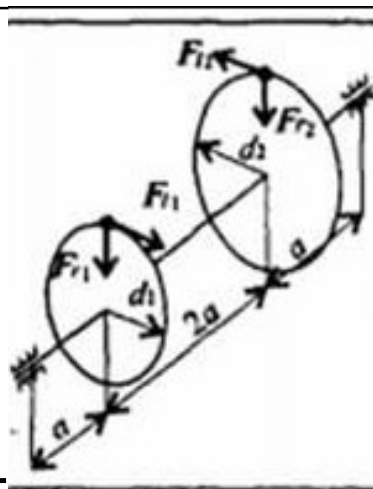
$$F_t = \frac{2M}{d}, \quad \text{где} \quad M = \frac{P}{\omega}.$$

Схема вала приведена на рис. 13.1. Данные для расчета приведены в табл. 13.1.

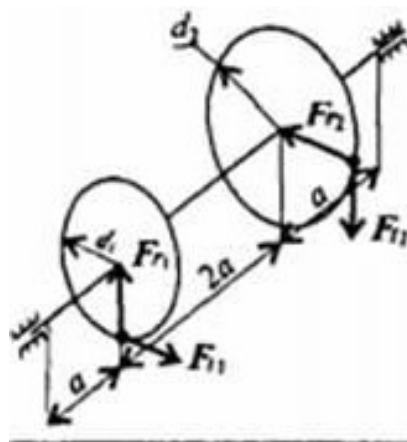
Таблица 13.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$ , кВт	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22
$\omega$ , рад/с	70	65	62	58	54	50	46	42	38	34
$a$ , мм	60	70	80	90	100	60	70	80	90	100
$d_1$ , мм	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$d_2$ , мм	250	240	230	220	210	200	190	180	170	160

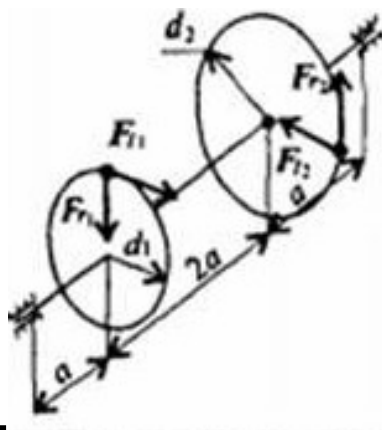
Рис.13.1



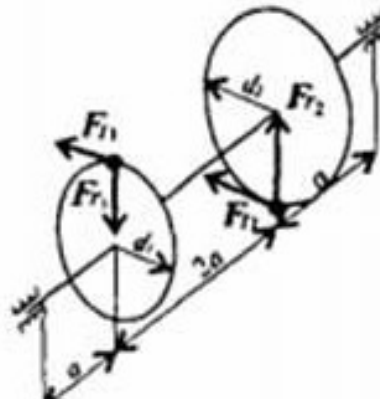
o)



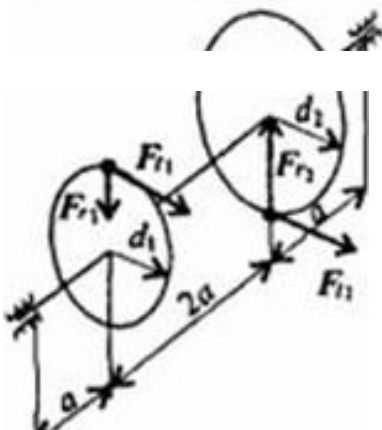
б)



II)



з)



e)

Пішшожешіе 1ф юіікнїе. аішчесіое своігтва ііекотооых мате ііаііов

Мотїра.І	/Јре.wtиое соііромутлгїіue и"мпи	Пр,δ,.1 тїа'уїт'ї"Ј и.мн.	Пр,δ,.1 ишДС.шїосм" и.1.ІfТІа	Доц-ікат.іые ишїрїїжїиїї нїсре'Ј trl. ,мпа	Д(Јп)'ткДт.щїт ишїрїїжїиїї ни с.чятит ишї. мпа	Мод.І•.І• )їр')іосмїї Е• ІІТ', мои	Ктффуісїіеїт л'оссоиμ
Стащ.: Ст3	380	200	120... 160	(0.3...0.4)·от	0.5·ов	2.0	0,3
10	340	210	120... 1(,0			2.0	
20	420	240	120... 160			2.0	
25	4(,0	280				2.0	
30	500	300	170... 210			2.0	
35	540	320	170...220			2.0	
40	580	340	180...240			2,0... 2,1	
45	610	і6Q	190... 250			2.0... 2,1	
50	640	380	200...260			2.0...2,1	
55	660	390	216			2,1	
60	690	410	220... 280			2,1	
20Г	460	280	-			2.0	
60І'	710	420	250...320			2,1	
20Х	800	650				2,0	
40Х	1000	800	240...340			2,1	
Ј0ХМ	950	750	370			2.0	
40ХМ	1000	900	290			2,1	
30ХГСЛ	1100... 1700	850... 1500	340" 500			2.0	
у,уи: Сч15	150/650	-	-	53	120	0,8...1,5	0,23...0,27
Сч35	340/1100	-	-	90	180	1,3... 1,5	

f/p11.1мечаш,е. (іосЈгс косоїчт.)ш Д,"Јяхрупшх мЗТСршїиов )іт.1113111редс/ЈПр()ШОІ"тї і'їр11 С-.т.11-11111

Піштоженіе2 Нон)аьные лїнейные азмеры.ГОСГ 6636-69(Бфрагмент•)

Ra 20	Ra40	Ra 20	Ra40	Ra20	Ra 40	Ra 20	Ra40	Ra20	Ra40
1.0	100	4.0	4.00	16.0	160	63	63	250	250
	1,05		4,20		17,0		67		260
1,1	1,10	4,5	4,50	18,0	18,0	71	71	280	280
	1,15		4,80		19,0		75		300
12	1,20	5.0	5.00	20,0	200	80	80	320	320
	1,30		5,30		21.0		85		340
1,4	1,40	5,6	5,6	22,0	22,0	90	90	360	360
	1,50		6,0		24,0		95		380
1,6	1,60	6,3	6,3	25,0	25,0	100	100	400	400
	1,70		6,7		26,0		105		420
1.8	1,80	7,1	7,1	28.0	28,0	110	110	450	450
	1,90		7,5		30.0		120		580
2,0	2,00	8,0	8,0	32	32	125	125	500	500
	2,10		8,5	34	34		130		530
2,2	2,20	9,0	9,0	36	36	140	140	560	560
	2,40		9,5		38		150		600
2,5	2.50	10.0	10,0	40	40	160	160	630	630
	2,60		10.5		42		170		670
2.8	2,80	11.0	11,0	45	45	180	180	710	710
	3.00		11,5		48		190		750
3,2	3,20	12 0	12,0	50	50	200	200	800	800
	3,40		13,0		53		210		850
36	3,60	14 0	14.0	56	56	220	220	900	900
	3,80		15,0		60		240		950

Пр11.11е•1а,111е.111патоііііііі,1., станпэрто" р.111,ов(Ra5. R,10. Ra20. Rn40) пршлеллїї,рЈ11ІU,ІRa20, Ro40с боа« іен•Oli  
1·рмашлїі

Приложение 3. Трубы стальные электросварные прямошовные (в соответствии с ГОСТ 10704-91)

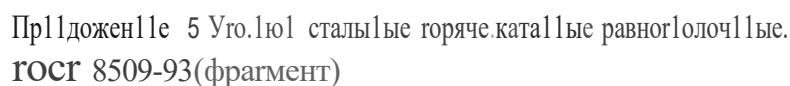
ра:теры

Диаметр D, мм	Площадь S, см²										при толщине стенки S, мм								
	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,5	2,8	3	3,2	3,5	3,8	4	4,5	5	5,5		
10	0 28	0 33																	
10.2	0 29	0 34																	
12	0 35	0 41	0 47	0 52															
13	0 38	0 44	0 51	0 57															
14	0 41	0 48	0 55	0 62															
16	0 47	0 56	0 64	0 72															
18	0 53	0 63	0 73	0 82	0 92														
19	0 57	0 67	0 77	0 87	0 97	1 07													
20	0 60	0 71	0 82	0 92	1 03	1 13													
21.3	0 64	0 76	0 87	0 99	1 10	1 21													
22	0 66	0 78	0 91	1 02	1 14	1 26													
24	0 72	0 86	0 99	1 13	1 25	1 38	1 51	1 69											
25	0 75	0 90	1 04	1 18	1 31	1 44	1 58	1 77											
26	0 79	0 93	1 08	1 23	1 37	1 51	1 64	1 84											
27	0 82	0 97	1 13	1 28	1 42	1 57	1 71	1 92											
28	0 85	1 01	1 17	1 33	1 48	1 63	1 78	2 00											
30	0 91	1 09	1 26	1 43	1 59	1 76	1 92	2 16											
32	0 97	1 16	1 35	1 53	1 71	1 88	2 06	2 32	2 57	2 73									
33	1 00	1 20	1 39	1 58	1 76	1 95	2 13	2 39	2 66	2 83									
33.7		1 22	1 42	1 61	1 80	1 99	2 18	2 45	2 72	2 89									
35		1 27	1 48	1 68	1 88	2 07	2 27	2 55	2 83	3 01									
36		1 31	1 52	1 73	1 93	2 14	2 33	2 63	2 92	3 11									
38		1 39	1 61	1 83	2 05	2 26	2 47	2 79	3 09	3 30									
40		1 46	1 70	1 93	2 16	2 39	2 61	2 94	3 27	3 49									
42		1 54	1 78	2 03	2 27	2 51	2 75	3 10	3 45	3 67									
44.5		1 63	1 89	2 16	2 41	2 67	2 92	3 30	3 67	3 91									
45		1 65	1 92	2 18	2 44	2 70	2 96	3 34	3 71	3 96									
48			2 05	2 33	2 61	2 89	3 16	3 57	3 97	4 24	4 50	4 89							
48.3			2 06	2 35	2 63	2 91	3 18	3 60	4 00	4 27	4 53	4 92							
51			2 18	2 48	2 78	3 08	3 37	3 81	4 24	4 52	4 80	5 22							
53			2 27	2 58	2 89	3 20	3 51	3 96	4 41	4 71	5 00	5 44							
54			2 31	2 63	2 95	3 27	3 58	4 04	4 50	4 80	5 10	5 55							
57			2 44	2 78	3 12	3 45	3 79	4 28	4 77	5 09	5 41	5 88							
60			2 58	2 93	3 29	3 64	3 99	4 51	5 03	5 37	5 71	6 21	6 71						
63.5			2 73	3 11	3 49	3 86	4 23	4 79	5 34	5 70	6 06	6 59	7 12						
70			3 02	3 44	3 85	4 27	4 68	5 30	5 91	6 31	6 71	7 31	7 90	8 29					
73			3 15	3 59	4 02	4 46	4 89	5 53	6 17	6 59	7 01	7 64	8 26	8 67					
76			3 28	3 74	4 19	4 63	5 10	5 77	6 44	6 88	7 31	7 97	8 61	9 04	10 10	11 15	12 18		
88				4 34	4 87	5 40	5 93	6 71	7 49	8 01	8 52	9 29	10 05	10 55	11 80	13 03	14 25		
89				4 39	4 93	5 46	6 00	6 79	7 58	8 10	8 62	9 40	10 17	10 68	11 94	13 19	14 42		
102					5 66	6 28	6 89	7 81	8 72	9 33	9 93	10 83	11 72	12 31	13 78	15 23	16 67		
108					6 00	6 66	7 31	8 28	9 25	9 89	10 53	11 48	12 43	13 06	14 62	16 17	17 70		
114					6 34	7 03	7 72	8 75	9 78	10 46	11 13	12 14	13 15	13 82	15 47	17 11	18 74		
127					7 08	7 85	8 62	9 77	10 92	11 68	12 44	13 57	14 70	15 45	17 31	19 15	20 98		
133					7 42	8 23	9 04	10 24	11 45	12 25	13 04	14 23	15 42	16 20	18 16	20 10	22 02		
140					7 81	8 67	9 52	10 79	12 06	12 91	13 75	15 00	16 25	17 08	19 15	21 20	23 23		
152					8 49	9 42	10 35	11 74	13 12	14 04	14 95	16 32	17 68	18 59	20 84	23 08	25 30		
159					8 88	9 86	10 83	12 29	13 73	14 70	15 65	17 09	18 52	19 47	21 83	24 18	26 51		
168					9 39	10 42	11 45	12 99	14 52	15 54	16 56	18 08	19 59	20 60	23 10	25 59	28 06		
177.8					9 95	11 04	12 13	13 76	15 39	16 47	17 54	19 16	20 76	21 83	24 49	27 13	29 76		
193.7						12 04	13 23	14 51	16 78	17 96	19 14	20 90	22 66	23 83	26 73	29 63	32 50		
219							17 00	19 01	20 35	21 68	23 68	25 68	27 00	30 31	33 60	36 87			
244.5									22 75	24 25	26 49	28 72	30 21	33 91	37 60	41 28			
273												29 62	32 12	33 79	37 94	42 08	46 20		
325														40 32	45 29	50 24	55 18		
355.6														44 16	49 61	55 04	60 46		
377														46 85	52 63	58 40	64 16		
406.4														50 54	56 79	63 02	69 24		
426														53 00	59 56	66 10	72 62		
530																82 43	90 58		


$$1, -1, \\ W, -W,$$
[illegible]

35	3,5	3,50	2,75	3,98	2,65		3,5	7,70	6,04	40,44	13,48		9,0	45,77	35,93	1290,5	84,3
	4,0	<b>3,88</b>	3,04	<b>4,23</b>	<b>2,82</b>		4,0	<b>8,68</b>	<b>6,82</b>	<b>44,73</b>	14,91	150	7,0	39,20	30,77	322,4	<b>76,3</b>
	0,8	1,083	0,850	<b>2,10</b>	1,20		5,0	10,57	8,30	52,30	17,43		8,0	44,34	34,81	472,8	196,3,
	0,9	1,21	0,953	<b>2,34</b>	1,34		6,0	12,34	9,69	58,60	19,53		9,0	49,37	38,75	614,3	15,2
	1,4	<b>1,85</b>	<b>1,45</b>	3,45	<b>1,97</b>		7,0	14,00	11,00	63,71	21,24		<b>10,0</b>	54,28	42,61	1747,2	32,9•
	1,5	<b>1,97</b>	1,55	3,65	2,09		8,0	15,54	12,20	<b>67,71</b>	22,57	180	8,0	53,94	42,34	634,0	92,6
	2,0	2,57	2,02	<b>4,61</b>	<b>2,63</b>	70	3,0	7,88	6,19	58,45	16,70		9,0	<b>60,17</b>	47,23	<b>900,4</b>	<b>22,2</b>
	2,5	3,14	2,46	<b>5,44</b>	<b>3,11</b>		<u>3,5</u>	<u>9,10</u>	<u>7,14</u>	<u>66,34</u>	<u>18,95</u>		10,0	66,28	52,03	153,9	50,4
	3,0	3,68	2,89	6,17	3,52		<u>4,0</u>	<u>10,28</u>	<u>8,07</u>	<u>73,74</u>	<u>21,07</u>		12,0	78,17	61,36	623,0	402,51
	<u>3,5</u>	<u><b>4,20</b></u>	<u>3,30</u>	<u><b>6,78</b></u>	<u>3,88</u>		5,0	12,57	9,87	<b>87,12</b>	24,89		<b>14,0</b>	89,59	70,33	<u>4043,4</u>	<u>i-49,2</u>





$t$  - толщина полки;

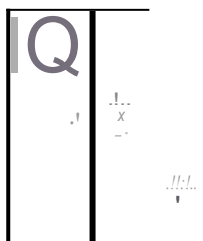
$r$  • радиус закругления полок;

**1" момент инерции;**

$I_{x,x}$  – центробежный момент инерции;

$i$  • радиус инерции.

57

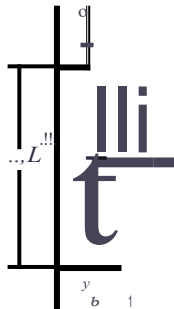


$h$  - высота двутавра;  
 $b$  - ширина полки;  
 Приложение 6 Двутавры стальные горячекатаные ГОСТ 82239-99 (фрагмент)

$s$  - толщина стенки;  
 $t$  - средняя толщина полки;  
 $R$  - радиус внутреннего закругления;  
 $r$  - радиус закругления полки  
 $I$  - момент инерции;  
 $W$  - момент сопротивления;  
 $S$  - статический момент полусечения;  
 $I$  - радиус инерции.

Номер двутавра	Размеры" мм							Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	масса 1 м" кг	Справочные значения для осей						
	h	b	s	t	R		ε не более			X-X				Y-Y		
					R	ε				I <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> см	S <sub>x0</sub> см <sup>3</sup>	I <sub>ys</sub> см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55	
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70	
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88	
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07	
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27	
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37	
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54	
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69	
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79	
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89	
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03	
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09	
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23	
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39	
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54	

Продолжение 7 ПНМ'Дерьса, Львые горячет: агавые. ГОСТ 8'40-97 (фрагмент)



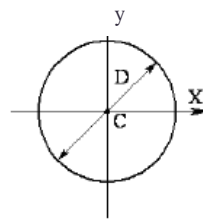
$h$  - высота (швеллера);  
 $b$  - ширина полки;  
 $s$  - толщина стенки;  
 $t$  - толщина полки;  
 $R$  - радиус внутреннего закругления;  
 $r$  - радиус закругления полки;  
 $x_0$  - расстояние от оси  $Y$  -  $Y$  до наружной грани стенки;  
 $F$  - площадь поперечного сечения;  
 $I$  - момент инерции;  
 $W$  - момент сопротивления;  
 $i$  - радиус инерции;  
 $S_x$  - статический момент полусечения.

Номер ПВБетера	h	Б	s	R			:г- ошадь:поперелПшог сечеВЮГ F, c>(	Масс.а1 м.П-	Сп.....чтые зв.1.чени.1дл осей						Хо,cm	
				не билте					X-X		Y-Y					
				1, cm	Wx,cm	ix,CM			Sx,cm	1,cm	Wy,cm	io,cm				
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6S	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75

$C$  - центр тяжести сечения;  $J_x, J_y$  - осевые моменты инерции;  $J_p$  - полярный момент инерции;  
 $A$  - площадь;  $I_p$  - полярный момент инерции

$W_x, W_y$  - осевые моменты сопротивления;  $W_p$  - полярный момент сопротивления

- радиусы инерции



$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \approx 0,785 D^2;$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \approx 0,05 D^4; \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1 D^4;$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} \approx 0,1 D^3; \quad W_p = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2 D^3;$$

$$i_x = i_y = i = 0,25 D$$

Кольцо  $a = d/D$

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} D^2 (1 - a^2) \approx 0,785 D^2 (1 - a^2);$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - a^4) \approx 0,05 D^4 (1 - a^4);$$

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - a^4) \approx 0,1 D^4 (1 - a^4);$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} (1 - a^4) \approx 0,1 D^3 (1 - a^4);$$

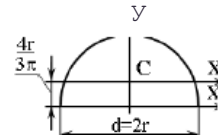
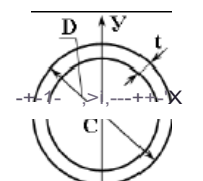
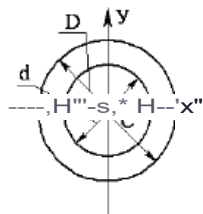
$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - a^4) \approx 0,2 D^3 (1 - a^4)$$

$$i_x = i_y = i = 0,25 D \sqrt{1 - a^4}$$

Тонкое кольцо ( $t \ll D$ )  $D \gg t$   
 $A \approx \pi D t$

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^3 t}{8} \approx 0,39 D^3 t; \quad I_p = \frac{\pi D^3 t}{4} \approx 0,79 D^3 t$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^2 t}{8} \approx 0,39 D^2 t; \quad W_p = \frac{\pi D^2 t}{4} \approx 0,79 D^2 t$$



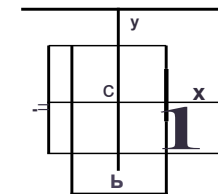
Полукруг

$$I_x = \frac{\pi d^4}{128} (1 - \frac{64}{9\pi^2}) \approx 0,11 r^4; \quad I_y = \frac{\pi d^4}{128} \approx 0,39 r^4;$$

$$I_{x'} = 0,259 r^4; \quad I_{y'} = 0,05 d^4$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{8} \approx 0,4 d^2;$$

$$W_x = 0,19 r^3;$$



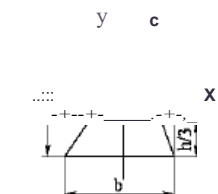
Прямоугольник

$$A = b \cdot h;$$

$$I_x = \frac{b h^3}{12}; \quad I_y = \frac{b^3 h}{12};$$

$$I_{x'} = \frac{b h^3}{36}; \quad I_{y'} = \frac{b^3 h}{36};$$

$$i_x = 0,291 h; \quad i_y = 0,29 b$$



Треугольник

$$A = \frac{b h}{2}; \quad I_x = \frac{b h^3}{36};$$

$$I_{x'} = \frac{b h^3}{72}; \quad I_{y'} = \frac{b^3 h}{36};$$

$$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}} \approx 0,289 h; \quad i_y = \frac{b}{\sqrt{12}} \approx 0,289 b$$