


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Сахалинский государственный университет»

Кафедра математики

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
«19» февраля 2024 г., протокол №6
Заведующий кафедрой
 Самсикова Н. А.

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Б1.О.10 Математическая логика и теория алгоритмов

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

10.03.01 Информационная безопасность

профиль

*Безопасность автоматизированных систем (по отрасли или в сфере
профессиональной деятельности)*

Квалификация

бакалавр

Форма обучения

очная

Южно-Сахалинск
2024 г.

1. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине (модулю)

Коды компетенции	Содержание компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-3	Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1 - Знает основные понятия математического анализа и алгебры, необходимые для решения задач профессиональной деятельности; ОПК-3.2 - Умеет применять основные математические методы, а также методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности; ОПК-3.3 - Владеет практическими навыками решения математических задач и построения статистических моделей экспериментов при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности.

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Алгебра высказываний	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы.
2.	Приложения алгебры логики	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы.
3.	Исчисление высказываний	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы.
4.	Предикаты	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы.
5.	Алгоритмы. Список алгоритмов	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; ИДЗ
6.	Машины Тьюринга.	ОПК-3	Задания к практическим работам,

			контрольные вопросы; ИДЗ
7.	Нормальные алгорифмы.	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; ИДЗ
8.	Рекурсивные функции.	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; ИДЗ
9.	Алгоритмическая теория множеств.	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; ИДЗ
10.	Неразрешимые алгоритмические проблемы.	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; ИДЗ

3. Оценочные средства

Форма контроля для очной формы обучения – *экзамен*

Примеры заданий для текущего контроля и промежуточных заданий по различным темам:

1. Является ли логически правильным следующее рассуждение. Студент пойдет до- мой (а) или останется в университете (в). Он не останется в университете. Следовательно, студент пойдет домой. (ОПК-3)

2. Справедливо ли следующее рассуждение. Я пойду или в кино на новую комедию (а), или на занятие по математической логике (в). Если я пойду в кино на новую комедию, то от всей души посмеюсь (с). Если я пойду на занятие по математической логике, то испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений (d). Следовательно, или я от всей души посмеюсь, или испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений. (ОПК-3)

3. Если завтра будет холодно (а), то я надену теплое пальто (в), если рукав будет по- чинен (с). Завтра будет холодно, а рукав не будет починен. Следует ли отсюда, что я не надену теплое пальто? (ОПК-3)

4. После обсуждения состава участников предполагаемой экспедиции было решено, что должны выполняться два условия: если поедет Арбузов, то должны поехать еще Брюквин или Вишневский; если поедут Арбузов и Вишневский, то поедет и Брюквин. (ОПК-3)

5. Жили четыре мальчика: Альберт, Карл, Дидрих и Фридрих. Фамилии друзей те же, что и имена только так, что ни у кого из них имя и фамилия не были одинаковы. Кроме того, фамилия Дидриха была не Альберт. Требуется определить фамилию каждого из мальчиков, если известно, что имя мальчика, у которого фамилия Фридрих, есть фамилия того мальчика, имя которого – фамилия Карла. (ОПК-3)

Примерные задания для практических занятий (ОПК-3)

- Среди следующих предложений выделить высказывания, установить, истинны они или ложны:
 - река Волга впадает в озеро Байкал;
 - всякий человек имеет брата;
 - пейте томатный сок!;
 - существует человек, который моложе своего брата;
 - какой час?;
 - ни один человек не весит более 1000 кг;
 - $23 < 5$;
 - для всех действительных чисел x и y верно равенство $x + y = y + x$;
 - $x^2 - 7x + 12$;
 - $x^2 - 7x + 12 = 0$.
- Составить таблицу истинности для формулы $A = (\neg q \leftrightarrow r) \vee (r \rightarrow p \wedge q)$.
- Доказать равносильность формул $A \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$, $B \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$.
- Упростить формулу $(x \vee y) \rightarrow x \vee y) \wedge y$.
- Доказать, что формула тождественно истинная $A \equiv x \rightarrow (y \rightarrow x)$.
- Доказать равносильность:
 - $(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \equiv x$;
 - $x \vee (\bar{x} \wedge y) \equiv x \vee y$;
 - $x \rightarrow (y \rightarrow z) \equiv x \wedge y \rightarrow z$.
- Булеву функцию трех переменных $(x_1 \leftrightarrow \bar{x}_2) \rightarrow (x_1 \vee x_3) \wedge x_2$ представить логической формулой – в виде СДНФ.
- Булеву функцию трех переменных $(x_1 \leftrightarrow \bar{x}_2) \rightarrow (x_1 \vee x_3) \wedge x_2$ представить логической формулой – в виде СКНФ.
- Найдите СДНФ для всякой тождественно истинной формулы, содержащей одно переменное, два или три переменных.
- Найдите СКНФ для всякой тождественно ложной формулы, содержащей одно, два или три переменных.

Функциональная таблица:

	λ	0	1
q_1	$q_1 1R$	$q_0 0E$	$q_2 1R$
q_2	$q_2 1R$	$q_2 1R$	$q_2 1R$

Записать список команд и проверить применимость машины T_1 к словам $\alpha_0 = 0, \alpha_1 =$

1.

- Машина T_2 работает в алфавите $M = \{\lambda, 0, 1\}$. Множество внутренних состояний машины $Q = \{q_1\}$.

Список команд:

$$\begin{aligned} q_1 \lambda &\rightarrow q_0 1E \\ q_1 0 &\rightarrow q_1 \lambda R \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 \lambda R \end{aligned}$$

Проверить применимость машины T_2 к исходному слову $\alpha_0 = 10$.

- Машина T_3 работает в алфавите $M = \{\lambda, 0, 1\}$. Множество внутренних состояний машины $Q = \{q_1, q_2\}$.

Функциональная таблица:

	λ	0	1
q_1	$q_2 1R$	$q_1 \lambda R$	$q_1 \lambda R$
q_2	$q_2 1R$	$q_0 0E$	$q_0 1E$

Проверить применимость машины T_3 к слову $\alpha_0 = 10$.

13. Определить, что делает машина T_4 в алфавите $M = \{\lambda, *\}$.

Список команд:

$$\begin{aligned} q_1 \lambda &\rightarrow q_0 * E \\ q_1 * &\rightarrow q_1 * L. \end{aligned}$$

Исходное слово: $\alpha_0 = ***$.

14. Записать протокол работы машины T_5 в алфавите $M = \{\lambda, 1, +\}$.

Функциональная таблица:

	λ	1	+
q_1		$q_2 \lambda R$	$q_0 \lambda R$
q_2	$q_2 \lambda R$	$q_2 1R$	$q_3 1L$
q_3	$q_0 \lambda R$	$q_3 1L$	

Исходное слово: $\alpha_0 = 1111 + 11$.

15. Машина T_6 вычисляет характеристическую функцию предиката $P(n)$ – «число n является нечетным».

$$f_p(n) = \begin{cases} 1, n - \text{нечетное,} \\ 0, n - \text{четное.} \end{cases}$$

Число n записывается в унарной системе буквой $*$. Составить программу для машины T_6 для слов $\alpha_0 = **$, $\alpha_1 = ***$.

16. Выяснить, применима ли машина Тьюринга, задаваемая программой P , к слову W (исходя из стандартного положения). Если машина Тьюринга применима, то выписать результат применения к слову W .

$$q_1 0 \rightarrow q_2 1R$$

$$q_1 1 \rightarrow q_1 0L$$

$$P: q_2 0 \rightarrow q_3 1R, \text{ а) } W_1 = 10^3 1, \text{ б) } W_2 = (10)^2 1$$

$$q_2 1 \rightarrow q_3 0L$$

$$q_3 0 \rightarrow q_1 0R$$

17. По заданной машине Тьюринга T и начальной конфигурации K_1 найти заключительную конфигурацию (q_0 – заключительное состояние).

$$q_1 0 q_2 1R$$

$$\text{а. } T: \begin{matrix} q_1 1 q_2 0L \\ q_2 0 q_0 1E \end{matrix}, \text{ а) } K_1 = 1^2 0 1 q_1 1^2, \text{ б) } K_1 = 1 0 1 q_1 0 1^2.$$

$$q_2 1 q_1 1L$$

$$q_1 0 q_1 1L$$

$$\text{б. } T: \begin{matrix} q_1 1 q_2 1R \\ q_2 1 q_1 0R \end{matrix}, \text{ а) } K_1 = 1 q_1 0 1^3, \text{ б) } K_1 = 1 q_1 1^4.$$

$$q_2 0 q_0 0L$$

18. Вычислить, применима ли машина, Тьюринга T , задаваемая программой P , к слову α .

Предполагается, что q_1 – начальное состояние, q_0 – заключительное состояние, и в начальный момент машина обозревает самую левую единицу на ленте.

$$q_1 0 q_2 1R$$

$$q_1 1 q_2 1L$$

$$\text{а. } P: q_2 0 q_3 1R, \text{ а) } \alpha_1 = 1^3 0 1^2, \text{ б) } \alpha_2 = 1^2 0^2 1, \text{ в) } \alpha_3 = 1^5, \text{ г) } \alpha_4 = 1^2 (0 1)^2.$$

$$q_2 1 q_3 0R$$

$$q_3 1 q_1 1R$$

$q_1 0 q_1 1 R$
 $q_1 1 q_2 0 R$
 $b. P: q_2 0 q_1 1 R, a) \alpha_1 = (10)^3 1, b) \alpha_2 = 10^2 1^2, c) \alpha_3 = 10^3 1.$
 $q_2 1 q_3 1 L$
 $q_3 0 q_1 1 L$

19. Построить композицию $T_1 \cdot T_2$ машин Тьюринга T_1 и T_2 по паре состояний (g_{10}, g_{21}) и найти результат применения композиции $T_1 \cdot T_2$ ($T_2 \cdot T_1$) к слову $R = 1^4 0^2 1^3 0 1^2$ (g_{20} – заключительное состояние T_2).

T_1 :				T_2 :		
	0	1			0	1
g_{11}	$g_{10} 0 L$	$g_{12} 1 R$		g_{21}	$g_{22} 1 L$	$g_{22} 1 L$
g_{12}	$g_{13} 0 R$	$g_{13} 1 R$		g_{22}	$g_{20} 0 R$	$g_{21} 0 L$
g_{13}	$g_{11} 0 R$	$g_{11} 0 R$				

20. Найти результат применения итерации машины Тьюринга T по паре состояний (g_0, g_i) к слову $R = 1^{2^x}, x \geq 1$ (заключительными состояниями являются g_0 и g_0').

$i = 1, x = 3, T$:

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6
0	$g_0 0 R$	$g_0 0 R$	$g_4 0 R$	$g_5 1 L$	$g_6 0 L$	$g_0 0 R$
1	$g_2 0 R$	$g_3 0 L$	$g_3 1 R$	$g_4 1 R$	$g_5 1 L$	$g_6 1 L$

21. Найти результат применения машины $T = T(T_1, (g_{10}', g_{21}), T_2, (g_{10}'', g_{31}), T_3)$ к слову $R = 1^x 0^2 1, x = 3$ (g_{20} – заключительное состояние T_2 , g_{30} – заключительное состояние T_3).

$T_1 T_2 T_3$									
	g_{11}	g_{12}	g_{13}		g_{21}	g_{22}		g_{31}	g_{32}
0	$g_{12} 0 R$	$g_{10}' 0 L$	$g_{10}'' 0 R$	0	$g_{22} 0 L$	$g_{20} 1 R$	0	$g_{32} 0 R$	$g_{30} 1 E$
1	$g_{11} 1 R$	$g_{13} 1 R$	$g_{13} 1 R$	1	$g_{21} 1 L$	$g_{22} 0 L$	1	$g_{31} 1 R$	$g_{31} 1 R$

22. **Перенос нуля А.** Данная машина осуществляет перевод начальной конфигурации $g_1 0 0 1^x 0$ в слово $g_0 0 1^x 0$.

23. **Левый сдвиг Б⁻.** Данная машина перерабатывает слово $0 1^x g_1 0$ в слово $g_0 0 1^x 0$.

24. **Правый сдвиг Б⁺.** Данная машина перерабатывает слово $g_1 0 1^x 0$ в слово $0 1^x g_0 0$.

25. **Транспозиция В.** Данная машина перерабатывает слово $0 1^x g_1 0 1^y 0$ в слово $0 1^y g_0 0 1^x 0$.

26. Построить машину Тьюринга, которая подсчитывает количество букв «b» в слове, записанном в алфавите $\{a, b\}$.

27. Построить машину Тьюринга применимую ко всем словам $x_1 x_2 \dots x_n$ в алфавите $\{a, b\}$ и переводящую их в слово α .

$$\alpha = \begin{cases} x_n, & \text{если } x_n = a \\ b^{n-1}, & \text{если } x_{n-1} = b, n > 1. \end{cases}$$

28. Построить машину Тьюринга, которая применима ко всем словам в алфавите $\{a, b\}$ и делает следующее: любое слово $x_1 x_2 \dots x_n$, где $x_i \in \{a, b\}$, для всех $1 \leq i \leq n$, преобразует в слово $x_2 \dots x_n x_1$.

$$a. R = ba,$$

$$b. R = abb.$$

29. Построить машину Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{\lambda, 0, 1, 2, \dots, 9\}$, правильно вычисляющую функцию $s(x) = x + 1$ в десятичной системе счисления (два или три варианта).

30. Построить машину Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{0, 1, *\}$, правильно вычисляющую функцию $sum(x, y) = x + y$.

31. Построить машину Тьюринга, вычисляющую числовую функцию $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и проверить работу построенной машины над некоторым набором значений переменных $f(x, y) = x + 2y$ ($f(0, 1)$).

32. Построить в алфавите $A = \{0,1\}$ машину Тьюринга, которая применима к словам вида $1^{2m+1}01^{2n+1} (m \geq 0, n \geq 0)$ и $1^{2m}01^{2n} (m \geq 1, n \geq 1)$, но не применима к словам вида $1^{2m}01^{2n-1}$ и $1^{2m-1}01^{2n} (m \geq 1, n \geq 1)$. К словам иного вида машина может быть как применима, так и не применима.
33. Для функции $f(x) = 2x - 1$ построить в алфавите $A = \{0,1\}$ машину Тьюринга, вычисляющую её, а также построить машину Тьюринга, правильно вычисляющую эту функцию.
34. Построить Машину Тьюринга вычисляющую алгоритм Евклида.
35. Построить машину Тьюринга, правильно вычисляющую функцию f :
- $f(x) = 0$
 - $f(x) = x + 2$
 - $f(x) = x - 1$
 - $f(x) = x \div 1$
 - $f(x) = sg(x)$
 - $f(x) = x - 5$
 - $f(x) = x \div 5$
 - $f(x, y) = y$
 - $f(x, y) = x$
 - $f(x, y) = x \div y$
 - $f(x) = \overline{sg}(x - 1)$
 - $f(x) = sg(x - 3)$
 - $f(x) = x + 2$, в десятичной системе счисления
 - $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ делится на } 2 \\ 0, & \text{если } x \text{ не делится на } 2 \end{cases}$
 - $f(x) = \frac{x}{2}$
 - $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ делится на } 3 \\ 0, & \text{если } x \text{ не делится на } 3 \end{cases}$
 - $f(x) = \max(x, 3)$
 - $f(x) = |x - 5|$
 - $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right] = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 1 \\ 0, & \text{если } x \geq 2 \\ \text{неопределенно,} & \text{если } x = 0 \end{cases}$
 - $f(x) = \left[\frac{x}{2} \right]$
 - $f(x) = \frac{2}{4-x}$

36. Машина Тьюринга имеет следующую функциональную схему:

$$\begin{aligned} q_1 0 &\rightarrow q_2 1L \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 1R \\ q_2 0 &\rightarrow q_3 1R \\ q_2 1 &\rightarrow q_2 1L \\ q_3 0 &\rightarrow q_0 0E \\ q_3 1 &\rightarrow q_0 1L \end{aligned}$$

Найти формульное выражение функции $f(x)$, вычисляемой этой машиной.

37. По программе машины Тьюринга напишите формульное выражение функции $f(x, y)$, вычисляемой этой машиной:

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6
0	$g_2 0R$	$g_1 0L$	$g_4 0R$	$g_4 0L$	$g_6 0R$	$g_0 0E$
1	$g_1 1R$	$g_3 0R$	$g_3 0R$	$g_5 1L$	$g_5 1L$	$g_0 1E$

38. Доказать, что любая примитивно рекурсивная функция всюду определена.

39. Доказать, что следующие функции частично рекурсивны:

a. $f(x) = x + 5$

- b. $f(x) = 3$
 - c. $f(x) = x + n$
 - d. $S(x, y) = x + y$, по x
 - e. $f(x) = 3x$
 - f. $f(x) = sg(x)$
 - g. $f(x) = a^x$
40. Доказать, что функции $s(x)$, $o(x)$, $I_n^m(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $C_k(x) = k$, $S(x, y) = x + y$, $F_k(x, y) = x + k$ – общерекурсивны.
41. Доказать, что следующие функции общерекурсивны:
- a. $P(x, y) = x \cdot y$
 - b. $G(x, y) = x^y$
 - c. $\sigma(x) = \begin{cases} x - 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
 - d. $x \div y = \begin{cases} x - y, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
 - e. $|x - y|$
 - f. $sgn(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
 - g. $\overline{sgn(x)}$
 - h. $x!$
42. Докажите следующие свойства усеченной разности:
- a. $x \div y = s(x) \div s(y)$
 - b. $x + (y \div x) = y + (x \div y)$
43. Рассмотреть действие оператора минимизации для получения обратных функций:
- a. $f(x, y) = x + y$
 - b. $f(x, y) = x \cdot y$
44. Применить операцию минимизации к функции f по переменной x (результатирующую функцию представить в «аналитической» форме):
- a. $f(x) = 0$
 - b. $f(x) = 5$
 - c. $f(x) = x - 5$
 - d. $f(x) = x + 1$
 - e. $f(x) = x \div 2$
 - f. $f(x) = x - 2$
 - g. $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \neq 2 \\ \text{не определено}, & x = 2 \end{cases}$
 - h. $f(x) = \frac{x}{2}$
 - i. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$
 - j. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor$
 - k. $f(x) = sg(x + 3)$
 - l. $f(x) = sg(x - 3)$
 - m. $f(x) = sg(x \div 3)$
45. Найти функцию, получаемую из данной функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 - \frac{x_1}{x_3}$ с помощью операции минимизации по каждой ее переменной.
46. Обосновать примитивную рекурсивность функции $f(x, y) = x + (2 \div y)$.
47. Доказать что функции частично рекурсивны:
- a. $f(x, y) = x^2 + 3^y$
 - b. $f(x, y) = sg(x \div 3) + y!$
48. Применяя операцию примитивной рекурсии к функциям $g(x)$ и $l(x, y, z)$ по переменной y , построить функцию $f(x, y) = R(g, l)$, записав ее в аналитической форме:

- a. $g(x) = x, l(x, y, z) = x + z$
 - b. $g(x) = x, l(x, y, z) = x + y$
 - c. $g(x) = x, l(x, y, z) = x^z$
 - d. $g(x) = x, l(x, y, z) = z^x$
 - e. $g(x) = x, l(x, y, z) = z^y$
 - f. $g(x) = 3^x, l(x, y, z) = 3^y z$
 - g. $g(x) = x^2, l(x, y, z) = (x + y)xz$
49. Доказать, что из функций $o(x) = x, I_n^m$ с помощью суперпозиции и схем примитивной рекурсии нельзя получить функции $x + 1$ и $2x$.
50. Используя операцию суперпозиции и примитивной рекурсии, доказать, что следующая функция примитивно рекурсивна:
- a. $f(x) = x^2 + 3$
 - b. $f(x) = x^2 + 2y^2$
 - c. $f(x) = (x + y)^2$
 - d. $f(x) = 3x + 4y + 5z$
 - e. $f(x) = 3^{x+2}$
 - f. $f(x) = sg(2^x)$
 - g. $f(x) = 2^x \div y$
 - h. $f(x) = x^4 + 5$
 - i. $f(x) = (x + 2)!$
 - j. $f(x) = x \oplus y$
51. Применяя операцию примитивной рекурсии к функциям $g(x)$ и $l(x, y, z)$ по переменной y , построить функцию $f(x, y) = R(g, l)$, записав ее в «аналитической» форме:
- a. $g(x) = 2x, l(x, y, z) = x + 2z$
 - b. $g(x) = x^2, l(x, y, z) = x^2 + 2y$
 - c. $g(x) = 2^x, l(x, y, z) = 2^x y$
 - d. $g(x) = 3^x, l(x, y, z) = 3^x z$
 - e. $g(x) = 3^x, l(x, y, z) = 3^y z$
 - f. $g(x) = 3^x, l(x, y, z) = 3^x y$
52. Применить операцию минимизации к функции f по переменной x_i (результатирующую функцию представить в «аналитической» форме):
- a. $f(x) = sg(x \div 3)$
 - b. $f(x) = 5x \div 2$
 - c. $f(x) = 5x + 2$
 - d. $f(x) = 5x - 2$
 - e. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{5} \right\rfloor$
 - f. $f(x) = \frac{x}{5}$
53. Нормальный алгоритм задан алфавитом $A = \{a, b\}$ и нормальной схемой $S_a =$
- $$\left\{ \begin{array}{l} aaa \rightarrow a \\ aa \rightarrow a \\ a \rightarrow \cdot \text{ примените этот алгоритм к словам:} \\ ab \rightarrow baa \\ \rightarrow a \end{array} \right.$$
- a. $R_1 = aaaa$
 - b. $R_2 = bbb$
 - c. $R_3 = bab$
 - d. $R_4 = aba$
 - e. $R_5 = \lambda$
54. Нормальный алгоритм задан алфавитом $A = \{a, b, 1\}$ и нормальной схемой $S_a = \left\{ \begin{array}{l} a \rightarrow 1 \\ b \rightarrow 1 \\ 11 \rightarrow \lambda \end{array} \right.$
- примените этот алгоритм к слову $abaabbb$.

55. Нормальный алгоритм в алфавите $A = \{a, b\}$ задан нормальной схемой $S_a =$

$$\begin{cases} ba \rightarrow ab \\ a \rightarrow \lambda \\ b \rightarrow \cdot b \end{cases}, \text{ примените его к следующим словам и проанализируйте его работу:}$$

- $R_1 = bbaab$
- $R_2 = aaa$
- $R_3 = bbbbbb$
- $R_4 = aabaabb$

56. Нормальный алгоритм задан в алфавите $A = \{a, b, c, d\}$ и нормальной схемой $S_a =$

$$\begin{cases} ad \rightarrow \cdot dc \\ ba \rightarrow \lambda \\ a \rightarrow bc \\ bc \rightarrow bba \\ \lambda \rightarrow a \end{cases} \text{ примените этот алгоритм к слову } bdc \text{ и проанализируйте его работу.}$$

57. Примеры на составления НАМ:

- Вставка и удаление символов.** $A = \{a, b, c, d\}$. В слове R требуется заменить первое вхождение подслов abb на ddd и удалить все вхождения символа c . Например, $abbcabbca \rightarrow adddabba$.
- Перестановка символов.** $A = \{a, b\}$. Преобразовать слово R так, чтобы в его начале оказались все символы a , а в конце b . Например, $babba \rightarrow aabbb$.
- Использование спецзнака.** $A = \{a, b\}$. Удалить из непустого слова R его первый символ, пустое слово не менять.
- Перемещение спецзнака.** $A = \{a, b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова R . Например, $bbab \rightarrow bbaba$.
- Смена спецзнака.** $A = \{a, b\}$. В слове R заменить на aa последнее вхождение символа a , если такое есть. Например, $bababb \rightarrow babaabb$.
- Перенос символа через слово.** $A = \{a, b\}$. Перенести в конец непустого слова R его первый символ. Пустое слово не менять. Например, $bbaba \rightarrow babab$.
- Использование нескольких спецзнаков.** $A = \{a, b\}$. Удвоить слово R , т.е. приписать слева или справа его копию. Например, $abb \rightarrow abbabb$.

58. Составить н.а., распознающий слова в алфавите $A = \{a, b\}$, содержащие равное число букв a и b .

59. Какую функцию вычисляет н.а.?

- $\lambda \rightarrow \cdot \lambda$
- $\lambda \rightarrow \lambda$

60. Написать нормальную схему алгоритма для функций:

- $f(x) = x + 3$
- $f(x) = 2x$
- $f(x, y) = x + y$
- $f(x, y, z) = x + y + z$
- $f(x, y, z) = x$
- $f(x, y, z) = y$
- $f(x, y, z) = z$
- $f(x, y, z) = x + 2y + 3z$
- $f(x, y) = |x - y|$
- $f(x) = sg(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$

58 Построить н.а., подсчитывающий количество букв «b» в слове, записанном в алфавите $A = \{a, b\}$ и содержащем более одной буквы «b», иначе заменить исходное слово на «bbb».

59 Построить н.а., применимый ко всем словам $x_1 x_2 \dots x_n$ в алфавите $\{a, b\}$ и переводящим их в слово α .

$$\alpha = \begin{cases} x_n, & \text{если } x_{n-1} = a \\ b^{n-1}x_n, & \text{если } x_{n-1} = b, n > 1. \end{cases}$$

Проверить работу построенного алфавита над некоторыми словами: $R_1 = abba$, $R_2 = bbaaa$.

Критерий оценки

- **«отлично»** выставляется студенту, если работа на практическом занятии выполнена полностью и безошибочно;
- **«хорошо»** выставляется студенту, если в работе на практическом занятии могут быть отдельные вычислительные и негрубые ошибки;
- **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если решено правильно более половины заданий на практическом занятии;
- **«неудовлетворительно»** выставляется, если решено правильно менее половины заданий на практическом занятии.

Примерные задания для самостоятельных работ (ОПК-3)

1. Является ли логически правильным следующее рассуждение. Студент пойдет домой (а) или останется в университете (в). Он не останется в университете. Следовательно, студент пойдет домой.

2. Справедливо ли следующее рассуждение. Я пойду или в кино на новую комедию (а), или на занятие по математической логике (в). Если я пойду в кино на новую комедию, то от всей души посмеюсь (с). Если я пойду на занятие по математической логике, то испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений (d). Следовательно, или я от всей души посмеюсь, или испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений.

3. Если завтра будет холодно (а), то я надену теплое пальто (в), если рукав будет починен (с). Завтра будет холодно, а рукав не будет починен. Следует ли отсюда, что я не надену теплое пальто?

4. После обсуждения состава участников предполагаемой экспедиции было решено, что должны выполняться два условия: если поедет Арбузов, то должны поехать еще Брюквин или Вишневский; если поедут Арбузов и Вишневский, то поедет и Брюквин.

5. Жили четыре мальчика: Альберт, Карл, Дидрих и Фридрих. Фамилии друзей те же, что и имена только так, что ни у кого из них имя и фамилия не были одинаковы. Кроме того, фамилия Дидриха была не Альберт. Требуется определить фамилию каждого из мальчиков, если известно, что имя мальчика, у которого фамилия Фридрих, есть фамилия того мальчика, имя которого – фамилия Карла.

6. Представить в алфавите $\{0,1\}$ машину Тьюринга, обладающую следующими свойствами (предполагается, что в начальный момент обозревается самый левый символ слова и в качестве пустого слова берется 0):

- Машина имеет одно состояние, одну команду и применима к любому слову в алфавите $\{0,1\}$.
- Машина имеет две команды, не применима ни к какому слову в алфавите $\{0,1\}$ и зона работы на каждом слове бесконечна.
- Машина имеет две команды, не применима ни к какому слову в алфавите $\{0,1\}$ и зона работы на любом слове ограничена одним и тем же числом ячеек, не зависящем от выбора слова.
- Машина имеет три команды, применима к словам $10^{2n}1$ ($n \geq 1$) и не применима к словам $10^{2n+1}1$ ($n \geq 0$).
- Машина имеет 5 команд, применима к словам 1^{3n} ($n \geq 1$) и не применима к словам $1^{3n+\alpha}$ ($\alpha = 1,2$ и $n \geq 0$).

7. Известна машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{0,1\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{g_0, g_1\}$ и программой:

$$g_1 0 \rightarrow g_0 1R$$

$$g_1 1 \rightarrow g_1 1R$$

Определить, в какое слово перерабатывает машина каждое из следующих слов, если в начальном состоянии g_1 обозревается указанная ячейка:

- а. 10110011 (обозревается 4 ячейка);
- б. 11011101 (обозревается 2 ячейка);
- в. 100111 (обозревается 3 ячейка);
- г. 1111011 (обозревается 4 ячейка);
- д. 1101111 (обозревается 3 ячейка);
- е. 1111111 (обозревается 4 ячейка);
- ж. 11111 (обозревается 5 ячейка);
- з. 111...1 (k единиц, обозревается k ячейка).

8. Машина Тьюринга задается следующей функциональной схемой:

	g_1	g_2	g_3
0		$g_3 1R$	$g_1 0L$
1	$g_2 0L$	$g_2 1L$	$g_3 1R$
*	$g_0 0L$	$g_2 * L$	$g_3 * R$

Определите, в какое слово перерабатывает машина каждое из следующих слов, исходя из положения, когда g_1 – крайняя правая единица. После этого постарайтесь усмотреть общую закономерность в работе машины. Придумайте свой алгоритм, решающий эту задачу.

- а. 111*111, 1111*11;
- б. 111*1, 1*11;
- в. 11*111, 111*11.

9. Машина Тьюринга задается следующей функциональной схемой:

	g_1	g_2	g_3	g_4
0	$g_4 0R$	$g_3 0L$	$g_1 0R$	$g_0 0L$
1	$g_2 \alpha E$	$g_1 \beta E$	$g_1 1R$	$g_1 1L$
α	$g_1 \alpha L$	$g_2 \alpha R$	$g_3 1L$	$g_4 0R$
β	$g_1 \beta L$	$g_2 \beta R$	$g_3 0L$	$g_4 1R$

Определите, в какое слово перерабатывает машина каждое из следующих слов, исходя из начального положения g_1 :

- а. 11111 (2 ячейка, считая слева);
- б. 111 (1 ячейка, считая слева);
- в. 1111111111 (4 ячейка, считая слева);
- г. 111111 (2 ячейка, считая слева);
- д. 1^{15} (6 ячейка, считая слева).

10. Остановиться ли когда-нибудь машина Тьюринга, заданная следующей программой:

	g_1	g_2	g_3
0	$g_1 0R$	$g_3 0L$	$g_0 0E$
1	$g_2 1R$	$g_1 0R$	$g_2 1L$

Если она начнет перерабатывать следующие слова:

- а. 111101;
- б. 11111;
- в. 10101.

11. Остановиться ли когда-нибудь машина Тьюринга, заданная следующей программой:

	g_1	g_2	g_3	g_4
0	$g_2 0R$	$g_3 0L$	$g_1 1L$	$g_0 0E$
1	$g_2 1R$	$g_4 0R$	$g_0 1E$	$g_2 0R$

Если она начнет перерабатывать следующие слова:

- а. 1110101;
- б. 1111;
- в. 1010101.

12. Известно, что на ленте записано слово из n единиц $11\dots 1$, $n \geq 1$. Постройте машину Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{0,1\}$, которая отыскивала бы левую единицу этого слова, если в начальный момент головка машины обозревает одну из ячеек с буквой данного слова.

13. Сконструируйте машину Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{0,1\}$, которая каждое слово в алфавите $A_1 = \{1\}$ перерабатывает в пустое слово.

14. На ленте машины Тьюринга записаны два набора единиц. Они разделены *. Составьте функциональную схему машины так, чтобы она, исходя из начального положения g_1 – крайняя правая единица, выбрала больший из этих наборов, а меньший стерла. Звездочка должна быть сохранена, чтобы было видно, какой из наборов выбран. Рассмотрите примеры работы этой машины применительно к словам:

- а. $1*11$;
- б. $11*1$;
- в. $11*111$;
- г. $1111*11$.

15. Написать формулу числовой функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, вычислимой машиной Тьюринга с множеством внутренних состояний $\{g_0, g_1, \dots, g_6\}$. Проверить работу с некоторым набором значений аргумента.

№	n		g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6
1	2	λ		$g_5 1R$	$g_4 \lambda R$	$g_0 \lambda E$		$g_0 \lambda E$
		1	$g_2 1R$	$g_3 \lambda R$	$g_3 \lambda R$	$g_4 \lambda R$	$g_6 1R$	$g_6 \lambda R$

№	n		g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6
2	2	λ	$g_4 1R$	$g_3 \lambda L$	$g_0 \lambda E$	$g_5 1L$	$g_6 1R$	$g_0 1E$
		1	$g_2 1R$	$g_1 1R$	$g_3 \lambda L$	$g_4 1R$	$g_5 1L$	$g_6 1R$

16. НАМ в алфавите $A = \{a, b\}$, задается схемой $S: \begin{cases} ba \rightarrow ab \\ ab \rightarrow \lambda \end{cases}$. Примените его к слову bbabab.

17. НАМ в алфавите $A = \{a, b\}$, задается схемой $S: \begin{cases} ab \rightarrow a \\ b \rightarrow \lambda \\ a \rightarrow b \end{cases}$. Примените его к слову bbaab.

18. НАМ в алфавите $A = \{a, b\}$, задается схемой $S: \begin{cases} ab \rightarrow a \\ b \rightarrow \lambda \\ a \rightarrow bb \end{cases}$. Примените его к слову baab.

19. Построить НАМ, подсчитывающий количество букв «b» в слове, записанном в алфавите $A = \{a, b\}$ и содержащем более одной буквы «b», иначе заменить исходное слово на «bbb».

20. Построить НАМ: перенести первый символ непустого слова R в конец слова в алфавите $A = \{a, b\}$.

21. Построить НАМ: перенести последний символ непустого слова R в начало слова в алфавите $A = \{a, b\}$.

22. Написать нормальную схему алгоритма для функций:

a. $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ делится на } 2 \\ 0, & \text{если } x \text{ не делится на } 2 \end{cases}$

b. $f(x) = \frac{x}{2} + y$

c. $f(x, y, z) = z$

d. $f(x) = 2^{1-x}$

23. Доказать, что следующая функция примитивно рекурсивна:

a. $f(x) = x^2 + 3$

b. $f(x) = x^2 + 2y^2$

c. $f(x) = (x + 2)^2$

24. Применяя операцию примитивной рекурсии к функциям $g(x)$ и $h(x, y, z)$ по переменной y , построить функцию $f(x, y) = R(g, h)$ записав её в «аналитической» форме:

d. $g(x) = x^2, h(x, y, z) = xz$

e. $g(x) = x, h(x, y, z) = x + y - z$

f. $g(x) = x, h(x, y, z) = x + z.$

25. Применить операцию минимизации к функции:

g. $f(x) = 3$

h. $f(x) = x + 3$

i. $f(x) = x - 3$

Примерные варианты ДЗ (ОПК-3)

Домашнее задание № 1

1. Записать все функции алгебры логики одной и двух переменных (составить их таблицы истинности и записать аналитические выражения этих функций).

2. Выразить все основные операции:

1) через операции дизъюнкции, конъюнкции и отрицание;

2) через конъюнкции и отрицание;

3) через импликацию и отрицание.

Домашнее задание №2

1. Или Петр и Иван братья, или они однокурсники. Если Петр и Иван братья, то Сергей и Иван не братья. Если Петр и Иван однокурсники, то Иван и Михаил также однокурсники. Следовательно, или Сергей и Иван не братья, или Иван и Михаил однокурсники.

Домашнее задание №3

1. Для полярной экспедиции из восьми претендентов А, В, С, Д, Е, Ф, К и М надо отобрать шесть специалистов: биолога, гидролога, синоптика, радиста, механика и врач. Обязанности биолога могут выполнять Е и К, гидролога – В и Ф, синоптика – Ф и К, радиста – С и Д, механика – С и М, врача – А и Д. Хотя некоторые претенденты владеют двумя специальностями, в экспедиции каждый сможет выполнять только одну обязанность. Кого и кем следует взять в экспедицию, если Ф не может ехать без В, Д – без М и без С, С не может ехать одновременно с К, А не может ехать вместе с В ?

2. Турист шел к озеру. Он пришел к развилке дорог, одна из которых вела к озеру, другая нет. Турист не знал, какая из них ведет к озеру. Не было никаких знаков, указывающих

путь к озеру. Но у развилки оказался местный житель. Турист знал, что каждый из местных жителей либо всегда говорит правду, либо всегда лжет и отвечает на вопрос только «да» или «нет». Какой вопрос должен задать ему турист, чтобы по его ответу безошибочно решить, какая из дорог ведет к озеру?

Домашнее задание №4

1. Выводом из какого множества гипотез H являются следующие последовательности
 $A \rightarrow (B \rightarrow C), A, B \rightarrow C, B, C$
 $B \rightarrow (A \rightarrow B), B, A \rightarrow B.$
2. Доказать, что из совокупности $H = \{A, B\}$ можно вывести $A \wedge B$. Записать полученный

Домашнее задание № 5

Запишите на языке логики предикатов определения: линейно упорядоченного множества; ограниченной функции; четной функции; периодической функции; возрастающей функции на множестве.

Примерные варианты ИДЗ (ОПК-3)

ИДЗ № 1

1. Составьте словесное предписание, задающее алгоритм вычисления абсолютной величины числа. Начертить блок-схему.
2. Составьте словесное предписание, задающее алгоритм решения неравенства $ax < b$.
3. Составьте словесное предписание, задающее алгоритм вычисления значения функции:

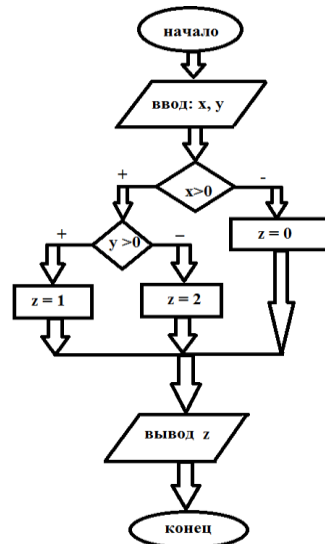
$$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 1 \\ x + 1, & \text{если } 1 \leq x < 5. \\ x^2 - 5, & \text{если } x \geq 5 \end{cases}$$

Постройте график этой функции.

4. Составьте словесные предписания, задающие алгоритмы решения с помощью циркуля и линейки, следующих задач:
 - a. разделить данный отрезок пополам;
 - b. построить биссектрису данного угла;
 - c. описать окружность около данного треугольника;
 - d. вписать окружность в данный треугольник;
 - e. построить прямую, перпендикулярную к данной;
 - f. построить угол, равный данному;
 - g. построить треугольник с данными сторонами.
5. Записать словесный алгоритм и начертить блок-схему проверки существования треугольника с заданными сторонами.

6. Какое значение будет иметь переменная z после выполнения данного алгоритма, изображенного блок-схемой.

x	1	1	-1
y	1	-1	1
z	?	?	?



ИДЗ № 2

1. По заданной машине Тьюринга T и начальной конфигурации K_1 найти заключительную конфигурацию (q_0 — заключительное состояние).

- a. $T: \begin{matrix} q_1 0 q_2 0 L \\ q_1 1 q_1 0 R \\ q_2 0 q_2 1 L \\ q_2 1 q_0 0 R \end{matrix}$, 1) $K_1 = 10^3 q_1 01$, 2) $K_1 = 1^2 q_1 1^3 01$.
- b. $T: \begin{matrix} q_1 0 q_0 1 E \\ q_1 1 q_2 0 R \\ q_2 0 q_1 0 R \\ q_2 1 q_2 1 L \end{matrix}$, 1) $K_1 = 1^2 q_1 1^3 01$, 2) $K_1 = 1 q_1 1^4$.

2. Вычислить, применима ли машина Тьюринга T , задаваемая программой P , к слову α . Предполагается, что q_1 — начальное состояние, q_0 — заключительное состояние, и в начальный момент машина обозревает самую левую единицу на ленте.

- a. $P: \begin{matrix} q_1 0 q_1 0 R \\ q_1 1 q_2 0 R \\ q_2 1 q_1 0 R \\ q_2 0 q_0 1 E \end{matrix}$, 1) $\alpha_1 = 1^3 01$, 2) $\alpha_2 = 1^2 0^2 1$.
- b. $P: \begin{matrix} q_1 0 q_2 1 L \\ q_1 1 q_2 1 R \\ q_2 1 q_1 1 R \end{matrix}$, 1) $\alpha_1 = 1^2 0^2 1$, 2) $\alpha_2 = 1^6$, 3) $\alpha_3 = 1^2 01^3$.

- c. $P: \begin{matrix} q_1 0 q_2 1 R \\ q_1 1 q_2 1 R \\ q_2 0 q_3 0 R \\ q_2 1 q_1 0 L \\ q_3 0 q_2 1 E \\ q_3 1 q_0 0 L \end{matrix}$, 1) $\alpha_1 = 1^2$, 2) $\alpha_2 = 1^2 0^2 1$, 3) $\alpha_3 = 10^4 1$.

ИДЗ № 3

1. Построить композицию $T_1 \cdot T_2$ машин Тьюринга T_1 и T_2 по паре состояний (g_{10}, g_{21}) и найти результат применения композиции $T_1 \cdot T_2$ ($T_2 \cdot T_1$) к слову R (g_{20} – заключительное состояние T_2):

1.1.	T_1 :			T_2 :		
	0	1			0	1
g_{11}	$g_{12}0R$	$g_{12}1R$		g_{21}	$g_{22}1R$	$g_{21}0L$
g_{12}	$g_{10}1L$	$g_{11}0R$		g_{22}	$g_{21}1R$	$g_{20}1E$

- a. $R = 1^3 0^2 1^2$
b. $R = 1^4 01(110)^3$
c. $R = 1^4 0^2 1^3 01^2$
d. $R = 1^2(01)^2 1^2$

1.2.	T_1 :			T_2 :		
	0	1			0	1
g_{11}	$g_{10}0L$	$g_{12}1R$		g_{21}	$g_{22}0L$	$g_{21}1L$
g_{12}	$g_{13}0R$	$g_{13}1R$		g_{22}	$g_{23}0L$	$g_{22}1L$
g_{13}	$g_{11}0R$	$g_{11}0R$		g_{23}	$g_{20}0R$	$g_{23}1L$

- a) $R = 1^3 0^2 1^2$
b) $R = 1^4 01(110)^3$
c) $R = 1^4 0^2 1^3 01^2$
d) $R = 1^2(01)^2 1^2$
e) $R = (01)^3(01)^2 1^2$

1.3.	T_1 :			T_2 :		
	0	1			0	1
g_{11}	$g_{12}0R$	$g_{11}1R$		g_{21}	$g_{22}0L$	$g_{21}1L$
g_{12}	$g_{13}0R$	$g_{11}1R$		g_{22}	$g_{23}0L$	$g_{22}1L$
g_{13}	$g_{10}1L$			g_{23}	$g_{20}0R$	$g_{23}1L$

- a) $R = 1^3 0^2 1^2$
a) $R = 1^4 01(110)^3$
b) $R = 1^4 0^2 1^3 01^2$
c) $R = 1^2(01)^2 1^2$
d) $R = (01)^3(01)^2 1^2$

2. Найти результат применения итерации машины Тьюринга T по паре состояний (g_0, g_i) к слову R (заключительными состояниями являются g_0 и g_0').

2.1. $i = 1, T$:

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
0	$g_0'0E$	$g_4'0E$	$g_5'0E$	$g_4'1R$	$g_0'1L$
1	$g_2'0R$	$g_3'0R$	$g_1'0R$		

- a) $R = 1^4 01$
b) $R = 1^3 01^3$

2.2. $i = 1, T$:

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6
0	$g_0'0R$	$g_0'0R$	$g_4'0R$	$g_5'1L$	$g_6'0L$	$g_0'0R$
1	$g_2'0R$	$g_3'0L$	$g_3'1R$	$g_4'1R$	$g_5'1L$	$g_6'1L$

- a) $R = 1^4 01$
b) $R = 1^3 01^3$

3. Найти результат применения машины $T = T(T_1, (g_{10}', g_{21}), T_2, (g_{10}'', g_{31}), T_3)$ к слову R (g_{20} – заключительное состояние T_2 , g_{30} – заключительное состояние T_3).

$T_1 T_2 T_3$

	g_{11}	g_{12}			g_{21}			g_{31}	g_{32}
0	$g_{12}0R$	$g_{10}'0R$		0	$g_{20}1E$		0	$g_{32}1L$	$g_{30}1E$
1	$g_{11}1R$	$g_{10}''1L$		1	$g_{21}0R$		1	$g_{31}1R$	$g_{32}0L$

a) $R = 101^3$

b) $R = 1^3 01$

ИДЗ № 4

1. Построить машину Тьюринга, которая подсчитывает количество букв "a" в любом слове, записанном в алфавите $\{\lambda, a, b\}$.

2. Построить машину Тьюринга, которая подсчитывает количество букв "b" в любом слове, записанном в алфавите $\{\lambda, a, b\}$ и содержащем более одной буквы "b", иначе машина должна заменить исходное слово на "bbb".

3. Построить машину Тьюринга, преобразующую любое слово в алфавите $\{\lambda, a, b\}$, содержащее хотя бы две буквы "a" в слово "baabab", иначе слово стереть.

4. Построить машину Тьюринга, преобразующую любое слово в алфавите $\{\lambda, a, b\}$, содержащее хотя бы две буквы "a" в слово "baabab", иначе должна оставить слово без изменения.

5. Построить машину Тьюринга, преобразующую любое слово в алфавите $\{\lambda, a, b\}$, содержащее хотя бы две буквы "b" в слово "abb", иначе в слово, полученное из исходного заменой "a" на "b" и наоборот.

6. Построить машину Тьюринга, которая любое слово в алфавите $\{\lambda, a, b\}$ удваивает.

7. Построить машину Тьюринга, которая каждое слово $x_1 x_2 \dots x_n$ в алфавите $\{\lambda, a, b\}$ преобразует в слово $x_n x_{n-1} \dots x_2 x_1$.

8. По программе машины Тьюринга написать аналитическое выражение для функций $f(x)$ и $f(x, y)$, вычисляемых машиной:

a.

	g_1	g_2
0	$g_2 1L$	$g_0 0R$
1	$g_1 1R$	$g_2 1L$

b.

	g_1	g_2
0	$g_2 0R$	$g_1 0L$
1	$g_1 1R$	$g_0 0R$

ИДЗ № 5,6

Построить машину Тьюринга, правильно вычисляющую функцию f :

a. $f(x) = 2$

b. $f(x) = \frac{x}{3}$

c. $f(x) = \left\lceil \frac{x}{3} \right\rceil$

d. $f(x) = \left\lceil \frac{1}{x-3} \right\rceil$

e. $f(x) = 2x + 1$

f. $f(x) = x^2$

g. $f(x) = x \div 3$

h. $f(x) = x - 3$

i. $f(x) = \overline{sg}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 0 \\ 0, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$

j. $f(x) = sg(x \div 3)$

k. $f(x, y) = x - y$

l. $f(x, y) = x \cdot y$

m. $f(x, y) = \max(x, y)$

ИДЗ № 7

Написать нормальную схему алгоритма для функций:

- a. $f(x) = x - 1$
- b. $f(x) = x - 5$
- c. $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ делится на } 2 \\ 0, & \text{если } x \text{ не делится на } 2 \end{cases}$
- d. $f(x) = \frac{x}{2} + y$
- e. $f(x) = 2^{1-x} = \begin{cases} 2, & x = 0 \\ 1, & x = 1 \\ \text{неопр.}, & x > 1 \end{cases}$
- f. $f(x) = \frac{2}{4-x} = \begin{cases} 1, & x = 2 \\ 2, & x = 3 \\ \text{неопр. во всех остальных случаях} \end{cases}$
- g. $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right] = \begin{cases} 1, & x = 1 \\ 0, & x \geq 2 \\ \text{неопр.}, & x = 0 \end{cases}$
- h. $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ делится на } 3 \\ 0, & \text{если } x \text{ не делится на } 3 \end{cases}$

ИДЗ № 8

1. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
 - a. $f(x) = (x + 2)^2$
 - b. $f(x, y, z) = 3x + 4y + 5z$
 - c. $f(x) = 3^{x+2}$
 - d. $f(x) = sg(2^x)$
 - e. $f(x, y) = 2^x \div y$
 - f. $f(x) = x^4 + 5$
 - g. $f(x) = (x + 2)!$
 - h. $f(x, y) = x \div y$
 - i. $f(x, y) = x^2 + 3^y$
 - j. $f(x, y) = sg(x \div 3) + y!$
 - k. $f(x, y) = x + (2 \div y)$
2. Применяя операцию примитивной рекурсии к функциям $g(x)$ и $h(x, y, z)$ по переменной y , построить функцию $f(x, y) = R(g, h)$ записав её в «аналитической» форме:
 - a. $g(x) = x^2, h(x, y, z) = x^2 + 2y$
 - b. $g(x) = x^2, h(x, y, z) = (x+2)xz$
 - c. $g(x) = 2^x, h(x, y, z) = 2^x y$
 - d. $g(x) = 3^x, h(x, y, z) = 3^x z$
 - e. $g(x) = 3^x, h(x, y, z) = 3^y z$
3. Применить операцию минимизации к следующим функциям:
 - j. $f(x) = \left[\frac{x}{2} \right] - \left[\frac{x}{3} \right]$
 - k. $f(x) = sg(x + 3)$
 - l. $f(x) = sg(x - 3)$
 - m. $f(x) = sg(x \div 3)$
 - n. $f(x) = \frac{x}{5}$
 - o. $f(x) = \left[\frac{x}{5} \right]$
 - p. $f(x) = 5x \div 2$
 - q. $f(x) = 5x + 2$

$$г. \quad f(x) = 5x - 2$$

Примерные вопросы к экзамену (ОПК-3)

1. Алгебра логики. Алгебра высказываний
2. Логические операции над высказываниями Таблица истинности
3. Тавтология. Противоречие Формулы алгебры логики
4. Равносильные формулы алгебры логики (основные равносильности)
5. Равносильные формулы алгебры логики (равносильности, выражающие одни логические операции через другие)
6. Равносильные формулы алгебры логики (равносильности, выражающие основные законы алгебры логики)
7. Алгебра Буля
8. Алгебра множеств (операции над множествами)
9. Функции алгебры логики Закон двойственности
10. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы Совершенные конъюнктивные нормальные формы
11. Релейно-контактные схемы Основные задачи РКС
12. Приложения алгебры логики (прямая и обратная теорема)
13. Приложения алгебры логики (необходимые и достаточные условия)
14. Приложения алгебры логики (модификация структуры математической теоремы)
15. Приложения алгебры логики (методы доказательства математических теорем)
16. Приложения алгебры логики (дедуктивные и индуктивные умозаключения)
17. Приложения алгебры логики (правильные и неправильные умозаключения)
18. Карты Карно
19. Проблема разрешимости
20. Логическое следствие. Нахождение следствий из посылок. Нахождение посылок для данного следствия
21. Исчисление высказываний (алфавит, формула, подформула). Список аксиом исчисления высказываний
22. Основные правила вывода. Правило подстановки. Правило простого заключения
23. Теорема дедукции. Обобщенная теорема дедукции.
24. Определение предикатов. Логические операции над предикатами
25. Кванторные операции
26. Формулы логики предикатов. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений
27. Интуитивное понятие алгоритма. Характерные черты алгоритма. Конструктивный объект
28. Виды алгоритмов. Формы записи алгоритма. Типы частных алгоритмов
29. Формализация понятия алгоритм. Современное состояние теории алгоритмов. Понятие вычислимой функции
30. Разрешимые множества. Перечислимые множества
31. Алгоритм Крускала
32. Алгоритм Прима
33. Алгоритмы сортировки
34. Алгоритмы слияния
35. Описание Машины Тьюринга. Принцип работы Машины Тьюринг. Конструирование Машины Тьюринга
36. Вычислимые по Тьюрингу функции. Операции над Машинами Тьюринга. Тезис Тьюринга
37. Конечные автоматы. Машина с неограниченными регистрами. Машина Поста
38. Происхождение рекурсивных функций. Операция суперпозиции

39. Операция примитивной рекурсии. Операция минимизации. Виды рекурсивных функций
40. Тезис Чёрча. Универсальная функция
41. Марковские подстановки
42. Нормальные алгорифмы и их применение к словам
43. Нормально вычислимые функции
44. Принцип нормализации Маркова
45. Основные способы композиции нормальных алгоритмов
46. Эквивалентность различных теорий алгоритмов
47. Алгоритмически неразрешимые проблемы
48. Нумерация алгоритмов
49. Элементы теории сложности вычислений

Форма контроля	За одну работу		Всего	
	Мин. баллов	Макс. баллов	Мин. баллов	Макс. баллов
Текущий контроль:				
Активная работа на занятии	0,5	1	8	16
Подготовка к занятию, выполнение домашнего задания	0,5	1	8	16
выполнение практических заданий по темам	3	5	27	45
Промежуточная аттестация (зачет)	10	23	10	23
Итого за семестр			53	100

Система оценивания планируемых результатов обучения

Оценка «отлично» выставляется студенту, набравшему за семестр не менее 85 баллов, который глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, правильно обосновывает и использует рациональные способы решения задачи.

• **Оценка «хорошо»** выставляется студенту, набравшему за семестр не менее 70 баллов, твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач.

• **Оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, набравшему за семестр не менее 52 баллов, который знает только основной программный материал, но не усвоил его деталей, допускает в ответе неточности, затрудняется в выполнении практических задач.

• **Оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, набравшему за семестр менее 52 баллов, который не знает значительной части программного материала, допускает в ответе существенные ошибки, с затруднениями выполняет практические работы.

Составитель


(подпись)

Меркулова О.О., старший
преподаватель кафедры
математики

«18» февраля 2024 г.