


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сахалинский государственный университет»

Кафедра математики

УТВЕРЖДЕН  
на заседании кафедры  
«19» февраля 2024 г., протокол №6  
Заведующий кафедрой  
  
Самсикова Н. А.

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.О.09 Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

Уровень высшего образования  
**БАКАЛАВРИАТ**

Направления подготовки  
*10.03.01 Информационная безопасность*

Профиль подготовки  
Безопасность автоматизированных систем  
(по отрасли или в сфере профессиональной деятельности)

Квалификация выпускника  
Бакалавр

Форма обучения: очная

г. Южно-Сахалинск  
2024 г.

## 1. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-3	Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1 - Знает основные понятия математического анализа и алгебры, необходимые для решения задач профессиональной деятельности; ОПК-3.2 - Умеет применять основные математические методы, а также методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности; ОПК-3.3 - Владеет практическими навыками решения математических задач и построения статистических моделей экспериментов при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности.

## 2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Комплексные числа и действия над ними	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
2.	Матрицы	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
3.	Определители	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
4.	Системы линейных уравнений	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
5.	Векторная алгебра	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
6.	Прямая и плоскость	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму

			коллоквиуму
7.	Линейные пространства	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
8.	Многочлены	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
9.	Линейные операторы	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму
10.	Операторы в евклидовом пространстве	ОПК-3	Задания к практическим работам, контрольные вопросы; вопросы к коллоквиуму

### 3. Оценочные средства

#### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. НАХОЖДЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ

Найти обратную матрицу для следующих матриц:

$$\begin{aligned}
 1) A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}; \quad 3) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad 4) A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}; \quad 5) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 6) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \\
 7) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad 8) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 9) A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & -3 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 10) A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

#### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

1. Выяснить, какие из точек  $A(4, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 1)$ ,  $C(1, 2, 3)$ ,  $D(6, 1, 0)$  принадлежат плоскости  $x - 2y + 3z - 4 = 0$ .

2. В плоскости  $3x - 2y + 4z - 3 = 0$  найти три различные точки.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, -2, 3)$  и  $B(4, 5, -6)$  параллельно оси  $OX$ .

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $OZ$  и точку  $C(1, -1, 2)$ .

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $B$  перпендикулярно прямой  $AB$ , если  $A(1, 3, -2)$ ,  $B(7, 4, -4)$ .

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3, -5, 1)$  и параллельной плоскости, определяемой уравнением  $x - 2y + 4z = 0$ .

7. Выяснить взаимное расположение пар плоскостей:

1)  $3x - 2y + 7z = 0$  и  $-6x + 4y - 14z - 3 = 0$ ; 2)  $-x + 10y - 2z + 6 = 0$  и  $3x - 30y + 6z - 18 = 0$ ; 3)  $4x + 2y + 4z - 3 = 0$  и  $2x + 4y - 4z + 3 = 0$ ; 4)  $3x + 5y + z - 5 = 0$  и  $8x + 7y + 4z - 1 = 0$ ; 5)  $2x + y + 2z + 4 = 0$  и  $4x + 2y + 4z + 8 = 0$ ; 6)  $3x + 2y - z + 2 = 0$  и  $6x + 4y - 2z + 1 = 0$ .

Для каждой пары параллельных плоскостей найти расстояние между ними.

8. Записать параметрические и канонические уравнения прямой, проходящей через точки  $A(1, 3, -2)$  и  $B(7, 4, -4)$ .

9. Даны вершины треугольника  $A(1, -2, -7)$ ,  $B(4, -1, -8)$ ,  $C(3, 4, -5)$ . Составить канонические и параметрические уравнения его сторон и медиан.

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1) Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 : z_2$ , если

а)  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 3 - 2i$ ; б)  $z_1 = 3 - 4i$ ,  $z_2 = 2 - i$ ; в)  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 1 - 2i$ ; г)  $z_1 = 3 + i$ ,  $z_2 = 4 + 2i$ .

Построить изображение чисел  $z_1$ ,  $z_2$ , определить их модули и аргументы.

2) Вычислить:

а)  $\frac{3-i}{2+i} + \frac{4+i}{1-2i}$ ; б)  $\frac{-1+7i}{1+2i} - \frac{3-2i}{3+i}$ ; в)  $(1+2i)^2$ ; г)  $(1-i)^3$ ;

д)  $i^n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ , сделать вывод; е)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20}$ ; ж)  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{35}$ ; з)  $\frac{(1-i)^9}{(1+i)^{10}}$ .

#### Темы дисциплины для самостоятельного изучения

1. Первообразный корень  $n$ -ой степени из 1.
2. Алгебра матриц. Обратимые матрицы. Нахождение матрицы, обратной матрицы.
3. Правило Крамера (вывод формул).
4. Базисы векторного пространства. Связь координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
5. Скалярное произведение векторов. Неравенство Коши-Буняковского.
6. Разложение многочлена по степеням  $x - a$ . Формулы Маклорена и Тейлора.
7. Решений уравнений 3-ей степени по формулам Кардано. Метод Феррари.
8. Алгебраические и трансцендентные числа. Простые алгебраические расширения. Строение простого алгебраического расширения.
9. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
10. Решение систем с помощью результата.
11. Способы приведения квадратичной формы к каноническому виду.
12. Рефераты по теме «Поверхности».

#### Вопросы для самоконтроля:

1. Поле комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
2. Вычисление определителей любого порядка.
3. Алгебра матриц. Действия над матрицами.
4. Методы решения систем линейных уравнений.
5. Нахождение собственных векторов линейного оператора. Собственные значения.
6. Схема Горнера. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
7. Способы задания прямой на плоскости, в пространстве.
8. Способы задания плоскости.
9. Взаимное расположение прямых на плоскости, в пространстве.
10. Взаимное расположение плоскостей.
11. Взаимное расположение прямых и плоскости.
12. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).
13. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.
14. Векторное, смешанное произведения векторов. Практическое применение.

## Индивидуальное задание по алгебре и аналитической геометрии

I. Выполнить действия над комплексными числами, записанными в алгебраической

форме:

- |  |   |
|--|---|
| <p>1. <math>\frac{(3+2i) \cdot i^{126} - (1-3i) \cdot (2+3i)}{-4+2i}</math></p> <p>2. <math>\frac{(7+2i) \cdot i^{123} + (4+i) \cdot (5-i)}{3+2i}</math></p> <p>4. <math>\frac{(4-3i)^2 - (3-i) \cdot (2+5i)}{(-3+i) \cdot (-i)^{20}}</math></p> <p>6. <math>\frac{(8+4i) \cdot 2i - 4 \cdot (3+i) \cdot i^{162}}{3-i}</math></p> <p>8. <math>\frac{(3+4i) \cdot (-i)^{125} + (2-i)^2}{1+3i}</math></p> <p>10. <math>\frac{(2+i)^3 + (4+i) \cdot (3+2i)}{(-3+i) \cdot i^{124}}</math></p> <p>12. <math>\frac{(13-i) \cdot i^{166} + (1-i) \cdot (1+i)}{-1+3i}</math></p> <p>14. <math>\frac{(4+5i) \cdot (-3+i) - i^{128} \cdot (2+7i)}{-1+2i}</math></p> <p>16. <math>\frac{(6+3i) \cdot i^{165} + (1-i) \cdot (1+i)}{4+3i}</math></p> <p>18. <math>\frac{(5-3i) \cdot (2+3i) - i^{169} \cdot (7-11i)}{-1-2i}</math></p> <p>20. <math>\frac{(11-i) \cdot (2-3i) + i^{203} \cdot (4-i)}{-3+i}</math></p> <p>22. <math>\frac{(14+7i) \cdot (3-i) + i^{145} \cdot (2+3i)}{-7+7i}</math></p> <p>24. <math>\frac{(-7+8i) \cdot i^{209} - (1+i) \cdot (-3+3i)}{-2i}</math></p> <p>26. <math>\frac{(3+5i) \cdot (-2+i) - i^{119} \cdot (6-i)}{1+5i}</math></p> <p>28. <math>\frac{(8-i) \cdot (3+5i) + i^{93} \cdot (-2-3i)}{2-i}</math></p> | <p>1. <math>\frac{(-3+2i) \cdot (1-i) + i^{205} \cdot (4+5i)}{3+2i}</math></p> <p>3. <math>\frac{(1-i) \cdot (3+5i) + i^{167} \cdot (3+i)}{7-3i}</math></p> <p>5. <math>\frac{(2+7i) \cdot (-1+i) + i^{208} \cdot (-5+2i)}{i \cdot (1+i)}</math></p> <p>7. <math>\frac{(11+3i) \cdot i^{207} - (2+3i)}{-1-i}</math></p> <p>9. <math>\frac{(1+2i)^3 + (4-i) \cdot (1+i)}{(-1+3i) \cdot i^{62}}</math></p> <p>11. <math>\frac{(3-i)^3 - (1+i) \cdot (2-i)}{(1+3i) \cdot i^{54}}</math></p> <p>13. <math>\frac{(2+i) \cdot i^{185} + (4+2i)^3}{5-i}</math></p> <p>15. <math>\frac{(1+2i) \cdot i^{156} + (3+2i)^3}{2+i}</math></p> <p>17. <math>\frac{(10+i) \cdot i^{148} + (9+i) \cdot (1+3i)}{3-4i}</math></p> <p>19. <math>\frac{(3-4i) \cdot (4+3i) - i^{170} \cdot (4+4i)}{3-i}</math></p> <p>21. <math>\frac{(4-3i) \cdot (2+i) + i^{177} \cdot (7+5i)}{-2+2i}</math></p> <p>23. <math>\frac{(8-i) \cdot (2-3i) + i^{168} \cdot (1+4i)}{3-3i}</math></p> <p>25. <math>\frac{(6+3i) \cdot (-i)^{149} + (6+2i) \cdot (3-i)}{4-i}</math></p> <p>27. <math>\frac{(6+i) \cdot (-i)^{107} + (7+2i) \cdot (1-2i)}{3i}</math></p> <p>29. <math>\frac{(7-2i) \cdot (-i)^{144} + (-3+4i) \cdot (2-3i)}{1+3i}</math></p> |
|--|---|

II. Записать в тригонометрической форме и возвести в степень  $n$  комплексное число:

- |  |  |
|--|--|
| <p>1. <math>z = 2i \cdot (1+i\sqrt{3}), \quad n=5</math></p> <p>2. <math>z = (1+i) \cdot (\sqrt{3}-i), \quad n=7</math></p> <p>4. <math>z = i \cdot (\sqrt{2}-i\sqrt{2}), \quad n=7</math></p> <p>6. <math>z = i^3 \cdot (-\sqrt{3}-i\sqrt{3}), \quad n=5</math></p> <p>8. <math>z = -i \cdot (7-7i), \quad n=4</math></p> | <p>1. <math>z = i \cdot \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right), \quad n=6</math></p> <p>3. <math>z = \frac{-9-i3\sqrt{3}}{i^9}, \quad n=6</math></p> <p>5. <math>z = \frac{-1+i}{i^5}, \quad n=8</math></p> <p>7. <math>z = (-i) \cdot (1-i\sqrt{3}), \quad n=8</math></p> <p>9. <math>z = \frac{1}{i} - i\sqrt{3}, \quad n=6</math></p> |
|--|--|

$$10. z = 3i \cdot (-\sqrt{3} + i), \quad n = 4$$

$$12. z = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}{i}, \quad n = 5$$

$$14. z = 4i \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right), \quad n = 4$$

$$16. z = i^3 \cdot (-\sqrt{3} - i\sqrt{3}), \quad n = 4$$

$$18. z = 5i \cdot \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad n = 5$$

$$20. z = i^{10} \cdot \left(-\frac{1}{3} + i\frac{1}{3}\right), \quad n = 6$$

$$22. z = i\sqrt{3} - \frac{1}{i}, \quad n = 5$$

$$24. z = 6i^3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + i\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \quad n = 4$$

$$26. z = (-5 + i5\sqrt{3}), \quad n = 4$$

$$28. z = (-1 - i) \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{2}{5}i\right), \quad n = 4$$

$$11. z = 8i \cdot (1 + i\sqrt{3}), \quad n = 3$$

$$13. z = \frac{\sqrt{3} - i}{2i}, \quad n = 6$$

$$15. z = -4i \cdot (-\sqrt{3} - i), \quad n = 3$$

$$17. z = i^3 \cdot \left(-\frac{4}{i} - 4\right), \quad n = 5$$

$$19. z = i^7 \cdot \left(\frac{2}{3} + i\frac{2}{\sqrt{3}}\right), \quad n = 7$$

$$21. z = 2\sqrt{3} - 2i, \quad n = 4$$

$$23. z = \frac{1}{2i} - i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad n = 6$$

$$25. z = \frac{2}{3}i^5 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3}i\right), \quad n = 7$$

$$27. z = i \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - i\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \quad n = 6$$

$$29. z = -\frac{2}{3i} - i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad n = 5$$

**III.** Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию:

$$1. |z + 1| \leq 1$$

$$3. \operatorname{Re}(z + 5i) \geq 2$$

$$5. -1 \leq \operatorname{Im}(zi) \leq 1$$

$$7. |z + 2i| \geq 4$$

$$9. 0 < \operatorname{Im}(zi) < 5$$

$$11. |z| > |8 - 6i|$$

$$13. 0 < \operatorname{Im}(zi) \leq 1$$

$$15. \operatorname{Im}(z \cdot (2 - i)) = 2$$

$$17. |z| > |2 - 2i|$$

$$19. \operatorname{Re}(z \cdot (1 + i)) = 5$$

$$21. \arg(2z) = \frac{\pi}{3}$$

$$23. |z + (2 - i)| > 3$$

$$25. -2 \leq \operatorname{Im}(z + 2) \leq 2$$

$$27. \operatorname{Im}(z \cdot (2 + i)) \geq 6$$

$$2. \arg(-z) = \frac{2\pi}{3}$$

$$4. |z| > |3 - 4i|$$

$$6. \frac{\pi}{6} < \arg(5z) < \pi$$

$$8. \arg(zi) = \frac{\pi}{2}$$

$$10. \frac{\pi}{8} < \arg z \leq \frac{4\pi}{3}$$

$$12. |z - 3i| \leq 2$$

$$14. \operatorname{Re}(z + 2 - 5i) = 5$$

$$16. \arg(-z) = \frac{4\pi}{3}$$

$$18. |z - (2 + 3i)| < 1$$

$$20. |z - 2i| = |4 - 2i|$$

$$22. \operatorname{Im}(z \cdot (1 + i)) < 2$$

$$24. |z - (3 + 4i)| = |-8 + 6i|$$

$$26. |\bar{z} + 4i| > 5$$

$$28. |z - 3i| > |z - i|$$

$$29. \operatorname{Re}(2z \cdot i) \geq 4$$

$$30. 0 \leq \arg(z \cdot (1+i)) \leq \pi$$

IV. Даны две матрицы  $A$  и  $B$ . Найти а)  $A+B$ ; б)  $A-3B$ ; в)  $A \cdot B$ :

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -10 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 8 & -7 & -6 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$14. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$20. A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$22. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$23. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$24. A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$27. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$29. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$26. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$30. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

V. Решить систему линейных уравнений

1) Методом Крамера;

2) Методом Гаусса;

3) Матричным методом.

$$1. \begin{cases} x + y - z = 9 \\ -x + y + 3z = 17 \\ 2x - 3y + 3z = 32 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x - 5y + 3z = 46 \\ x + 2y + z = 8 \\ x - 7y - 2z = 5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ -4x + 3y + 6z = 14 \\ -5x + 8y + z = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -3 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x - y + 3z = 9 \\ 3x - 5y + z = -3 \\ 4x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - y + 2z = -7 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -x + 2y + z = -4 \\ 4x - 2y + 2z = 4 \\ -3x - 2y - 6z = -4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -x + 3y + 2z = 3 \\ 2x - 5y + 4z = 3 \\ 3x - 10y + 14z = -18 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x - y - z = 5 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ x - 4y + 6z = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 10 \\ -3x_1 + 8x_2 - 10x_3 = -25 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 4x + y + 4z = -2 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 5z = -9 \\ 4x - 3y + z = -7 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$



$$17. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x - y - 2z = -3 \\ 2x - y - z = 1 \\ -x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 3x + y + z = -2 \\ x + y + z = 0 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x - 5y + 3z = -7 \\ x - y + 2z = 2 \\ -x + 2y + z = 7 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ x - y = 5 \\ -x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x + 4y + 5z = 2 \\ x + y + z = 4 \\ 3x - y + z = -1 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 6x + 3y - 4z = 14 \\ x + 8y - 5z = -2 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 3x - y + z = 9 \\ x - 5y + 3z = -3 \\ 2x - 2y + 4z = -6 \end{cases}$$

VI. Для определителя  $\Delta$

1) найти миноры и алгебраические дополнения элементов  $a_{i3}$ ,  $a_{2k}$ ;

2) вычислить определитель  $\Delta$ : а) разложив его по элементам  $i$ -ой строки;

б) разложив его по элементам  $k$ -го столбца;

с) получив предварительно нули в  $i$ -ой строке.

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$5. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$6. \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$7. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$9. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$11. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -3 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$13. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & -3 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$15. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$17. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$19. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$21. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$23. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$25. \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 4 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$8. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$10. \Delta = \begin{vmatrix} -8 & 3 & 2 & -1 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ 4 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=1 \end{matrix}$$

$$12. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$14. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$16. \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$18. \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$20. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 8 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$22. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$24. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$26. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$27. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=3 \end{matrix}$$

$$29. \Delta = \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=3 \\ k=4 \end{matrix}$$

$$28. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=4 \\ k=2 \end{matrix}$$

$$30. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} i=2 \\ k=2 \end{matrix}$$

### Контрольная работа № 1 по «Векторно-координатному методу»

1. Доказать, что векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\vec{d}$  в этом базисе.

- 1.1.  $\vec{a}(5, 4, 1)$ ,  $\vec{b}(-3, 5, 2)$ ,  $\vec{c}(2, -1, 3)$ ,  $\vec{d}(7, 23, 4)$ .
- 1.2.  $\vec{a}(2, -1, 4)$ ,  $\vec{b}(-3, 0, -2)$ ,  $\vec{c}(4, 5, -3)$ ,  $\vec{d}(0, 11, -14)$ .
- 1.3.  $\vec{a}(-1, 1, 2)$ ,  $\vec{b}(2, -3, -5)$ ,  $\vec{c}(-6, 3, -1)$ ,  $\vec{d}(28, -19, -7)$ .
- 1.4.  $\vec{a}(1, 3, 4)$ ,  $\vec{b}(-2, 5, 0)$ ,  $\vec{c}(3, -2, -4)$ ,  $\vec{d}(13, -5, -4)$ .
- 1.5.  $\vec{a}(1, -1, 1)$ ,  $\vec{b}(-5, -3, 1)$ ,  $\vec{c}(2, -1, 0)$ ,  $\vec{d}(-15, -10, 5)$ .
- 1.6.  $\vec{a}(3, 1, 2)$ ,  $\vec{b}(-7, -2, -4)$ ,  $\vec{c}(-4, 0, 3)$ ,  $\vec{d}(16, 6, 15)$ .
- 1.7.  $\vec{a}(-3, 0, 1)$ ,  $\vec{b}(2, 7, -3)$ ,  $\vec{c}(-4, 3, 5)$ ,  $\vec{d}(-16, 33, 13)$ .
- 1.8.  $\vec{a}(5, 1, 2)$ ,  $\vec{b}(-2, 1, -3)$ ,  $\vec{c}(4, -3, 5)$ ,  $\vec{d}(15, -15, 24)$ .
- 1.9.  $\vec{a}(0, 2, -3)$ ,  $\vec{b}(4, -3, -2)$ ,  $\vec{c}(-5, -4, 0)$ ,  $\vec{d}(-19, -5, -4)$ .
- 1.10.  $\vec{a}(3, -1, 2)$ ,  $\vec{b}(-2, 3, 1)$ ,  $\vec{c}(4, -5, -3)$ ,  $\vec{d}(-3, 2, -3)$ .
- 1.11.  $\vec{a}(5, 3, 1)$ ,  $\vec{b}(-1, 2, -3)$ ,  $\vec{c}(3, -4, 2)$ ,  $\vec{d}(-9, 34, -20)$ .
- 1.12.  $\vec{a}(3, 1, -3)$ ,  $\vec{b}(-2, 4, 1)$ ,  $\vec{c}(1, -2, 5)$ ,  $\vec{d}(1, 12, -20)$ .
- 1.13.  $\vec{a}(6, 1, -3)$ ,  $\vec{b}(-3, 2, 1)$ ,  $\vec{c}(-1, -3, 4)$ ,  $\vec{d}(15, 6, -17)$ .
- 1.14.  $\vec{a}(4, 2, 3)$ ,  $\vec{b}(-3, 1, -8)$ ,  $\vec{c}(2, -4, 5)$ ,  $\vec{d}(-12, 14, -31)$ .
- 1.15.  $\vec{a}(-2, 1, 3)$ ,  $\vec{b}(3, -6, 2)$ ,  $\vec{c}(-5, -3, -1)$ ,  $\vec{d}(31, -6, 22)$ .
- 1.16.  $\vec{a}(1, 3, 6)$ ,  $\vec{b}(-3, 4, -5)$ ,  $\vec{c}(1, -7, 2)$ ,  $\vec{d}(-2, 17, 5)$ .
- 1.17.  $\vec{a}(7, 2, 1)$ ,  $\vec{b}(5, 1, -2)$ ,  $\vec{c}(-3, 4, 5)$ ,  $\vec{d}(26, 11, 1)$ .
- 1.18.  $\vec{a}(3, 5, 4)$ ,  $\vec{b}(-2, 7, -5)$ ,  $\vec{c}(6, -2, 1)$ ,  $\vec{d}(6, -9, 22)$ .
- 1.19.  $\vec{a}(5, 3, 2)$ ,  $\vec{b}(2, -5, 1)$ ,  $\vec{c}(-7, 4, -3)$ ,  $\vec{d}(30, 1, 15)$ .
- 1.20.  $\vec{a}(11, 1, 2)$ ,  $\vec{b}(-3, 3, 4)$ ,  $\vec{c}(-4, -2, 7)$ ,  $\vec{d}(-5, 11, -15)$ .

2. Даны векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ . Найти: а) смешанное произведение векторов; б) модуль векторного произведения векторов; в) скалярное произведение векторов; г) проекцию первого вектора в направлении второго вектора; д) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; е) проверить, будут ли компланарны три вектора.

- 2.1.  $\vec{a}(2, -3, 1)$ ,  $\vec{b}(0, 1, 4)$ ,  $\vec{c}(5, 2, -3)$ ;

а)  $\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$ , б)  $\vec{a}, -\vec{c}$ , в)  $\vec{b}, -4\vec{c}$ ,

г)  $3\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{a}, \vec{c}$ , е)  $2\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$ .

- 2.2.  $\vec{a}(3, 4, 1)$ ,  $\vec{b}(1, -2, 7)$ ,  $\vec{c}(3, -6, 21)$ ;  
 а)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , б)  $2\vec{b}, \vec{c}$ , в)  $\vec{a}, \vec{c}$ ,  
 г)  $2\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $2\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.3.  $\vec{a}(1, -2, -1)$ ,  $\vec{b}(7, 3, 0)$ ,  $\vec{c}(3, 5, -7)$ ;  
 а)  $2\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , б)  $2\vec{a}, -\vec{b}$ , в)  $\vec{c}, 2\vec{a}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{a}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.4.  $\vec{a}(-3, 2, 0)$ ,  $\vec{b}(2, -6, 4)$ ,  $\vec{c}(-1, 3, -2)$ ;  
 а)  $\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$ , б)  $2\vec{b}, \vec{c}$ , в)  $\vec{a}, -3\vec{c}$ ,  
 г)  $-\vec{a}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, \vec{b}, 3\vec{c}$ .
- 2.5.  $\vec{a}(-4, 2, -1)$ ,  $\vec{b}(3, 5, -2)$ ,  $\vec{c}(0, 1, 2)$ ;  
 а)  $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$ , б)  $\vec{b}, \vec{a}$ , в)  $\vec{a}, -4\vec{c}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{a}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.6.  $\vec{a}(3, -2, 1)$ ,  $\vec{b}(0, 2, -3)$ ,  $\vec{c}(-3, 2, -1)$ ;  
 а)  $\vec{a}, -\vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{a}, 2\vec{c}$ , в)  $-\vec{a}, 4\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{a}, \vec{c}$ , е)  $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$ .
- 2.7.  $\vec{a}(4, -1, 3)$ ,  $\vec{b}(2, 3, -1)$ ,  $\vec{c}(1, 2, -1)$ ;  
 а)  $\vec{a}, -\vec{b}, -\vec{c}$ , б)  $\vec{a}, -\vec{c}$ , в)  $2\vec{b}, \vec{c}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.8.  $\vec{a}(4, 2, -1)$ ,  $\vec{b}(2, 0, 1)$ ,  $\vec{c}\left(-2, -1, \frac{1}{2}\right)$ ;  
 а)  $\vec{a}, 3\vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{a}, -\vec{b}$ , в)  $\vec{b}, -4\vec{c}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{a}$ , д)  $\vec{a}, \vec{c}$ , е)  $2\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.9.  $\vec{a}(-1, 0, 2)$ ,  $\vec{b}(-3, 1, 1)$ ,  $\vec{c}(-1, -2, 0)$ ;  
 а)  $3\vec{a}, -\vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{a}, -2\vec{c}$ , в)  $2\vec{b}, 3\vec{a}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{a}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, 2\vec{b}, -\vec{c}$ .
- 2.10.  $\vec{a}\left(1, -\frac{2}{3}, 1\right)$ ,  $\vec{b}(-3, 2, -3)$ ,  $\vec{c}(1, 0, -3)$ ;  
 а)  $3\vec{a}, \vec{b}, -2\vec{c}$ , б)  $\vec{b}, -\vec{c}$ , в)  $3\vec{a}, \vec{c}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $3\vec{a}, -\vec{b}$ , е)  $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$ .
- 2.11.  $\vec{a}(5, -3, 4)$ ,  $\vec{b}(1, -2, -1)$ ,  $\vec{c}(3, 5, 0)$ ;  
 а)  $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$ , б)  $2\vec{b}, \vec{c}$ , в)  $2\vec{a}, \vec{c}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $-\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.12.  $\vec{a}(-2, 1, -1)$ ,  $\vec{b}(4, 6, -2)$ ,  $\vec{c}(6, 9, -3)$ ;  
 а)  $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$ , б)  $\vec{b}, \vec{c}$ , в)  $3\vec{a}, -\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $2\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $-\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.13.  $\vec{a}(-1, 2, -1)$ ,  $\vec{b}(-1, 0, 1)$ ,  $\vec{c}(2, 3, -2)$ ;  
 а)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , б)  $\vec{a}, 2\vec{b}$ , в)  $\vec{a}, 2\vec{b}$ ,

- г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.14.  $\vec{a}(-4, -6, 2), \vec{b}(2, 3, -1), \vec{c}(-1, 0, -3)$ ;  
 а)  $\vec{a}, \vec{b}, 3\vec{c}$ , б)  $\vec{b}, 2\vec{c}$ , в)  $\vec{a}, \vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $2\vec{a}, \vec{b}$ , е)  $\vec{a}, 2\vec{b}, -\vec{c}$ .
- 2.15.  $\vec{a}(-2, 1, -1), \vec{b}(0, -3, 1), \vec{c}(1, 1, -2)$ ;  
 а)  $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$ , б)  $2\vec{a}, \vec{c}$ , в)  $\vec{a}, 3\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{a}, \vec{c}$ , е)  $2\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$ .
- 2.16.  $\vec{a}(-3, 1, 0), \vec{b}(2, 3, -2), \vec{c}\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$ ;  
 а)  $3\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{a}, \vec{b}$ , в)  $\vec{a}, -3\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{b}, 4\vec{c}$ , е)  $\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$ .
- 2.17.  $\vec{a}(2, -1, -1), \vec{b}(-3, 2, 0), \vec{c}(1, 2, -1)$ ;  
 а)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , б)  $\vec{a}, \vec{b}$ , в)  $\vec{a}, 2\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$ .
- 2.18.  $\vec{a}(3, -6, 3), \vec{b}(3, -1, 0), \vec{c}(-1, 2, -1)$ ;  
 а)  $\vec{a}, -\vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{b}, \vec{c}$ , в)  $\vec{b}, 2\vec{c}$ ,  
 г)  $\vec{b}$  в направлении  $\vec{c}$ , д)  $\vec{a}, 2\vec{c}$ , е)  $\vec{a}, \vec{b}, -\vec{c}$ .
- 2.19.  $\vec{a}(-2, 0, -3), \vec{b}(1, 1, -2), \vec{c}(-2, 0, -1)$ ;  
 а)  $\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{b}, \vec{c}$ , в)  $3\vec{a}, -2\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{b}, \vec{c}$ , е)  $\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}$ .
- 2.20.  $\vec{a}(1, 0, -2), \vec{b}(1, -2, 4), \vec{c}\left(-\frac{1}{2}, 1, -2\right)$ ;  
 а)  $2\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{c}$ , б)  $\vec{a}, \vec{b}$ , в)  $2\vec{a}, 4\vec{b}$ ,  
 г)  $\vec{a}$  в направлении  $\vec{b}$ , д)  $\vec{b}, 4\vec{c}$ , е)  $3\vec{a}, \vec{b}, 4\vec{c}$ .

3. Треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$  задана координатами своих вершин  $A, B, C, A_1$ . Найти: а) объем призмы; б) площади граней  $ABC$ ,  $AA_1C_1C$ ; в) высоту, проведенную из вершины  $A_1$  на плоскость основания; г) угол между ребрами  $B_1C_1$ ,  $AA_1$ ; д) угол между плоскостями граней  $ABC$ ,  $AA_1C_1C$ ; е) угол между ребром  $AA_1$  и плоскостью грани  $ABC$ .

- 3.1.  $A(2, -1, 1), B(-1, 3, 2), C(3, 0, -3), A_1(-1, 4, 2)$ .  
 3.2.  $A(-2, 1, 0), B(4, 1, 2), C(1, 3, 3), A_1(-4, 1, 2)$ .  
 3.3.  $A(0, -1, 2), B(1, -1, 3), C(2, -2, 6), A_1(-3, 1, 0)$ .  
 3.4.  $A(1, -1, 3), B(2, 0, 1), C(-1, 3, 2), A_1(1, 4, 5)$ .  
 3.5.  $A(-1, 0, -1), B(0, 2, -3), C(-2, 2, 1), A_1(1, -1, 0)$ .  
 3.6.  $A(1, 0, -2), B(2, 1, 1), C(1, 1, -4), A_1(2, 0, 1)$ .  
 3.7.  $A(-1, -3, 1), B(1, -2, 2), C(1, -1, 1), A_1(1, 0, -1)$ .

Параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  задан координатами своих вершин  $A, B, C, A_1$ . Найти: а) объем параллелепипеда; б) площади граней  $ABCD$ ,  $AA_1 B_1 B$ ; в) длину высоты, проведенной из вершины  $A_1$  на плоскость основания; г) угол между диагоналями  $AC_1, DB_1$ ;

д) угол между плоскостями граней  $ABCD, AA_1B_1B$  ; е) угол между диагональю  $AC_1$  и плоскостью  $ABCD$  .

3.8.  $A(1, -3, 1), B(1, 2, 2), C(1, 1, -1), A_1(-1, 0, -1)$ .

3.9.  $A(-1, -3, 1), B(1, -1, 2), C(2, 1, -1), A_1(1, 0, -1)$ .

3.10.  $A(2, -1, 1), B(6, 2, 1), C(4, 0, 3), A_1(-1, -3, 6)$ .

3.11.  $A(1, -1, 2), B(2, 1, 5), C(-4, -1, 6), A_1(0, 0, 3)$ .

3.12.  $A(1, -1, 0), B(2, 3, 1), C(-1, 2, 3), A_1(2, -1, 3)$ .

3.13.  $A(2, -1, 1), B(-1, 3, 2), C(3, 0, -3), A_1(-1, 4, 2)$ .

Тетраэдр задан координатами своих вершин  $A, B, C, D$  . Найти: а) объем тетраэдра; б) площади граней  $ABC, DBC$  ; в) длину высоты, проведенной из вершины  $D$  ; г) угол между ребрами  $AB, CD$  ; д) угол между плоскостями граней  $ABC, DBC$  ; е) угол между ребром  $BD$  и плоскостью основания  $ABC$  .

3.14.  $A(-1, -3, 1), B(1, -2, 2), C(1, -1, -1), D(1, 0, -1)$ .

3.15.  $A(0, 0, 1), B(1, 1, 1), C(2, -3, 4), D(1, -3, 1)$ .

3.16.  $A(1, 5, -2), B(4, 1, 1), C(-3, 0, 1), D(2, -1, 3)$ .

3.17.  $A(2, -3, 1), B(-1, 1, 1), C(-1, -1, 6), D(2, -3, 3)$ .

3.18.  $A(-2, 1, 0), B(-1, 2, 1), C(0, 2, 3), D(-1, 0, 1)$ .

3.19.  $A(-1, 2, 4), B(1, 3, 2), C(1, 1, -1), D(2, 0, 3)$ .

3.20.  $A(2, -1, -1), B(5, -1, 2), C(3, 0, -3), D(6, 0, -3)$ .

### Контрольная работа № 2 Расположение прямой и плоскости в пространстве.

**Задача 1.** Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1, z_1), A_2(x_2, y_2, z_2), A_3(x_3, y_3, z_3), A_4(x_4, y_4, z_4)$  .

Составить уравнения:

а) плоскости  $A_1A_2A_3$  ; б) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  параллельно плоскости  $A_1A_2A_3$  ; в) прямой  $A_1A_2$  ; г) прямой  $A_4M$  , перпендикулярной к плоскости  $A_1A_2A_3$  ; д) прямой  $A_3N$  , параллельной прямой  $A_1A_2$  ; е) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$  .

Вычислить: ж) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$  ; з) косинус угла между координатной плоскостью и плоскостью  $A_1A_2A_3$  .

1.1.  $A_1(3, 1, 4), A_2(-1, 6, 1), A_3(-1, 1, 6), A_4(0, 4, -1), (OXY)$ .

1.2.  $A_1(3, -1, 2), A_2(-1, 0, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8), (OXZ)$ .

1.3.  $A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 2, -2), A_4(-1, 0, 2), (OYZ)$ .

1.4.  $A_1(2, 4, 3), A_2(1, 1, 5), A_3(4, 9, 3), A_4(3, 6, 7), (OXY)$ .

1.5.  $A_1(3, 2, 2), A_2(-3, 5, 1), A_3(1, -1, 3), A_4(6, 3, 2), (OXZ)$ .

1.6.  $A_1(0, 7, 1), A_2(2, -1, 5), A_3(1, 6, 3), A_4(3, -5, 1), (OYZ)$ .

1.7.  $A_1(5, 5, 4), A_2(1, -1, 4), A_3(3, 5, 1), A_4(5, 2, -1), (OXY)$ .

1.8.  $A_1(6, 1, 1), A_2(2, 3, 3), A_3(4, 2, 0), A_4(1, 2, 6), (OXZ)$ .

1.9.  $A_1(7, 5, 3), A_2(9, 4, 4), A_3(4, 5, 7), A_4(7, 9, 6), (OYZ)$ .

1.10.  $A_1(6, 8, 2), A_2(5, 4, 7), A_3(2, 4, 7), A_4(7, 3, 7), (OXY)$ .

1.11.  $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 1), A_3(0, 2, 7), A_4(-1, 5, 0), (OXZ)$ .

1.12.  $A_1(2, 2, 5), A_2(3, 5, 1), A_3(1, 4, 2), A_4(-1, 5, 0), (OYZ)$ .

- 1.13.  $A_1(4, 6, 5)$ ,  $A_2(2, 3, 1)$ ,  $A_3(1, 5, 5)$ ,  $A_4(3, 2, 4)$ ,  $(OXY)$ .  
 1.14.  $A_1(3, 5, 4)$ ,  $A_2(4, 3, 2)$ ,  $A_3(5, 7, 1)$ ,  $A_4(4, 7, 8)$ ,  $(OXZ)$ .  
 1.15.  $A_1(10, 9, 6)$ ,  $A_2(2, 8, 2)$ ,  $A_3(9, 8, 9)$ ,  $A_4(7, 10, 3)$ ,  $(OYZ)$ .  
 1.16.  $A_1(1, 8, 2)$ ,  $A_2(5, 2, 6)$ ,  $A_3(5, 7, 4)$ ,  $A_4(4, 5, 4)$ ,  $(OXY)$ .  
 1.17.  $A_1(6, 6, 5)$ ,  $A_2(4, 9, 5)$ ,  $A_3(4, 6, 9)$ ,  $A_4(6, 9, 3)$ ,  $(OXZ)$ .  
 1.18.  $A_1(7, 2, 2)$ ,  $A_2(-5, 7, -7)$ ,  $A_3(5, -3, 4)$ ,  $A_4(2, 3, 7)$ ,  $(OYZ)$ .  
 1.19.  $A_1(8, -6, 4)$ ,  $A_2(10, 5, -5)$ ,  $A_3(5, 6, -8)$ ,  $A_4(8, 10, 7)$ ,  $(OXY)$ .  
 1.20.  $A_1(1, -1, 3)$ ,  $A_2(6, 5, 8)$ ,  $A_3(3, 5, 8)$ ,  $A_4(8, 4, 1)$ ,  $(OXZ)$ .

**Задача 2.** Найти точку, симметричную точке  $M(x, y, z)$  относительно плоскости  $\pi$ :  
 $Ax + By + Cz + D = 0$ .

- 2.1.  $M(-2, 1, 3)$ ;  $\pi: 5x - z = 0$ .  
 2.2.  $M(3, -1, 4)$ ;  $\pi: 2x - 3y + z + 1 = 0$ .  
 2.3.  $M(1, 0, 5)$ ;  $\pi: 4x + 4y - 14z + 9 = 0$ .  
 2.4.  $M(3, -2, 4)$ ;  $\pi: 8x + 2y + 4z - 15 = 0$ .  
 2.5.  $M(1, 2, -2)$ ;  $\pi: x - y - 2z - 1 = 0$ .  
 2.6.  $M(1, -2, 3)$ ;  $\pi: x + y + z - 3 = 0$ .  
 2.7.  $M(2, 1, -4)$ ;  $\pi: x - 7z - 5 = 0$ .  
 2.8.  $M(-4, 2, 5)$ ;  $\pi: 5x - 5y - 2z + 13 = 0$ .  
 2.9.  $M(2, -6, 1)$ ;  $\pi: 5x - 7y + 6z - 3 = 0$ .  
 2.10.  $M(-4, -3, 5)$ ;  $\pi: 3x + 2y - 3z + 11 = 0$ .

Найти точку, симметричную точке  $M(x, y, z)$  относительно прямой  $\ell$ .

- 2.11.  $A(4, 3, 10)$ ;  $\ell: x = 1 + 2t$ ;  $y = 2 + 4t$ ;  $z = 3 + 5t$ ;  $t \in R$ .  
 2.12.  $A(1, 2, -3)$ ;  $\ell: x = 1 + t$ ;  $y = -2 + 2t$ ;  $z = 2 + 3t$ ;  $t \in R$ .  
 2.13.  $A(1, 2, 0)$ ;  $\ell: x = -5 + 2t$ ;  $y = 1 + 3t$ ;  $z = t$ ;  $t \in R$ .  
 2.14.  $A(2, 1, 3)$ ;  $\ell: x = 1 - t$ ;  $y = 3t$ ;  $z = 0$ ;  $t \in R$ .  
 2.15.  $A(1, 2, -3)$ ;  $\ell: \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+7}{1}$ .  
 2.16.  $A(2, 1, -4)$ ;  $\ell: x = 1 - t$ ;  $y = 1$ ;  $z = 3 + 7t$ ;  $t \in R$ .  
 2.17.  $A(-1, 2, 3)$ ;  $\ell: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .  
 2.18.  $A(-2, 2, 9)$ ;  $\ell: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$ .  
 2.19.  $A(-3, -2, -3)$ ;  $\ell: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{1}$ .  
 2.20.  $A(2, 1, 1)$ ;  $\ell: \frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{-3}$ .

**Задача 3.** Показать, что прямые  $d_1$  и  $d_2$  пересекаются. Найти точку их пересечения, угол между ними. Найти расстояние от точки  $A(-1, 2, 1)$  до плоскости, проходящей через эти прямые.

$$\begin{array}{ll}
3.1. d_1: \begin{cases} x - y + 5z - 3 = 0 \\ 2x + y + 4 = 0 \end{cases}; & d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -4 - 2t, \quad t \in R. \\ z = \frac{8}{5} \end{cases} \\
3.2. d_1: \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - 3t; \quad t \in R; \\ z = 1 + t \end{cases} & d_2: \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases} \\
3.3. d_1: \begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ 2y - 3z + 7 = 0 \end{cases}; & d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1} \\
3.4. d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t, \quad t \in R; \\ z = 4 + 5t \end{cases} & d_2: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 5x - 2z + 8 = 0 \end{cases} \\
3.5. d_1: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-8}{6}; & d_2: \begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0 \\ 4x - y - 5z + 4 = 0 \end{cases} \\
3.6. d_1: \begin{cases} x + 2y - z - 12 = 0 \\ x - 2y + 13 = 0 \end{cases}; & d_2: \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}
\end{array}$$

Показать, что прямая  $d$  пересекает плоскость  $\pi$ . Найти их точку пересечения, угол между прямой и плоскостью, расстояние от начальной точки  $M$  прямой до плоскости  $\pi$ . Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $d$  перпендикулярно плоскости  $\pi$ .

$$\begin{array}{l}
3.7. d: \frac{x-7}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{4}; \pi: 3x - y + 2z - 9 = 0; M(7, 1, 5). \\
3.8. d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{1}; \pi: 2x - 4y + 3z + 2 = 0; M(2, -5, -1). \\
3.9. d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}; \pi: x + 2y - 2z - 5 = 0; M(-3, 1, 0). \\
3.10. d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}; \pi: x - 3y - 5z + 3 = 0; M(1, -2, 1). \\
3.11. d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 2t, \quad t \in R; \\ z = -3 - t \end{cases}; \pi: x - y - 5z + 8 = 0; M(-2, 1, -3). \\
3.12. d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t, \quad t \in R; \\ z = 6t \end{cases}; \pi: 2x + 3y + z - 1 = 0; M(1, -1, 0).
\end{array}$$

Определить взаимное расположение прямой  $d$  и плоскости  $\pi$ . Найти расстояние между ними. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $d$  перпендикулярно плоскости  $\pi$ .

$$3.13. d: \frac{x}{6} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-1}{-9}; \quad \pi: x + 3y - 2z - 1 = 0.$$



$$3.14. d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t, t \in R; \\ z = 2t \end{cases} \quad \pi : x + 2y - 2z - 1 = 0.$$

$$3.15. d : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0, t \in R; \end{cases} \quad \pi : x + 2y - 5 = 0.$$

Определить взаимное расположение прямых. Найти расстояние между ними. Составить уравнение плоскости, проходящей через эти прямые.

$$3.16. d_1 : \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}; \quad d_2 : \frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-4}.$$

$$3.17. d_1 : \begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 7 - 2t, t \in R; \\ z = 1 + t \end{cases} \quad d_2 : \begin{cases} x + 2y - z - 33 = 0 \\ y + 2z - 29 = 0 \end{cases}.$$

$$3.18. d_1 : \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}; \quad d_2 : \begin{cases} x + 2y + 2z - 8 = 0 \\ x + 6z - 6 = 0 \end{cases}.$$

$$3.19. d_1 : \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 - t, t \in R; \\ z = -7 - t \end{cases} \quad d_2 : \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}.$$

$$3.20. d_1 : \begin{cases} x - 3y + z - 4 = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}; \quad d_2 : \frac{x-1}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z-1}{14}.$$

### Темы рефератов.

Реферат должен быть представлен текстовыми и таблично - графическими материалами. К защите реферата студент должен приготовить краткое сообщение (не более 10 минут), в котором должен изложить основные результаты.

1. Операторы в евклидовом пространстве.

2. Квадратичные формы

3. Линейные пространства.

4. Линейные операторы.

5. Квадратичные формы.

6. Кривые и поверхности 2-го порядка.

7. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

8. Вычисление значений производных многочлена, разложение многочлена в ряд Тейлора.

9. Решение уравнений 3-й и 4-й степени.

10. Выражение симметрических многочленов через основные симметрические многочлены.

11. Решение задач на применение формул Виета.

### Форма контроля (1, 2 семестры) – экзамен

#### Критерии оценки:

– оценка «отлично» выставляется за полное раскрытие темы доклада, при условии правильного ответа на вопросы преподавателей. Студент правильно определяет понятия, свободно ориентируется в теоретическом материале.

– оценка «хорошо» выставляется, если есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент не очень свободно ориентируется в теоретическом материале.

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если тема раскрыта не полностью,

есть незначительные ошибки при ответе на вопросы преподавателя. Студент неточно определяет понятия.

– оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если содержание курсовой работы не соответствует теме, есть значительные ошибки при ответе на вопросы преподавателей. Студент неправильно определяет основные понятия.

Формой аттестации по дисциплине в 1,2 семестрах согласно учебному плану является зачет. В третьем семестре проводится итоговый экзамен. На экзамен выносятся темы, изученные в рамках первого, второго и третьего семестра. Каждому студенту необходимо дать ответ на 2 теоретических вопроса и решить задачу. На подготовку ответа отводится 1 час.

### **Примерные вопросы к экзамену:**

#### **Примерные вопросы к экзамену**

##### **1 семестр**

1. Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.
2. Комплексно сопряженные числа. Свойства комплексно сопряженных чисел.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над числами в тригонометрической форме.
4. Возведение в натуральную степень комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
5. Решение двучленных и квадратных уравнений во множестве комплексных чисел.
6. Комплексная плоскость. Изображение комплексных чисел. Изображение на комплексной плоскости корней двучленных уравнений.
7. Матрицы. Основные определения. Умножение матриц. Многочлены от матриц. Транспонирование матрицы.
8. Определители и их свойства.
9. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
10. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы.
11. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
12. Сохранение ранга. Базисный минор. Теорема о базисном миноре.
13. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы.
14. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.
15. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений.
16. Система однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Теоремы об общем решении однородной системы линейных уравнений и неоднородной системы.
17. Метод Гаусса.
18. Векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Линейные операции над векторами, заданными координатами.
19. Скалярное произведение векторов, заданных координатами в прямоугольной системе координат. Основные свойства. Следствие относительно угла между векторами. Условие перпендикулярности и коллинеарности векторов.
20. Определение векторного произведения. Формула для вычисления векторного произведения. Свойства векторного произведения.
21. Определение смешанного произведения. Формула для вычисления смешанного произведения. Свойства смешанного произведения.
22. Общие уравнения плоскости в пространстве и прямой на плоскости.
23. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

24. Общие уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через 2 точки.
25. Взаимное расположение 2-х прямых. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
26. Плоскость, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору, проходящей через 3 заданные точки.
27. Взаимное расположение плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности. Формула расстояния от точки до плоскости.
28. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности. Кратчайшее расстояние между 2-мя прямыми. Формула расстояния от точки до прямой в пространстве.
29. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности.
30. Определение линейного пространства и подпространства.
31. Линейная зависимость и линейная независимость. Основная теорема о линейной зависимости. Ранг системы векторов.
32. Базис. Размерность. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Координаты вектора. Теорема единственности разложения по базису. Преобразование координат.
33. Координаты вектора. Матрица системы векторов. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора.

### **Примерные вопросы к экзамену**

#### **2 семестр**

1. Многочлены от одной переменной. Основные понятия и определения.
2. Действия над многочленами. Теорема о делении многочлена на многочлен.
3. Делимость многочлена на двучлен  $(x-a)$ . Теорема Безу. Схема Горнера.
4. Корни многочлена. Рациональные корни многочлена.
5. Многочлен с действительными коэффициентами. Неприводимость многочлена над различными числовыми множествами ( $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ).
6. Решение уравнений 3-й степени.
7. Решение уравнений 4-й степени.
8. Дискриминант, результатant многочлена.
9. Решение систем двух уравнений с двумя неизвестными с помощью результатанта.
10. Симметрические многочлены. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
11. Формулы Виета.
12. Вывод канонического уравнения эллипса. Построение эллипса по его уравнению.
13. Вывод формул, связывающих расстояние произвольной точки эллипса до фокуса, координату  $x$  и эксцентриситет, а также расстояние до директрисы и эксцентриситет.
14. Вывод канонического уравнения гиперболы. Асимптоты гиперболы. Построение гиперболы по ее уравнению.
15. Вывод формул, связывающих расстояние произвольной точки гиперболы до фокуса, координату  $x$  и эксцентриситет, а также расстояние до директрисы и эксцентриситет.
16. Определение параболы. Вывод канонического уравнения параболы. Построение параболы по ее уравнению.
17. Эллипсоид, гиперболоид, параболоид. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Поверхности вращения.
18. Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора.
19. Связь между координатами вектора и его образа. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
20. Область значений оператора. Ядро оператора.
21. Сумма операторов. Произведение оператора на число. Произведение операторов. Степень оператора. Единичный оператор.

22. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного преобразования.
23. Переход к другому базису. Матрица перехода. Теорема о матрице перехода к новому базису.
24. Эквивалентные и подобные операторы.
25. Собственные значения и собственные вектора. Характеристический многочлен. Теорема о независимости характеристического многочлена от базиса. Теорема о линейной независимости собственных векторов.
26. Линейные операторы. Самосопряженные операторы, собственные числа и векторы линейных операторов. Приведение симметричной матрицы к диагональному виду.

Критерии оценок следующие (за ответ на вопрос выставляется максимальный балл)

- (1,0\*N) баллов – студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности;
- (0,9\*N) баллов - студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;
- (0,8\*N) баллов - студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности, но допускает некоторые ошибки общего характера;
- (0,7\*N) баллов - студент глубоко понимает пройденный материал, но не может теоретически обосновать некоторые выводы;
- (0,6\*N) баллов - студент отвечает в основном правильно, но чувствуется механическое заучивание материала;
- (0,5\*N) баллов - в ответе студента имеются существенные недостатки, материал охвачен «половинчато», в рассуждениях материала допускаются ошибки;
- (0,4\*N) баллов - ответ правилен лишь частично, в рассуждениях материала допускаются серьезные ошибки;
- (0,3\*N), (0,2\*N) баллов - студент имеет общее представление о теме, но не умеет логически обосновать свои мысли;
- (0,1\*N) баллов - студент имеет лишь частичное представление о теме;
- 0 баллов – нет ответа.

Критерии оценки:

№	Форма контроля	Минимальное для аттестации количество баллов	Максимальное для аттестации количество баллов
1	Посещение практических занятий	4 (0,25)	4 (0,25)
2	Активная работа на занятии	6	4 (0,25)
3	Контрольная работа	10	10
5	Индивидуальные задания	14	32
6	Экзамен	20	40
7	Всего	50	100

- оценка «отлично» выставляется студенту, если работа выполнена полностью и безошибочно;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если в работе могут быть отдельные вычислительные и негрубые ошибки;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решено правильно более половины заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если решено правильно менее половины заданий.

Каждая дисциплина по 100-балльной системе. Перевод баллов в оценки пятибалльной системы осуществляется следующим образом:

85-100 баллов	<i>отлично</i>
70-84 балла	<i>хорошо</i>
52-69 баллов	<i>удовлетворительно</i>
0-51 балл	<i>неудовлетворительно</i>

Составитель



Чуванова Г.М.

«18» февраля 2024 г.