

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сахалинский государственный университет»  
Кафедра математики

УТВЕРЖДЕН  
на заседании кафедры  
«10» сентября 2024 г., протокол № 1  
Заведующий кафедрой



Н. А. Самсикова

ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

*Б1.О.03 «Специальные главы математики»*

Уровень высшего образования  
*МАГИСТРАТУРА*

Направление подготовки  
09.04.03 Прикладная информатика  
(код и наименование направления подготовки)

Искусственный интеллект и анализ данных  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация  
магистр

Южно-Сахалинск  
2024 г.

## 1. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине (модулю)

Коды компетенции	Содержание Компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте	ОПК-1.1. Знает методы самостоятельного приобретения, развития и применения математических, естественнонаучных, социально-экономических и профессиональных знаний для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте. ОПК-1.2. Умеет приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте. ОПК-1.3. Владеет навыками самостоятельного приобретения, развития и применения математических, естественнонаучных, социально-экономических и профессиональных знаний для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте. .
ОПК-7	Способен использовать методы научных исследований и математического моделирования в области проектирования и управления информационными системами	ОПК-7.1. Знает методы научных исследований и математического моделирования в области проектирования и управления информационными системами. ОПК-7.2. Умеет применять методы научных исследований и математического моделирования в области проектирования и управления информационными системами. ОПК-7.3. Владеет навыками применения методов научных исследований и математического моделирования в области проектирования и управления информационными системами.

## 2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Тема 1. Основы математической логики	ОПК-1, ОПК-7	Задания к практическим занятиям, инвариантная и вариативная самостоятельные работы, вопросы к зачету
2.	Тема 2. Математическая	ОПК-1, ОПК-7	Задания к практическим

	индукция		занятиям, инвариантная и вариативная самостоятельные работы, вопросы к зачету
3.	Тема 3. Комплексные числа	ОПК-1, ОПК-7	Задания к практическим занятиям, инвариантная и вариативная самостоятельные работы, вопросы к зачету
4.	Тема 4. Функции	ОПК-1, ОПК-7	Задания к практическим занятиям, инвариантная и вариативная самостоятельные работы, вопросы к зачету

### 3. Оценочные средства

#### Тема 1. Основы математической логики

Содержание: алгебра логики, логические функции, булева алгебра, функционально полные системы логических функций, минимизация в классе дизъюнктивных нормальных форм.

#### Тема 2. Математическая индукция

Содержание: сумма нечетных чисел, сумма натуральных чисел, Биномиальные коэффициенты, треугольник Паскаля, Гамма-функция.

#### Тема 3. Комплексные числа

Содержание: арифметика комплексных чисел, арифметические операции, формулы сокращенного умножения, модуль комплексного числа, геометрическая прогрессия, абсолютно сходящиеся ряды, признаки Дирихле и Абеля сходимости рядов, степенные ряды.

#### Тема 5. Функции

Содержание: Предел и непрерывность, экспонента и тригонометрические функции, комплексный логарифм, показательная и степенная функции, обратные тригонометрические функции

#### Темы и планы практических занятий

##### Тема 1. Основы математической логики

##### Практическое занятие 1

Вопросы для обсуждения:

1. Булевы функции. Суперпозиции.
2. Нормальные формы и полиномы

##### Тема 2. Математическая индукция

##### Практическое занятие 2

Вопросы для обсуждения:

1. Метод математической индукции.

##### Тема 3. Комплексные числа

##### Практические занятия 3-6

Вопросы для обсуждения:

1. Комплексные числа и действия над ними Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
2. Работа с комплексными числами в системе Scilab.
3. Различные формы представления комплексных чисел. Способы определения комплексного числа в системе MathCAD Express.

##### Тема 4. Функции

## Практические занятия 7-8

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие комплексной функции комплексного переменного.
2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного

**Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

### Содержание самостоятельной работы обучающихся по темам

#### Тема 1. Основы математической логики

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями:  
A<sub>1</sub>: Москва — столица России;  
A<sub>2</sub>: Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C';  
A<sub>3</sub>: Луна есть спутник Марса;  
A<sub>4</sub>:  $2 + 2 = 5$ ; A<sub>5</sub>: Кислород - газ;  
A<sub>6</sub>: Математика - интересный предмет;  
A<sub>7</sub>: Картины Пикассо слишком абстрактны;  
B<sub>1</sub>: Железо тяжелее свинца;  
B<sub>2</sub>: «Да здравствуют музы!»;  
B<sub>3</sub>: Треугольник называется равнобедренным, если все его стороны равны;  
B<sub>4</sub>: Если в треугольнике все углы равны, то он равнобедренный;  
B<sub>5</sub>: Сегодня плохая погода;  
B<sub>6</sub>: Река Ангара впадает в озеро Байкал.
2. Укажите, какие из высказываний предыдущей задачи истинные, а какие ложные.
3. Сформулируйте отрицания следующих высказываний; укажите значения истинности данных высказываний и их отрицаний:  
A: Волга впадает в Каспийское море;  
B: Число 28 не делится на число 7;  
C:  $6 > 3$ ;  
D:  $4 < 5$ ;  
E: Все простые числа нечетны;  
F:  $\sqrt{2}$  - рациональное число;  
G:  $5 + 3 = 8$ ;  
H: Африка — остров;  
S: Все слова можно разделить на слоги;  
R: Некоторые грибы несъедобны.
4. Установите, какие из высказываний в следующих парах являются отрицаниями друг друга и какие нет (объясните почему):
  - 1) « $4 < 5$ », « $5 < 4$ »;
  - 2) « $6 < 9$ », « $6 > 9$ »;
  - 3) «Треугольник ABC прямоугольный», «Треугольник ABC тупоугольный»;
  - 4) «Натуральное число n четно», «Натуральное число n нечетно»;
  - 5) «Функция f нечетна», «Функция f четна»;
  - 6) «Все простые числа нечетны», «Все простые числа четны»;
  - 7) «Все простые числа нечетны», «Существует простое четное число»;
  - 8) «Человеку известны все виды животных, обитающих на Земле», «На Земле существует вид животных, неизвестный человеку»;
  - 9) «Существуют иррациональные числа», «Все числа – рациональные»;
  - 10) «Если n делится на 3, то n делится на 9», «Если n не делится на 3, то n не делится на 9»
5. Определите значения истинности следующих высказываний:

- 1) А: Санкт-Петербург расположен на Неве, В:  $2 + 3 = 5$ .
- 2) А: 7 - простое число, В: 9 - простое число;
- 3) А: 7 - простое число, В: 9 - простое число.
- 4) А: Число 2 четное, В: 2-это число простое.
- 5) А:  $2 < 3$ , В:  $2 > 3$ , С:  $2 \leq 4$ , D:  $2 - 2 \geq 4$ ;
- 6) А:  $2 \cdot 2 = 4$ , В: белые медведи живут в Африке;
- 7) А:  $2 \cdot 2 = 4$ , В:  $2 \cdot 24$ ;
- 8) А: 2 - рациональное число, В: 5 - иррациональное число;
- 9) А: Фобос и Луна — спутники Марса;
- 10) А: У равнобедренного треугольника либо два, либо три угла равны между собой.

6. Определите значения истинности следующих высказываний:

- 1) Если 9 делится на 3, то 4 делится на 2;
  - 2) Если 11 делится на 6, то 11 делится на 3;
  - 3) Если 15 делится на 6, то 15 делится на 3;
  - 4) Если 15 делится на 3, то 15 делится на 6;
  - 5) Если Саратов расположен на Неве, то слоны — насекомые;
  - 6) 12 делится на 6 тогда и только тогда, когда 12 делится на 3;
  - 7)  $4 > 5$  тогда и только тогда, когда  $-4 > -5$ ;
  - 8) 15 делится на 6 тогда и только тогда, когда 15 делится на 3;
  - 9) 15 делится на 5 тогда и только тогда, когда 15 делится на 4;
  - 10) Если 12 делится на 6, то 12 делится на 3.
7. Определите, является ли последовательность символов формулой:
- 1) (PQ);
  - 2)  $((P \leftrightarrow Q) \wedge R) \rightarrow (P \vee R)$ ;
  - 3)  $((\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (R \wedge (Q \vee S)))$ ;
  - 4)  $((P \vee \neg Q) \rightarrow (R \neg S))$ ;
  - 5)  $(P \rightarrow (Q \wedge R \rightarrow \neg P))$ ;
  - 6)  $((\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (P \vee (R \wedge \neg S)))$ ;
  - 7)  $((P \vee \neg Q) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg R \wedge (Q \leftrightarrow R)))$ ;
  - 8)  $P \rightarrow Q \rightarrow R$ ;
  - 9)  $\neg \neg P \rightarrow P$ ;
  - 10)  $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$ .

8. Докажите, что справедливы следующие логические следования, руководствуясь определением этого понятия; выясните, будут ли верны обратные следования, т. е. будет ли формула, стоящая слева, логическим следствием формулы справа:

- 1)  $P \leftrightarrow Q \models P \rightarrow Q$ ;
- 2)  $P \leftrightarrow \neg Q \models P \vee Q$ ;
- 3)  $P \wedge Q \models P \vee Q$ ;
- 4)  $((P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)) \rightarrow P \models P \vee Q$ ;
- 5)  $((P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)) \models P \rightarrow Q$ ;
- 6)  $P \wedge Q \models (\neg P \vee Q) \rightarrow \neg Q$ ;
- 7)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg Q \models (\neg Q \rightarrow P) \rightarrow P$ ;
- 8)  $(\neg Q \rightarrow P) \rightarrow P \models \neg (Q \rightarrow P) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$ ;
- 9)  $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow Q) \models Q$ ;
- 10)  $\neg (P \wedge Q) \wedge P \models \neg Q$ ; 1
- 11)  $\neg (P \vee Q) \models \neg P \vee \neg Q$ ;
- 12)  $\neg P \wedge \neg Q \models \neg (P \wedge Q)$ .

## Тема 2. Математическая индукция

1. Последовательность  $\{a_n\}$  задана рекуррентно:  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + 3$ . Доказать, что  $a_n = 3n - 2$ .

2. Доказать формулу для нахождения  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $a_n = a_1 + d(n-1)$ .  $d$  – разность арифметической прогрессии,  $a_{n+1} = a_n + d$ .
3. Доказать формулу для нахождения  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n = b_1 q^{n-1}$ .  $q$  – знаменатель геометрической прогрессии,  $b_{n+1} = b_n q$ .
4. Последовательность  $\{a_n\}$  задана рекуррентно:  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = 2(a_n + (2n+1)2^n)$ . Доказать, что  $a_n = n^2 2^n$ .
5. Доказать формулу Лейбница  $(U \cdot V)^{(n)} = \sum_{k=0}^n C_n^k U^{(k)} V^{(n-k)}$ , где  $U^{(k)}$ ,  $V^{(k)}$  – производные  $n$ -го порядка функций  $U$  и  $V$ .
6. Доказать формулу Муавра: для любого натурального  $n$   $(\cos x + i \sin x)^n = \cos(nx) + i \sin(nx)$ .

### Тема 3. Комплексные числа

1. Создайте файл-функцию, которая определяет, какими числами являются корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c$ : действительными или комплексными. Параметры многочлена передаются в функцию в качестве входных параметров.
2. Следующие комплексные числа изобразить векторами и записать в тригонометрической и показательной формах: а)  $z = -1+i$ ; б)  $z = 3 - \sqrt{3}i$ .
3. Даны комплексные числа а)  $z = 4 - 3i$ ; б)  $z = (4 - 3i)^2 + 16i$ . Найти  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ ,  $|z|$ ,  $\arg z$ .
4. Изобразить на комплексной плоскости множества точек, удовлетворяющее условиям:
  - 1)  $|1 + z| > |3i - z|$ ;
  - 2)  $\begin{cases} |z| \geq 1, \\ \frac{\pi}{3} \leq \arg z \leq \frac{2\pi}{3} \end{cases}$
5. Выполнить средствами пакета MathCAD последовательность заданий из указанного преподавателем варианта. Решения задач оформить в виде единого документа. Каждую задачу обязательно сопровождать комментариями:
  - 1) Вычислите  $a + b$ ,  $a + 2 + 3i$ ,  $a - b$ ;
  - 2) Создайте переменные  $c := 2 + 3i$  и  $d := 1 + 2i$ . Задайте переменную  $g$ , равную произведению  $c$  и  $d$ .
  - 3) Найдите модули и аргументы переменных  $c$ ,  $d$ ,  $g$ . Проверьте утверждение об аргументах и модулях произведений комплексных чисел.
  6. Постройте график векторного поля, задаваемый функцией  $f(x, y) = \cos x + i \sin y$  для диапазона аргументов  $x, y$  от  $-5$  до  $+5$ .

### Тема 4. Функции

1. Вычислить значения элементарных функций:
  - а)  $e^{1+i}$     б)  $\cos(1-i)$     в)  $\operatorname{Ln}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)$     г)  $(-1)^i$
2. Решить уравнение:
  - а)  $e^{3z} = 2 - 2i$     б)  $\operatorname{sh} iz = -1$
3. Найти дробно-линейную функцию  $\omega = f(z)$ , переводящую точки  $-1, i, i+1$  в  $0, 2i, 1-i$ .
4. Исследовать числовые ряды с комплексными членами на сходимость:
  - а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{2n}}{i + n^2}$     б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{3^n}$
5. Найти круг сходимости степенного ряда с комплексными членами:
  - а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot z^n}{2^{n+1} \cdot 3^{n+1}}$     б)  $\sum_{n=1}^{\infty} n!(z-i)^n$
6. Найти область сходимости ряда Лорана:  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} 2^{-n} \cdot z^n$

7. Разложить данную функцию по данным степеням в данной области:

а) в ряд Тейлора  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$  в круге  $|z| < 1$

б) в ряд Лорана по степеням  $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$ ,  $2 < |z| < 3$

8. Вычислить интегралы:

а)  $\int_0^{3+2i} z \, dz$

б)  $\oint_{C^+} (2z + 3\bar{z}) \, dz$ ,  $C$  – нижняя половина окружности  $|z|=1$  и диаметр, стягивающий крайние точки.

9. Вычислить интеграл, используя интегральную формулу Коши:

$$\oint_{\Gamma} \frac{dz}{z(z^2-1)}, \quad \Gamma: |z+1| = \frac{1}{2}$$

Форма контроля – **экзамен**

**Примерные вопросы к экзамену**

1. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений

2. Интуитивное понятие алгоритма
3. Характерные черты алгоритма
4. Конструктивный объект
5. Виды алгоритмов
6. Формы записи алгоритма
7. Типы частных алгоритмов
8. Формализация понятия алгоритма
9. Современное состояние теории алгоритмов
10. Понятие вычислимой функции
11. Разрешимые множества
12. Перечислимые множества
13. Алгоритм Крускала
14. Алгоритм Прима
15. Алгоритмы сортировки
16. Алгоритмы слияния
17. Описание Машины Тьюринга
18. Принцип работы Машины Тьюринга
19. Конструирование Машины Тьюринга
20. Вычислимые по Тьюрингу функции
21. Операции над Машинами Тьюринга
22. Тезис Тьюринга
23. Конечные автоматы
24. Машина с неограниченными регистрами
25. Машина Поста
26. Происхождение рекурсивных функций
27. Операция суперпозиции
28. Операция примитивной рекурсии
29. Операция минимизации
30. Виды рекурсивных функций
31. Тезис Чёрча

32. Комплексная числовая последовательность и ее предел.
33. Бесконечность и стереографическая проекция.
34. Понятие функции комплексного переменного.
35. Отображение кривой. Отображение области. Обратная функция.
36. Понятие предела функции комплексного переменного.
37. Критерий Коши существования конечного предела функции.
38. Теоремы о пределах.
39. Непрерывность функции комплексного переменного.
40. Производная и дифференциал функции комплексного переменного.
41. Основные правила дифференцирования. Условия Коши-Римана.
42. Аналитические и гармонические функции.
43. Геометрический смысл аргумента и модуля производной функции комплексного переменного.
44. Линейная функция.
45. Функция  $w = \frac{1}{z}$ .
46. Дробно-линейная функция.
47. Степенная функция с натуральным показателем.
48. Степенная функция с дробным показателем.
49. Показательная функция.
50. Тригонометрическая и гиперболические функции.
51. Логарифмическая функция.
52. Общая степенная функция.
53. Обратные тригонометрические и гиперболические функции.
54. Понятие интеграла от функции комплексного переменного.
55. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.
56. Интегральные формулы Коши.
57. Первообразная.
58. Числовые ряды в комплексной области.
59. Признаки сходимости числовых рядов.
60. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
61. Степенные ряды.
62. Ряды Тейлора.
63. Нули аналитической функции.
64. Понятие об аналитическом продолжении.
65. Обобщенные степенные ряды.
66. Разложение функции в ряд Лорана.
67. Классификация особых точек.
68. Особенности функции в бесконечно удаленной точке.
69. Целые и мероморфные функции.
70. Вычеты и их вычисление.
71. Основная теорема о вычетах.
72. Применение вычетов к вычислению интегралов.
73. Понятие логарифмического вычета.

### Критерии оценивания

Шкала	Критерии
<b>Отлично</b>	обучающийся должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение изучаемого материала; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать владение технологиями логически доказательного мышления; показать знание основных понятий и

	теорем, умение доказывать основные теоремы теории чисел; способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат; выполнить все задания для инвариантной и вариативной самостоятельной работы
<b>Хорошо</b>	обучающийся должен: продемонстрировать достаточно полное усвоение изучаемого материала; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать владение технологиями логически доказательного мышления; показать знание основных понятий и теорем, умение доказывать (возможно, с незначительными погрешностями) основные теоремы теории чисел; способность понимать и применять современный математический аппарат; выполнить не менее 70% заданий для инвариантной и вариативной самостоятельной работы
<b>Удовлетворительно</b>	обучающийся должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; продемонстрировать достаточное владение технологиями логически доказательного мышления; показать достаточный уровень знания основных понятий и теорем; выполнить не менее 50% заданий для инвариантной и вариативной самостоятельной работы
<b>Неудовлетворительно</b>	обучающийся: не знает значительной части изучаемого материала; не владеет понятийным аппаратом дисциплины; допускает существенные ошибки при изложении учебного материала; не демонстрирует умения логически доказательно мыслить; выполнил менее 50% заданий для инвариантной и вариативной самостоятельной работы

Форма контроля	За одну работу		Всего	
	Мин. Баллов	Макс. баллов	Мин. баллов	Макс. баллов
Текущий контроль:				
Активная работа на занятии	0,25	0,5	5	9
Выполнение домашнего задания	0,75	1,5	13,5	27
Выполнение заданий самостоятельной работы	0,75	1,5	13,5	27
Промежуточная аттестация (экзамен)			20	37
<b>Итого за семестр</b>			<b>52</b>	<b>100</b>

Составитель \_\_\_\_\_



Н. А. Самсикова

«9» сентября 2024 г.