

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**М. Н. СИМАКОВА  
Е. Е. СИМАКОВ**

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЙ ПОДХОД  
К ПРЕПОДАВАНИЮ МАТЕМАТИКИ  
В ОСНОВНОЙ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

*Методическое пособие  
для учителей математики*

Южно-Сахалинск  
Издательство СахГУ  
2014

УДК 372.016:51  
ББК 74.262.21  
С 37

Печатается по решению учебно-методического совета  
Сахалинского государственного университета, 2014 г.

Рецензенты:

*А. Б. Никитина*, кандидат педагогических наук, доцент  
кафедры математики Сахалинского государственного уни-  
верситета;

*О. В. Гурова*, кандидат педагогических наук, заведующая  
кафедрой информатики и информационно-коммуникацион-  
ных технологий Института развития образования Сахалин-  
ской области.

**Симакова, М. Н. Метапредметный подход к препода-  
ванию математики в основной и средней школе : методи-  
ческое пособие для учителей математики / М. Н. Симакова,  
Е. Е. Симаков. – Южно-Сахалинск : изд-во СахГУ, 2014. – 116 с.**

**ISBN 978-5-88811-475-9**

Предлагаемое методическое пособие раскрывает вопросы  
метапредметного подхода к преподаванию математики с точ-  
ки зрения ФГОС второго поколения и Концепции математи-  
ческого образования (версия от 17.02.2012). Кроме теоретиче-  
ского анализа существующих проблем, в пособии предложены  
практические разработки учебных программ по математике  
с использованием средств информационно-коммуникацион-  
ных технологий и программирования, а также примеры кон-  
спектов интегрированных уроков как основы метапредметно-  
го подхода.

УДК 372.016:51  
ББК 74.262.21

© Симакова М. Н., 2014  
© Симаков Е. Е., 2014  
© Сахалинский государственный  
университет, 2014

**ISBN 978-5-88811-475-9**

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	4
I. Теоретические аспекты метапредметного подхода к преподаванию математики с использованием ИКТ и программирования . . . . .	7
1.1. Математика в современном мире и ее значение . . . . .	7
1.2. Информационные и коммуникационные технологии – важнейший фактор развития математического образования в ближайшем будущем . . . . .	11
1.3. Некоторые аспекты методики обучения математике через систему интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования как основа метапредметного подхода к преподаванию математики . . . . .	13
1.4. Инструменты математической деятельности с применением ИКТ . . . . .	18
II. Авторские программы по математике для информационно-технологического профиля . . . . .	20
2.1. Авторские рабочие программы для 8–9-х классов . . . . .	20
2.2. Авторские рабочие программы для 10–11-х классов . . . . .	37
III. Некоторые направления использования возможностей метапредметного подхода в преподавании математики в классах информационно-технологического профиля . . . . .	55
3.1. Этапы внедрения ИКТ и элементов программирования в преподавание математики . . . . .	55
3.2. Примеры конспектов интегрированных уроков математики . . . . .	61
3.2.1. Конспект уроков повторения в 9-м классе (2 урока) . . . . .	61
3.2.2. Конспект урока повторения в 11-м классе . . . . .	65
3.2.3. Конспект уроков в 10-м классе «Формулы приведения» (2 урока) . . . . .	69
3.2.4. Конспект обобщающих уроков в 8-м классе по теме «Квадратные уравнения. Способы решения» (2 урока) . . . . .	76
Заключение . . . . .	91
Список использованной литературы . . . . .	93
Приложения . . . . .	96

## ВВЕДЕНИЕ

Методическое пособие предназначено для учителей математики, работающих в классах информационно-технологического профиля, либо активно использующих в своей работе информационные и коммуникационные технологии (ИКТ).

Данная специализация предполагает знакомство учащихся с отраслями общественного производства, обеспечивающими разработку программных средств, грамотное использование информационных технологий и ресурсов и рассчитана на широкое применение персонального компьютера (ПК) как в процессе преподавания, так и для организации практической работы учащихся. Учителя, работающие в профильном классе, владеют основами программирования и являются уверенными пользователями ПК, используют современные ИКТ на уроке. Учащиеся данного класса изначально имеют навыки работы на компьютере.

**Целью обучения в классе информационно-технологического профиля** является формирование высокого уровня информационной компетентности. Информационная компетентность обеспечивает навыки и опыт деятельности ученика по отношению к информации, содержащейся в учебных предметах и образовательных областях, а также в окружающем мире.

### **Задачи:**

- освоение и систематизация знаний, относящихся к информационным процессам и моделированию в различных системах (технологических, биологических, социальных);
- овладение умениями при помощи реальных объектов (компьютер, модем, факс, принтер, копировальный аппарат, сканер и т. д.) и информационных технологий (аудио- и видеозапись, электронная почта, СМИ, интернет) самостоятельно искать, ана-

лизировать и отбирать информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее;

- овладение умениями строить математическую модель, алгоритм, создавать программы на языке программирования;

- развитие алгоритмического мышления, как в области математики, так и в других предметных областях; развитие познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей в информационной деятельности;

- воспитание чувства ответственности за результаты своего труда; формирование установки на позитивную социальную деятельность в информационном обществе, на недопустимость действий, нарушающих правовые, этические нормы работы с информацией;

- приобретение опыта проектной деятельности, создания, редактирования, оформления, сохранения, передачи информационных объектов различного типа; построения компьютерных моделей, коллективной реализации информационных проектов, информационной деятельности в различных сферах, востребованных на рынке труда.

Современные условия, требования концепции модернизации российского образования предполагают «ориентацию образования не только на усвоение обучающимся определенной суммы знаний, но и на развитие его личности, его познавательных и созидательных способностей. Общеобразовательная школа должна формировать целостную систему универсальных знаний, умений и навыков, а также опыт самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся, то есть ключевые компетентности, определяющие современное качество образования» [9; С. 11].

В соответствии с целью и задачами обучения в классе информационно-технологического профиля на профильном уровне изучаются предметы: информатика и математика.

Сочетание репродуктивных методов при освоении основ предмета и продуктивных с опорой на самостоятельность при дальнейшем продвижении учащегося – это технология, используемая в обучении математике в классе информационно-технологического профиля.

Предлагаемое пособие состоит из трех глав. Первая глава пособия посвящена теоретическим аспектам метапредметного подхода к преподаванию математики с использованием программирования и информационных и коммуникационных технологий.

Во второй главе методического пособия опубликованы авторские учебные программы по математике (модули «Алгебра» и «Геометрия» для 8–11-го классов информационно-технологического профиля), предусматривающие метапредметный подход к преподаванию математики через систему интегрированных уроков и спецкурсов по информатике и программированию.

В третьей главе указаны некоторые направления использования возможностей метапредметного подхода к преподаванию математики, возможные приемы использования компьютерных программ Smart Notebook, PowerPoint, Excel, Equation, Mathcad, RealFlow, Golden Software Surfer, Grapher для изучения тем алгебры и геометрии. В приложениях приведены некоторые варианты программного обеспечения по алгебре и геометрии, созданного в среде программирования Delphi, а также приведены примеры конспектов интегрированных уроков по математике и информатике в 8, 9, 10 и 11-х классах.

# **I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МЕТАПРЕДМЕТНОГО ПОДХОДА К ПРЕПОДАВАНИЮ МАТЕМАТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИКТ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

## **1.1. Математика в современном мире и ее значение**

Для последних десятилетий характерно расширение сферы применения математических методов, в частности, к таким областям, как лингвистика, история, психология, политические науки. Продолжается активное использование математики в естественных науках и во всех областях инженерного дела. Математические методы и их реализация в информационно-коммуникационных технологиях радикально изменили характер современной войны, соответствующая компетентность является ключевой для военнослужащего. Все это существенно для повышения авторитета математики, в том числе – и при выборе образовательного пути [9; С. 40–42].

Важнейшим направлением развития содержания математического образования также является включение в него математической информатики – системы математических понятий и методов, используемых при описании и проектировании дискретных объектов и процессов. К такому содержанию, в частности, относится использование математических методов для описания языка и анализ математических языков.

Использование вещественных, графических и экранных сред деятельности, повышение внимания к каждому обеспечивает всем

учащимся возможность понимания смысла действий пересчета, арифметических операций и их представления в десятичной системе счисления. Такое понимание может возникать в ходе управления экспериментом, открытия.

Концепция развития российского математического образования (версия от 13 февраля 2013 г.) предлагает использовать на уроках математики вычислительные инструменты (калькулятор): «Систематическое использование вычислительных инструментов может „поддержать на плаву“ слабых учащихся и дать им возможность сосредоточиться на рассуждениях, моделировании реальных ситуаций, понимании смысла описания условной реальности в текстовой задаче» [9; С. 43–45].

Безусловно, использование математических инструментов, как и любых других, приводит к частичной или полной утрате умения выполнять те же операции без инструментов. Это происходит как в общечеловеческой, так и в профессиональной практике в любых областях.

Чем же тогда обосновано использование калькулятора на уроке математики? В Концепции далее прописано, что «при снижении умения выполнять операции над целыми числами или дробями с помощью карандаша и бумаги мы можем достичь большего понимания у большего числа учеников того, что эти операции значат и почему они так выполняются. Это понимание может быть достигнуто в процессе самостоятельного (с поддержкой учителя) построения (изобретения, открытия) соответствующих алгоритмов» [9; С. 43–45].

Математика лежит в основе всех современных технологий и научных исследований, является необходимым компонентом экономики, построенной на знании. Создание современных информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) является, прежде всего, математической деятельностью.

Математика, включающая прикладную математику и информатику, может обеспечить конкурентные преимущества экономики Российской Федерации в XXI веке (и имеет для этого, при соответствующих вложениях, наибольшие шансы среди всех отраслей науки).

Из материалов Еврокомиссии, 2008 г.: «Арифметическая, математическая, информационная, естественнонаучная и ИКТ-компетентности необходимы для полноценной жизни в обществе, построенном на знании и для конкурентоспособности экономики. Имея в виду важность раннего развития, надо обратить внимание на предубеждение, имеющееся у многих детей по отношению к математике и стремление избегать занятия ею. Разнообразие образовательных подходов может открыть новые возможности для учения, содействовать повышению результативности и формированию позитивной установки» [16].

Основными областями математической деятельности являются:

- фундаментальная математика;
- прикладная математика;
- создание ИКТ;
- профессиональное применение математики (в том числе ИКТ как математических инструментов);
- общечеловеческое применение математики.

Математические методы и их реализация в ИКТ являются ключевыми компетентностями для расширения сферы применения математических методов.

Приоритетные цели математического образования – это развитие способностей к:

- логическому мышлению, конструированию, коммуникации и взаимодействию на широком математическом материале (от геометрии до программирования);
- поиску решений принципиально новых математических задач, эксперименту и наблюдению, формированию внутренних (мысленных) представлений и моделей для математических объектов, формулированию и проверке гипотез, преодолению интеллектуальных препятствий;
- реальной математике: математическому моделированию (построению модели реальности и интерпретации результатов), применению математики, в том числе с использованием ИКТ.

Важной чертой математического образования является центральная роль самостоятельного решения задач, в том числе – принципиально новых, неожиданных, находящихся на границе возможностей ученика. Школьная математика остается областью,

выражающей активный, деятельностный приоритет, в отличие от пассивного запоминания фактов. Поддержание этого приоритета, его реализация при освоении приложений математики является важнейшим базовым принципом Концепции математического образования.

Для математического образования всегда был характерен процесс формирования технических навыков – от сложения дробей до взятия интегралов. Такое формирование идет и в современном математическом образовании. Разница в том, что:

- технический навык всегда рассматривается не как завершающая образовательная цель, а как инструмент в решении осмысленных задач, в ходе решения которых он в основном и формируется;
- имеется возможность использовать, в зависимости от решаемых образовательных задач, те или иные средства ИКТ для технической работы.

Безусловно, важными являются процессы, идущие и в самой математике, и связанные непосредственно с ИКТ, вычислительной практикой и ее приложениями.

Из материалов Еврокомиссии, 2011 г. «Математическое образование в Европе: общие вызовы и политика отдельных стран»: «В последние годы большинство стран пересмотрели свои учебные курсы по математике, выделяя компетенции и умения, усиливая межпредметные связи и применение математики в повседневной жизни. Подход к обучению, основанный на результатах, является более адекватным и позволяет гибко реагировать на потребности учащихся» [29].

В Концепции развития российского математического образования (версия от 13 февраля 2013 г.) читаем: «Применение ИКТ является ключевым элементом возможного реформирования математического образования, при котором:

- повысится доля математических рассуждений в курсе;
- больше внимания будет уделяться связи математической модели с реальностью;
- повысится самостоятельность и мотивация учащихся;
- существенно вырастет область математических задач и задач математического моделирования, которые учащиеся смогут решать (с применением компьютера)» [9; С. 46].

## **1.2. Информационные и коммуникационные технологии – важнейший фактор развития математического образования в ближайшем будущем**

В январе 2012 г. министр образования Великобритании сказал: «Хорошее высшее образование в области информатики относится к числу наиболее фундаментальных и уважаемых в мире образований. Такое образование базируется на высших интеллектуальных достижениях – математической логике и теории множеств и в то же время готовит специалистов для самых перспективных карьер и инновационной деятельности... мы будем поддерживать серьезные [школьные] курсы по математической информатике как математически строгому и необыкновенно увлекательному предмету. Сегодня этот предмет, базирующийся на математической логике и теории множеств, является обширной, бурно развивающейся областью, простирающейся и в такие дисциплины, как вычислительная биология» [31].

Важнейшие процессы в математическом образовании в современном мире порождены ИКТ и определяются следующим:

- результаты образования будут использованы в мире, насыщенном ИКТ. Благодаря ИКТ потребность в тех или иных результатах образования радикально изменилась за последние полвека;
- предметное содержание образования включает все больше элементов прикладной математики, информатики, «компьютерной математики» (в том числе – созданных для описания и исследования процессов мышления, коммуникации, деятельности человека);
- математическая компетентность формируется в ИКТ-средах и с применением ИКТ-инструментов (например, систем визуализации, анализа данных, символьных вычислений);
- математическая (как и вся образовательная) деятельность во все большей степени идет в информационной среде, обеспечивающей взаимодействие участников образовательного процесса, доступ к информационным источникам и инструментам, фиксацию хода и результатов образовательного процесса, возможность их автоматизированного анализа и внешнего наблюдения, индивидуальной диагностики продвижения обучающегося.

Сегодня имеется возможность для подготовки выпускника, способного (с применением инструментов ИКТ) решать намного более широкий круг задач, чем раньше.

Современные ИКТ могут многократно увеличить результативность дистанционной образовательной деятельности по привлечению широкого круга учащихся к занятиям математикой, их подготовки к поступлению в лучшие университеты страны и продолжению обучения там.

В Законе «Об образовании в Российской Федерации» (ст. 14) читаем:

«Содержание образования является одним из факторов экономического и социального прогресса общества и должно быть ориентировано на обеспечение самоопределения личности, создание условий для ее самореализации...» [18; С. 17]. В данное время меняются цели и задачи, стоящие перед современным образованием, – происходит смещение усилий с усвоения знаний на формирование компетентностей, акцент переносится на личностно-ориентированное обучение. Тем не менее, урок остается главной составной частью учебного процесса. Качество подготовки учащихся определяется содержанием образования, технологиями проведения урока, его практической направленностью. В этом заключается идея необходимости использования ИКТ на уроках. ИКТ способствуют повышению познавательного интереса к предмету, содействуют росту успеваемости, позволяют учащимся проявить себя в новой роли, формируют навыки самостоятельной деятельности. Влияние ИКТ на учителя также значительно: экономия времени, глубина погружения в материал, интегративный подход в обучении, возможность формирования коммуникативной компетенции учащихся. Все задачи, стоящие перед образованием на современном этапе, направлены на формирование всесторонне развитой личности. В 8–11-м классах объем учебного материала по математике предполагает необходимость дополнительных занятий для успешного усвоения и формирования практических навыков решения. Такими занятиями стали спецкурсы «Разработка программного обеспечения для изучения некоторых тем алгебры и геометрии». Учебный материал, рассматриваемый на уроках, получает продолжение в компьютерных программах, написанных

старшеклассниками под руководством учителя. Включение в обучение математике ИКТ делает этот процесс интересным и занимательным, а также позволяет реализовывать принципы обучения, такие, как наглядность, научность и др. Кроме того, появляется возможность создания для учащихся удобной образовательной среды, которая будет указывать границы его успешности и давать возможность преодолевать трудности. То есть преподавание математики через систему интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования направлено на создание ситуации успеха, обеспечивает готовность к дальнейшему развитию самообразования учащихся и позволяет чувствовать удовлетворенность результатами своего труда.

### **1.3. Некоторые аспекты методики обучения математике через систему интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования как основа метапредметного подхода к преподаванию математики**

«Мета» («за», «через», «над») – всеобщее, интегрирующее: метадеятельность, метапредмет, метазнание, метаумение (метаспособ). Иногда это называют универсальными знаниями и способами [13].

Метапредметный подход в образовании и соответственно метапредметные образовательные технологии были разработаны для того, чтобы решить проблему разобщенности, расколотости, оторванности друг от друга разных научных дисциплин и, как следствие, учебных предметов. В педагогической практике возникает естественная проблема: учащийся с трудом связывает для себя систему понятий одного учебного предмета с системой понятий другого.

Метапредметный подход обеспечивает целостность общекультурного, личностного и познавательного развития и саморазвития ребенка, преемственность всех ступеней образовательного процесса, лежит в основе организации и регуляции любой деятельности ученика независимо от ее специально-предметного содержания.

Метапредметный подход – это очень хорошее знание своего предмета, что, собственно, и позволяет переработать учебный ма-

териал и заново его интерпретировать с точки зрения деятельностных единиц содержания. Метапредметный подход хотя и помогает избежать опасностей узкопредметной специализации, при этом не предполагает отказ от предметной формы, а напротив, предполагает развитие ее на рефлексивных основаниях.

Метапредметный урок – это урок, целью которого является формирование универсальных учебных действий с учетом реальных потребностей и интересов в общении и познании, а также ориентация на тесную связь обучения с непосредственными жизненными потребностями, интересами и социокультурным опытом учащихся.

Общеобразовательные стандарты второго поколения ориентируют учебный школьный процесс на развитие «метапредметных способностей» учащихся. С помощью общепредметного содержания учебные предметы объединяются в единое, целостное содержание.

Метадеятельность – универсальная деятельность, которая является «надпредметной». В любой предметной деятельности есть то, что делает ее осознанной и ответственной, то есть:

- стратегической (мотив, цель, план, средства, организация, действия, результат, анализ);
- исследовательской (факт, проблема, гипотеза, проверка-сбор новых фактов, вывод);
- проектировочной (замысел, реализация, рефлексия);
- сценирующей (выстраивание вариантов сценария разворачивания событий);
- моделирующей (построение посредством знаковых систем мыслительных аналогов – логических конструкторов изучаемых систем);
- конструирующей (выстраивание системы мыслительных операций, выполнение эскизов, рисунков, чертежей, позволяющих конкретизировать и детализировать проект);
- прогнозирующей (мысленное конструирование будущего состояния объекта на основе предвидения) [13].

Метадеятельность как универсальный способ жизнедеятельности каждого человека определяется уровнем владения им метазнаниями и метаспособами, то есть уровнем развития личности.

Метазнания – знания о знании, о том, как оно устроено и структурировано; знания о получении знаний, то есть приемы и методы познания (когнитивные умения), и о возможностях работы с ним. Метазнания выступают как целостная картина мира с научной точки зрения, лежат в основе развития человека, превращая его из «знающего» в «думающего».

Метаспособы – методы, с помощью которых человек открывает новые способы решения задач, строит нестереотипные планы и программы, позволяющие отыскать содержательные способы решения задач.

Метаумения – присвоенные метаспособы, общеучебные, междисциплинарные (надпредметные) познавательные умения и навыки. К ним относятся:

- теоретическое мышление (обобщение, систематизация, определение понятий, классификация, доказательство и т. п.);
- навыки переработки информации (анализ, синтез, интерпретация, экстраполяция, оценка, аргументация, умение сворачивать информацию);
- критическое мышление (умения отличать факты от мнений, определять соответствие заявления фактам, достоверность источника, видеть двусмысленность утверждения, невысказанные позиции, предвзятость, логические несоответствия и т. п.);
- творческое мышление (перенос, видение новой функции, видение проблемы в стандартной ситуации, видение структуры объекта, альтернативное решение, комбинирование известных способов деятельности с новыми);
- регулятивные умения (задавание вопросов, формулирование гипотез, определение целей, планирование, выбор тактики, контроль, анализ, коррекция своей деятельности);
- качества мышления (гибкость, антиконформизм, диалектичность, способность к широкому переносу и т. п.) [13].

В настоящее время формирование метаумений становится центральной задачей любого обучения.

В рамках Госстандарта нового поколения в систему учебных действий включены личностные, метапредметные и предметные результаты, описаны требования к ним, даны учебные задачи и ситуации. Метапредметные образовательные результаты предпо-

лагают, что у учеников будут развиты: уверенная ориентация в различных предметных областях за счет осознанного использования при изучении школьных дисциплин философских и общепредметных понятий; владение основными общеучебными умениями информационно-логического характера, умениями организации собственной учебной деятельности, основными универсальными умениями информационного характера, информационным моделированием как основным методом приобретения знаний, широким спектром умений и навыков использования средств информационных и коммуникационных технологий для сбора, хранения, преобразования и передачи различных видов информации, базовыми навыками исследовательской деятельности, проведения виртуальных экспериментов, способами и методами освоения новых инструментальных средств, основами продуктивного взаимодействия и сотрудничества со сверстниками и взрослыми [19; С. 22].

Ответ на вопрос, что является результатом метапредметного обучения, который дается в ФГОС, а именно универсальные учебные действия, является недостаточно технологичным. Необходимо рассматривать в качестве метапредметного результата обучения уровень развития базовых способностей учащихся: мышления, понимания, коммуникации, рефлексии, действия. Этот образовательный результат является универсальным и позволяет сопоставлять результаты обучения в любых образовательных системах.

Приведенные выше аргументы показывают, что метапредметный подход в преподавании любого предмета, в том числе математики, обусловлен интеграцией дисциплин.

За основу методики обучения математике через систему интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования принята система развивающего обучения. Цель такого обучения – готовность к саморазвитию, а основным методом развивающего обучения является деятельностный метод (метод обучения, при котором учащийся не получает знания в готовом виде, а добывает их сам в процессе собственной учебно-познавательной деятельности) [7; С. 46].

Принципы деятельностного метода:

- 1) принцип деятельности;
- 2) принцип непрерывности;

- 3) принцип целостного представления о мире;
- 4) принцип минимакса;
- 5) принцип психологической комфортности;
- 6) принцип вариативности;
- 7) принцип творчества.

Технология деятельностного метода:

- самоопределение к деятельности;
- актуализация знаний;
- постановка учебной задачи;
- построение проекта выхода из затруднения;
- первичное закрепление во внешней речи;
- самостоятельная работа с самопроверкой по эталону;
- включение в систему знаний и повторение;
- рефлексия деятельности (итог урока) [7; С. 49–50] .

Деятельностный метод одинаково эффективен на уроках математики и на занятиях спецкурса. Методика обучения математике через систему интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования предполагает тесную взаимосвязь между учебным материалом, рассматриваемым на уроках, и исследовательской работой, организованной на занятиях спецкурса. В процессе исследовательской работы на занятиях спецкурса совместно с учащимися разрабатываются алгоритмы создания программ для изучения некоторых тем алгебры и геометрии, которые значительно упрощают изложение нового материала, а также анализ задач и поиск их способа решения. Эти программы апробируются в процессе проведения интегрированных уроков. Спецкурс посещают учащиеся различной подготовки и целеустремлений, поэтому, кроме задач дифференцированной трудности, для успешной работы необходимы новые методические приемы.

Дидактические принципы организации учебно-воспитательного процесса в рамках спецкурса по математике:

1. *Принцип погружения в творческую исследовательскую работу*: в процессе занятий учащийся является не объектом, а субъектом деятельности. Максимальная ориентация на творческое начало в учебной деятельности учащихся, приобретение ими собственного опыта творческой деятельности.

2. *Принцип поиска*: самостоятельный выбор учащимися вариантов анализа и решения задач.

3. *Принцип «от каждого – по способностям»*: соответствие уровня подачи материала и уровня требований к его освоению, разноуровневое содержание заданий.

4. *Принцип добра и справедливости*: снятие стрессобразующих факторов учебного процесса, создание доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества.

5. *Принцип взаимопомощи и сотрудничества*: учащиеся обмениваются идеями, способами решения, интересными находками; в процессе занятий или в другое время учащиеся помогают друг другу, что также способствует успешному освоению программы спецкурса.

6. *Принцип быстрого повторения и анализа неудач*: примерно раз в месяц просматриваются уже решенные задачи, выделяются те, которые в свое время не были решены самостоятельно; вспоминаются и анализируются причины, вызвавшие неудачу.

Таким образом, исследование соответствующей литературы и программ по математике доказывает необходимость создания спецкурса по математике с элементами программирования. С его помощью возможно успешное усвоение учебного материала и проведение интегрированных уроков математики.

Установленные стандартом новые требования к результатам обучающихся вызывают необходимость в изменении содержания обучения на основе принципов метапредметности как условия достижения высокого качества образования. Учитель сегодня должен стать конструктором новых педагогических ситуаций, новых заданий, направленных на использование обобщенных способов деятельности и создание учащимися собственных продуктов в освоении знаний.

#### **1.4. Инструменты математической деятельности с применением ИКТ**

Основными элементами роли компьютера и других инструментов ИКТ в математическом образовании являются следующие:

1. Экранное представление математических объектов и процессов, их свойств и операций над ними. Например, на экране может идти математическая игра нескольких детей, наиболее очевидный пример – график функции.

2. Автоматизация выполнения действий с математическими объектами (например, алгебраических преобразований, визуализации собранных данных).

3. Создание и отладка программ.

4. Постановка и проведение эксперимента. Эксперимент может идти как с абстрактными математическими объектами, так и с математическими объектами, моделирующими реальный мир. Особо мощным инструментом, сочетающим возможность визуализации математических объектов и экспериментов с ними, оказалась динамическая геометрия, во всем мире используемая в математическом образовании.

5. Обеспечение игрового взаимодействия в игре с партнером (присутствующем в том же месте или удаленном) или с самим компьютером.

6. Автоматическая реакция на действия учащегося (например, проверка правильности полученного ответа посредством локальной сети) [9; С. 43].

Применение ИКТ является ключевым элементом возможного реформирования математического образования, при котором:

- повысится доля математических рассуждений в курсе;
- больше внимания будет уделяться связи математической модели с реальностью;
- повысится самостоятельность и мотивация учащихся;
- существенно вырастет область математических задач и задач математического моделирования, которые учащиеся смогут решать (с применением компьютера).

Особую роль математические инструменты могут сыграть в обучении (и последующей жизни) детей с ограниченными возможностями здоровья.

## **II. АВТОРСКИЕ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ**

### **2.1. Авторские рабочие программы для 8–9-х классов**

#### *Пояснительная записка*

#### **Статус документа**

Авторская рабочая программа по математике составлена на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего образования, примерной программы по математике основного общего и среднего (полного) образования 2004 г. для лицеев и гимназий. Рабочая учебная программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и дает распределение учебных часов по разделам курса.

Программа выполняет две основные функции:

1. *Информационно-методическая*: позволяет всем участникам учебного процесса знать о целях, задачах, содержании, общей стратегии обучения и развития учащихся средствами данного учебного процесса.

2. *Организационно-планирующая*: предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом этапе, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Рабочая учебная программа определяет инвариантную (обязательную) часть учебного курса, а также его вариативную часть, которая включает в себя выделение дополнительного часа на изучение алгебры и геометрии. *При разработке данной рабочей программы за основу были взяты учебники «Алгебра 9 класс» (с углубленным изучением математики), авторы: Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков; «Геометрия 7–9», авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.*

Структурирование учебного материала, определение последовательности изложения этого материала, а также определение путей формирования знаний, умений и способов деятельности ученика опирается на материалы журнала «Математика в школе», а также на нормативные документы Министерства образования РФ.

### **Нормативные документы.**

#### **Документы, обеспечивающие реализацию программы**

1. Данилова, Г. И. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика / Г. И. Данилова. – М. : Дрофа, 2006. – 192 с.

2. Концепция развития российского математического образования (версия 13 февраля 2013). – 2013. – 51 с.

3. Российская Федерация. Законы. Закон об образовании: федер. закон: [принят Гос. Думой 21 декабря 2012 г.: одобр. Советом Федерации 26 декабря 2012 г.]. – 146 с.

4. Российская Федерация. Региональный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008].

5. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 17 декабря 2010 г.]. – 50 с.

6. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования:

[утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г.]. – 45 с.

7. Российская Федерация. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике – М. : Министерство образования и науки Российской Федерации, 2004. – 221 с.

8. Российская Федерация. Школьный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008].

### **Структура документа**

Авторская рабочая учебная программа включает в себя три раздела: пояснительную записку, основное содержание с примерным распределением учебных часов по разделам курса, требования к подготовке учащихся 9-го класса (углубленный курс), рекомендации по оценке знаний, умений и навыков учащихся.

### **Общая характеристика учебного предмета**

В профильном курсе содержание образования, представленное в основной школе, развивается следующим образом:

- систематизация сведений о числах, формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до действительных как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики, совершенствование техники вычислений;
- изучение, развитие и совершенствование техники математических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;
- изучение, систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений, позволяющих исследовать элементарные функции и решать геометрические, физические, информационные и другие прикладные задачи;
- расширение системы сведений о свойствах плоских фигур, развитие представлений о геометрических измерениях, изучение способов решения геометрических задач;

- развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;
- совершенствование математического развития до уровня, позволяющего применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;
- формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из информатики, физики и других смежных дисциплин.

## **Цели**

- овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности изучения смежных дисциплин, информатики, продолжения образования;
- интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;
- формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов, воспитание культуры личности, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии.

## **Место предмета в федеральном базисном учебном плане**

Согласно федеральному базисному учебному плану для общеобразовательных заведений РФ на ступени основного общего образования отводится не менее 875 часов из расчета 5 часов в неделю с 5-го по 8-й класс. При этом в ней предусмотрен резерв свободного учебного времени в объеме 90 учебных часов для реализации авторских подходов, использования разнообразных форм организации учебного процесса, внедрения современных методов обучения и педагогических технологий. В 9-м классе для углуб-

бленного изучения программа по алгебре рассчитана на 6 часов в неделю, всего 204 часа в год, по геометрии по 2 часа в неделю, всего 68 часов в год. Компонент ОУ составляет 2 часа в неделю, 68 часов в год, и предназначен для проведения интегрированных уроков «математика-информатика» при изучении каждого раздела учебного материала (практические работы на ПК, математическое моделирование, изучение компьютерных программ, создание презентаций, программирование).

### **Требования к математической подготовке выпускников основной школы**

*В результате изучения модуля «Алгебра» учащиеся должны:*

- 1) бегло и уверенно выполнять математические действия над числами (в том числе над приближенными значениями), находить с помощью калькулятора или таблиц приближенные значения корней, производить прикидку и оценку результатов вычислений;
- 2) свободно владеть техникой преобразований целых и дробных рациональных выражений, выражений, содержащих корни, составлять выражения и формулы, выражать из формул одну переменную через другие, в том числе с использованием программы Equation;
- 3) находить значения функций, заданных таблицей, формулой, графиком;
- 4) производить исследование видов функций, указанных в программе, элементарными средствами;
- 5) строить и читать графики функций всех изученных видов, овладеть основными приемами преобразования графиков и применять их на практике, овладеть средствами ИКТ (программа Excel) построения графиков элементарных функций;
- 6) овладеть основными приемами решения уравнений, неравенств, систем указанных в программе видов, решать уравнения с параметром, сводящиеся к линейным или квадратным, в том числе в программе Mathcad;
- 7) решать текстовые задачи методом уравнений, использовать средства программирования;

8) овладеть основными алгебраическими приемами и методами и применять их при решении задач;

9) научиться созданию обобщающих презентаций с использованием ИКТ, а также созданию информационных моделей математических объектов, задач, написанию проектов и программ для изучения отдельных тем алгебры и геометрии.

*В результате изучения модуля «Геометрия» учащиеся должны:*

1) доказывать изученные теоремы;

2) проводить полные исследования при решении задач, используя для этого изученные теоретические сведения;

3) освоить определенный набор приемов решения геометрических задач и уметь применять их в задачах на вычисление, доказательство, построение;

4) овладеть общими методами геометрии и применять их при решении геометрических задач;

5) свободно оперировать аппаратом алгебры, тригонометрии, информатики при решении геометрических задач.

### ***Обязательное содержание учебного материала***

*Модуль «Алгебра», 8 класс,  
с углубленным изучением математики  
(Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков.  
5 ч в неделю, 170 ч в год)*

**1. Дроби (20 ч).** Дроби и их свойства. Сумма и разность дробей. Произведение и частное.

Основная цель – выработать умение выполнять действия с дробями, преобразования рациональных выражений. Главное место в данной теме занимают алгоритмы действий с дробями. Учащиеся должны понимать, что сумму, разность, произведение и частное дробей всегда можно представить в виде дроби. Приобретаемые в данной теме умения выполнять действия с дробями являются опорными в преобразовании выражений. *Работа в программе Microsoft Equation по преобразованию алгебраических дробей.*

**2. Степень с целым показателем (16 ч).** Степень с целым показателем и ее свойства. Стандартный вид числа. Функция  $y=x^{-1}$ ,

$y=x^2$  и их графики. *Работа в программе Excel по построению и преобразованию графиков функций.* Основная цель – выработать умение применять свойства степени с целым показателем в преобразованиях и вычислениях. В данной теме формулируются свойства степени с целым показателем, дается понятие о записи чисел в стандартном виде, рассматривается умножение и деление чисел, записанных в стандартном виде, использование таких чисел в смежных дисциплинах, рассматриваются сведения о приближенных вычислениях и погрешности вычислений. *Использование приложений ПК (Excel, калькулятор) для выполнения приближенных вычислений и определения погрешности.*

**3. Квадратные корни (18 ч).** Арифметический квадратный корень, вычисление его приближенного значения. Иррациональные числа. Свойства квадратных корней. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни. *Работа в программе Microsoft Equation по преобразованию выражений, содержащих квадратные корни.* Функция  $y=\sqrt{x}$ , ее свойства и график. *Работа в программе Excel.* Основные цели – систематизировать сведения о рациональных числах и дать представление об иррациональных, выработать умение выполнять преобразование выражений, содержащих квадратные корни. Особое внимание уделяется квадратному корню и его свойствам. Продолжается работа по развитию функциональных способностей учащихся. *Создание компьютерных презентаций в программе PowerPoint.*

**4. Квадратные уравнения (20 ч).** Квадратные уравнения и его корни. Свойства корней квадратного уравнения. Дробно-рациональные уравнения. Основная цель – выработать умение решать квадратные уравнения, применять их к решению задач. Изучаются способы решения неполных квадратных уравнений. Рассматриваются методы решения с помощью формулы корней. Изучается теорема Виета и обратная ей. *Применение программирования к решению квадратных уравнений.* Учащиеся овладевают способом решения дробных рациональных уравнений, расширяющих аппарат уравнений, используемых для решения текстовых задач. *Создание информационной модели решения текстовых задач.*

**5. Целые числа. Делимость чисел (16 ч).** Множество натуральных и целых чисел. Делители и кратные числа. Свойства и

признаки делимости. Деление с остатком. Основная цель – развитие логической линии курса. Рассматриваются различные способы нахождения НОК и НОД чисел, что способствует развитию у учащихся вариативного мышления. *Создание компьютерных презентаций в программе NoteBook.*

**6. Действительные числа (16 ч).** Множество рациональных и множество действительных чисел. Числовые промежутки. Основные цели – обобщение и систематизация знаний учащихся о действительных числах, определение числовых промежутков. *Создание компьютерных презентаций в программе NoteBook.*

**7. Неравенства (20 ч).** Числовые неравенства и неравенства с переменными. Решение неравенств с одной переменной и их систем. Основная цель – выработать умение решать линейные неравенства с одной переменной и их системы. Свойства числовых неравенств составляют ту базу, на которой основано решение линейных неравенств с одной переменной. Рассмотрение здесь методов интервалов позволяет повторить основные операции с целыми и рациональными выражениями. *Применение программирования к решению неравенств.*

**8. Функции и графики (18 ч).** Преобразование графиков функций, область определения и область значений. Растяжение и сжатие, параллельный перенос графиков. Дробно-линейная функция. Основная цель – ознакомление учащихся с важнейшими функциональными понятиями и графиками функций. Данная тема является этапом систематизации знаний о функциях. Умение строить и читать графики широко используется не только в алгебре, но и в информатике, геометрии, физике. Формирование всех функциональных понятий и выработка соответствующих навыков, а также изучение конкретных функций сопровождается рассмотрением примеров реальных зависимостей между величинами, используется программа Excel для построения графиков, что способствует усилению прикладной направленности алгебры. *Работа в программе Excel по построению и преобразованию графиков функций.*

**9. Информационное моделирование математических процессов (13 ч).** Знакомство учащихся с методами информатики при планировании и анализе процессов и задач. Рассмотрение при-

меров решения прикладных задач с помощью информационного моделирования. Создание моделей.

## **10. Повторение (13 ч).**

*В алгебре 9 класса с углубленным изучением математики (Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. 6 часов в неделю, 204 часа в год) продолжается выбранная линия изложения учебного материала:*

**1. Функции, их свойства и графики (26 ч).** Четные и нечетные функции, монотонные функции, ограниченные и неограниченные функции. Исследование функций элементарными способами. Квадратный трехчлен. Разложение на множители. Квадратичная функция и ее график. Построение графиков функций. Графики функций  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ ,  $y = -f(-x)$ ,  $y = f(x)$ . *Работа в программе Excel по построению и преобразованию графиков функций.*

**2. Равносильность уравнений и неравенств (12 ч).** Высказывания и предложения с переменными. Понятия следования и равносильности. Условия равносильности уравнений, неравенств и систем. *Создание компьютерных презентаций в программе NoteBook.*

**3. Уравнения и неравенства с одной переменной (24 ч).** Целое уравнение и его корни. Способы решения целых уравнений. Решение дробно-рациональных уравнений. Неравенства второй степени, метод интервалов. Решение рациональных неравенств методом интервалов. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Решение иррациональных уравнений. *Применение программирования к решению дробно-рациональных уравнений и неравенств.*

**4. Уравнения с двумя переменными и их системы (20 ч).** Уравнение с двумя переменными, его график. Графическая интерпретация решения систем уравнений. *Работа в программе Excel.* Способы решения систем уравнений с двумя переменными. Решение задач с помощью систем уравнений. *Рассмотрение примеров решения прикладных задач с помощью информационного моделирования. Создание моделей.*

**5. Неравенства с двумя переменными и их системы (18 ч).** Линейные неравенства с двумя переменными и их системы. Неравенства и системы неравенств высших степеней с двумя переменными.

Неравенства и системы неравенств с переменными под знаком модуля. *Работа в программе Microsoft Equation по решению неравенств.*

**6. Последовательности (25 ч).** Последовательности, способы их задания. Арифметическая прогрессия. Формула  $n$ -члена и суммы первых  $n$  членов. Свойства арифметической прогрессии. Геометрическая прогрессия. Формула  $n$ -члена и суммы первых  $n$  членов. Свойства геометрической прогрессии. *Работа с формулами в программе Excel.*

**7. Решение задач составлением программ и использованием математического моделирования (30 ч).** *Решение задач средствами ИКТ на примерах готовых программ. Написание программ для решения задач алгебры составлением уравнений. Понятие математического моделирования. Примеры решения задач. Создание проектов учащимися.*

**8. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (25 ч).** Множества и операции над ними. Комбинаторные задачи. Статистика – дизайн информации. Простейшие вероятностные задачи. Экспериментальные данные и вероятности событий. *Создание компьютерных презентаций в программах PowerPoint и NoteBook.*

**9. Повторение (20 ч).** Создание компьютерного проекта.

*Модуль «Геометрия», 8 класс  
(Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.)  
2 часа в неделю, 70 часов в год)*

**1. Четырехугольники (18 ч).** Понятие многоугольника, выпуклого многоугольника. Параллелограмм, его признаки и свойства. Трапеция. Прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства. Основная цель – сформировать представление о четырехугольниках и их свойствах. Доказательства большинства теорем данного раздела проводятся с опорой на признаки равенства треугольников, поэтому вначале целесообразно повторить признаки равенства треугольников. *Компьютерные презентации в программе PowerPoint.*

**2. Площади фигур (14 ч).** Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции. Теорема Пифагора. Основные цели – сформировать понятие

площади у учащихся, развить умение вычислять площади фигур, применяя изученные свойства и формулы, теорему Пифагора. Вычисление площадей многоугольников является составной частью решения задач на многогранники в курсе стереометрии. Поэтому основное внимание уделяется формированию практических навыков вычисления площадей многоугольников в ходе решения задач. *Компьютерные презентации в программе PowerPoint.*

**3. Подобие треугольников (18 ч).** Подобные треугольники, признаки подобия. Применение подобия к доказательству теорем и решению задач. Соотношение между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. Основные цели – сформировать понятие подобных треугольников, выработать умение применять признаки подобия, научить решать прямоугольные треугольники. *Построения многоугольников в программе Paint.*

**4. Окружность (16 ч).** Касательная к окружности и ее свойства. Центральные и вписанные углы. Вписанная и описанная окружности. Основная цель – дать учащимся систематизированные сведения об окружности и ее свойствах, о вписанной и описанной окружностях. Усвоение материала происходит в ходе решения задач и доказательства теорем об окружностях, вписанных в треугольник и описанных около него. Изучаются также свойства биссектрисы угла. *Использование Microsoft Office для построения фигур. Программа Mathcad в изучении правил построения чертежей.*

### **5. Повторение (4 ч).**

*Модуль «Геометрия», 9 класс.*

*(Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.*

*2 часа в неделю, 70 часов в год)*

#### **1. Вводное повторение (3 ч).**

**2. Метод координат (16 ч).** Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой. Представление об уравнениях эллипса, гиперболы и параболы. Симметрия в координатах. Решение задач. Окружность Апполония. *Программа Mathcad в изучении правил построения чертежей.*

**3. Соотношения между сторонами и углами треугольника (20 ч).** Синус, косинус, тангенс угла. Теорема о площади треуголь-

ника. Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников. Скалярное произведение векторов и его свойства. Скалярное произведение в координатах. Применение скалярного произведения векторов к решению задач и доказательству теорем. Соотношения между сторонами и углами четырехугольника. *Работа в программе Microsoft Equation.*

**4. Длина окружности и площадь круга (9 ч).** Правильные многоугольники и их свойства. Построение правильных многоугольников. Длина окружности, длина дуги окружности. Площадь круга, сектора, сегмента. *Программа Mathcad в изучении правил построения чертежей.*

**5. Геометрические преобразования (15 ч).** Отображение плоскости на себя, понятие движения. Параллельный перенос, поворот. Центральная и осевая симметрия. Использование движений при решении задач. Композиция движений. Центральное подобие и его свойства. Использование центрального подобия при решении задач и доказательстве теорем. Понятие инверсии. Примеры использования инверсии. *Программа Mathcad в изучении правил построения чертежей.*

**6. Аксиоматическое построение геометрии (2 ч).** Некоторые сведения о развитии геометрии. Геометрия Лобачевского. Об аксиомах планиметрии. *Создание компьютерных презентаций в программах PowerPoint и NoteBook.*

**7. Повторение. Решение задач (5 ч).** *Создание компьютерного проекта.*

### **Тематическое планирование**

*Модуль «Алгебра», 8 класс (5 ч в неделю, 170 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Дроби	20	1	2
2	Степень с целым показателем	16	1	2
3	Квадратные корни	18	1	3
4	Квадратные уравнения	20	2	4

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
5	Целые числа. Делимость чисел	16	1	2
6	Действительные числа	16	1	1
7	Неравенства	20	1	2
8	Функции и графики	18	1	2
9	Информационное моделирование математических операций	13		2
10	Повторение	14	2	
	Итого	170	11	20

*Модуль «Алгебра», 9 класс (6 ч в неделю, 204 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Функции, их свойства и графики	26	2	3
2	Равносильность уравнений и неравенств	12	–	2
3	Уравнения и неравенства с одной переменной	24	2	3
4	Уравнения с двумя переменными и их системы	20	1	2
5	Неравенства с двумя переменными и их системы	18	1	2
6	Последовательности	26	2	3
7	Степень с рациональным показателем	15	1	2
8	Тригонометрические выражения и их преобразования	15	2	3
9	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	20	1	2
10	Решение задач составлением программ и использованием математического моделирования	20	1	1

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
11	Повторение	14	1	
	Итого	204	14	23

*Модуль «Геометрия», 8 класс (2 ч в неделю, 68 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Четырехугольники	14	1	1
2	Площади фигур	14	1	1
3	Подобие треугольников	20	2	2
4	Окружность	16	1	1
5	Повторение	6		
	Итого	70		

*Модуль «Геометрия», 9 класс (2 ч в неделю, 68 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Вводное повторение	3		1
2	Векторы	8	1	2
3	Метод координат на плоскости	8	1	1
4	Соотношения между сторонами и углами	20	2	4
5	Длина окружности и площадь круга	9	1	1
6	Геометрические преобразования	15	1	1
7	Аксиоматическое построение геометрии	2		
8	Повторение	5	1	
	Итого	70	7	10

## Рекомендации по оценке знаний, умений и навыков учащихся

Оценка ответа учащегося при устном и письменном опросе проводится по пятибалльной системе. Учитель может повысить оценку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос.

*Оценка устных ответов учащихся:*

Ответ оценивается оценкой «5», если ученик:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в логической последовательности, используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил чертежи, графики, рисунки, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практических заданий;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных вопросов, сформированность и устойчивость умений и навыков;
- отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов учителя.

Возможны до двух неточностей при ответе на вопрос или в выкладках, которые ученик легко исправляет при замечании учителя.

Ответ оценивается оценкой «4», если ученик удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в ответе допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание;
- допущены до двух недочетов при ответе на основной вопрос, исправленные при замечании учителя.

Ответ оценивается оценкой «3», если ученик:

- неполно или непоследовательно раскрыл содержание, но показал общее понимание вопроса и умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;

- имелись затруднения или ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные с помощью наводящих вопросов учителя;
  - ученик не справился с применением теории при выполнении практического задания нового типа, но выполнил задание обязательного уровня сложности;
  - при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных знаний и навыков.
- Ответ оценивается оценкой «2», если ученик:
- не раскрыл основное содержание учебного материала;
  - обнаружил незнание или непонимание большей части учебного материала;
  - допустил ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не смог исправить ученик даже после нескольких вопросов учителя.

### **Рекомендации по оценке письменных контрольных работ учащихся**

Оценка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решений нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок. Возможна одна описка, неточность, не являющаяся следствием незнания материала.

Оценка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущены одна-две ошибки или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках.

Оценка «3» ставится, если:

- допущены более двух ошибок или более трех недочетов, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Атанасян, Л. С. Геометрия 7–9 класс / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. – М. : Просвещение, 2010. – 384 с.
2. Атанасян, Л. С. Дополнительные главы к учебнику по геометрии для 8 класса / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. – М. : Просвещение, 2010. – 176 с.
3. Атанасян, Л. С. Дополнительные главы к учебнику по геометрии для 8 класса / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. – М. : Просвещение, 2010. – 176 с.
4. Данилова, Г. И. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика / Г. И. Данилова. – М. : Дрофа, 2006. – 192 с.
5. Завич, Л. С. Дидактические материалы по геометрии 8–11 классы / Л. С. Завич, М. И. Чинкина, Л. Я. Шляпочник. – М. : Дрофа, 2010. – 282 с.
6. Зив, Б. Г. Дидактические материалы по геометрии для 8 класса с углубленным изучением математики / Б. Г. Зив, А. Н. Некрасов. – М. : Просвещение, 2007. – 80 с.
7. Зив, Б. Г. Дидактические материалы по геометрии для 8 класса с углубленным изучением математики / Б. Г. Зив, А. Н. Некрасов. – М. : Просвещение, 2007. – 48 с.
8. Макарычев, Ю. Н. Алгебра 8 класс (с углубленным изучением математики) / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М. : Мнемозина, 2001. – 368 с.
9. Макарычев, Ю. Н. Алгебра 9 класс (с углубленным изучением математики) / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М. : Мнемозина, 2003. – 440 с.
10. Макарычев, Ю. Н. Дидактические материалы по алгебре для 8 класса с углубленным изучением математики / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М. : Просвещение, 2011. – 158 с.
11. Макарычев, Ю. Н. Дидактические материалы по алгебре для 9 класса с углубленным изучением математики / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М. : Просвещение, 2010. – 143 с.
12. Макарычев, Ю. Н. Дополнительные главы к учебнику по алгебре для 8 класса / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М. : Просвещение, 2009. – 207 с.

13. Макарычев, Ю. Н. Дополнительные главы к учебнику по алгебре для 9 класса / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М. : Просвещение , 2009. – 224 с.

14. Российская Федерация. Законы. Закон об образовании: федер. закон: [принят Гос. Думой 21 декабря 2012 г.: одобр. Советом Федерации 26 декабря 2012 г.]. – 146 с.

15. Российская Федерация. Об утверждении федеральных перечней учебников, рекомендованных к использованию в образовательном процессе в образовательных учреждениях, реализующих образовательные программы общего образования 2008/2009 учебный год: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 1089 от 5.03.2008].

16. Российская Федерация. Примерная программа по математике основного общего и среднего (полного) общего образования. – М. : Министерство образования и науки Российской Федерации, 2006. – 56 с.

17. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 17 декабря 2010 г.]. – 50 с.

18. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г.]. – 45 с.

19. Российская Федерация. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008].

## **2.2. Авторские рабочие программы для 10–11-х классов**

### *Пояснительная записка*

#### **Статус документа**

Авторская рабочая программа по математике составлена на основе федерального компонента государственного стандарта

среднего (полного) общего образования, примерной программы по математике среднего (полного) образования 2004 г. для лицеев и гимназий. Рабочая программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и дает примерное распределение учебных часов по разделам курса.

Рабочая программа выполняет две основные функции.

Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами математики.

Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Рабочая программа определяет инвариантную (обязательную) часть учебного курса, а также вариативную составляющую содержания образования. Данная программа рассчитана на углубленное изучение математики (алгебры, начал математического анализа и геометрии) в старшей школе и ориентирована на учебные пособия по алгебре и началам анализа автора Н. Я. Виленкина, по геометрии 10–11 классов автора А. С. Потоскуева. На изучение алгебры и начал анализа в 10–11 классах отводится по 204 часа в год (6 часов в неделю), на изучение геометрии – по 68 часов в год (по 2 часа в неделю). Структурирование учебного материала, определение последовательности его изучения, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития учащихся опирается на материалы, опубликованные в журнале «Математика в школе», № 6, 2008, № 3 2009, № 11 2011г.

### **Нормативные документы.**

#### **Документы, обеспечивающие реализацию программы**

1. Данилова, Г. И. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика / Г. И. Данилова. – М. : Дрофа, 2006. – 192 с.

2. Российская Федерация. Законы. Закон об образовании: федер. закон: [принят Гос. Думой 21 декабря 2012 г.; одобрен Советом Федерации 26 декабря 2012 г.]. – 146 с.

3. Российская Федерация. Региональный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008].

4. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 17 декабря 2010 г.]. – 50 с.

5. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г.]. – 45 с.

6. Российская Федерация. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008].

7. Российская Федерация. Школьный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008].

### **Структура документа**

Авторская рабочая учебная программа включает в себя три раздела: пояснительную записку, основное содержание с примерным распределением учебных часов по разделам курса, требования к подготовке учащихся 10–11-х классов (углубленный курс), рекомендации по оценке знаний, умений и навыков учащихся.

Общая характеристика учебного предмета.

В профильном курсе содержание образования, представленное в средней школе, развивается следующим образом:

- систематизация сведений о числах, формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до комплексных как способе построения нового математического

аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики, совершенствование техники вычислений;

- развитие и совершенствование техники математических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;

- систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений, знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать геометрические, физические, информационные и другие прикладные задачи;

- расширение системы сведений о свойствах плоских фигур, систематическое изучение свойств пространственных тел, развитие представлений о геометрических измерениях;

- развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;

- совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;

- формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из информатики, физики и других смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе с применением информационно-коммуникативных технологий.

## Цели

Изучение математики в старшей школе на профильном уровне направлено на достижение следующих целей:

- формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов, воспитание культуры личности, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии;

- овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для про-

должения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

- развитие алгоритмического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развития математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;

- воспитание средствами математики культуры личности, знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

### **Место предмета в федеральном базисном учебном плане**

Согласно федеральному базисному учебному плану для общеобразовательных заведений РФ на ступени среднего (полного) общего образования отводится не менее 210 часов из расчета 6 часов в неделю. При углубленном изучении математики в старшей школе количество часов в неделю увеличено до 8 за счет школьного компонента с учетом элективных курсов. Рабочая программа рассчитана на 204 часа алгебры и 68 часов геометрии в год, то есть 408 часов алгебры и 136 часов геометрии в течение 10–11-х классов. Компонент ОУ составляет 2 часа в неделю, 68 часов в год, и предназначен для проведения интегрированных уроков математика-информатика при изучении каждого раздела учебного материала (практические работы на ПК, математическое моделирование, изучение компьютерных программ, создание презентаций, программирование).

### **Требования к математической подготовке выпускников средней школы**

В ходе изучения математики на профильном уровне в старшей школе учащиеся продолжают овладение разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

1) проведения доказательного рассуждения, логического обоснования выводов, использования математического языка для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

2) решения широкого класса задач из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач;

3) планирования и осуществления алгоритмической деятельности (выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале, использования и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и результатов эксперимента, выполнения расчетов практического характера);

4) построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из физики, информатики и других смежных дисциплин и реальной жизни, проверки и оценки результатов своей работы, соотнесения их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;

5) самостоятельной работы с источником информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт.

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему знаний, умений и навыков, которую должны достигать все выпускники средней школы, обучавшиеся математике на профильном уровне, чтобы получить положительную аттестацию по предмету за курс средней школы. Эти требования структурированы по трем компонентам: «знать/понимать», «уметь», «использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». При этом последние две компоненты представлены отдельно по каждому из разделов содержания. Рамки содержания и требований, определенные стандартом, направлены на развитие учащихся и не должны препятствовать достижению более высоких уровней.

## **Обязательное содержание учебного материала**

*Модуль «Алгебра и начала анализа», 10 класс*

*(профильный уровень)*

*(Л. Г. Мордкович,*

*6 ч в неделю, 204 ч в год)*

**1. Тригонометрия (35 ч).** Повторение тригонометрических сведений из курса алгебры 9 класса. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус, тангенс, котангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного аргумента. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и обратно. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. *Вычисления по формулам тригонометрии с использованием программ Excel и Mathcad.* Преобразования тригонометрических выражений. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.

**2. Уравнения и неравенства (40 ч).** Решение рациональных уравнений и неравенств. Решение тригонометрических уравнений и неравенств. *Применение программы Mathcad для решения нелинейных уравнений и неравенств.* Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новой переменной. *Применение средств программирования для решения уравнений (создание программ).* Равносильность неравенств, уравнений, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными простейших типов. Решение систем неравенств с одной переменной. Доказательства неравенств. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств. *Работа в программе Excel по построению и преобразованию графиков функций.*

**3. Функции (45 ч).** Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Использование средств ИКТ для построения графиков. Свойства функций: периодичность, четность, нечетность, ограниченность, монотонность. Промежутки

возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функций. *Графическая интерпретация с использованием программ Mathcad и Excel.* Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Сложная функция (композиция функций). Взаимно-обратные функции. Область определения и множество значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Тригонометрические функции. Их свойства и графики, периодичность, основной период. Использование средств ИКТ для построения графиков. Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики. Использование средств ИКТ для построения графиков. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y=x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат. *Использование средств ИКТ для построения графиков. Работа в программах Mathcad и Excel по построению и преобразованию графиков функций. Применение программирования к построению графиков функций.*

**4. Начала математического анализа (45 ч).** Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Предельный переход в неравенствах. Понятие о непрерывности функций. Теоремы о непрерывных функциях. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты. Понятие о производной функции. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производная сложной и обратной функций. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Решение заданий на исследование функций и построение графиков средствами ИКТ.* Использование производных при решении уравнений и неравенств, при решении текстовых задач,

геометрических, информационных, физических задач, нахождении наибольших и наименьших значений. Примеры использования производной для нахождения наилучшего результата в прикладных задачах. *Изучение способов решения задач средствами информатики. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.* Примеры применения интеграла в геометрии, физике. *Вычисление интегралов средствами ИКТ. Работа в программах Microsoft Equation, Mathcad, Excel.* Вторая производная и ее физический смысл. *Создание математической модели.*

**5. Многочлены от одной переменной (23 ч).** Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Решение целых алгебраических уравнений. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. *Создание информационного проекта с использованием ИКТ.*

**6. Обобщающее повторение (16 ч).** *Создание итогового проекта с использованием компьютерных программ и средств программирования.*

*Модуль «Алгебра и начала анализа», II класс  
(профильный уровень)  
(Л. Г. Мордкович  
6 ч в неделю, 204 ч в год)*

**1. Функции (30 ч).** Сложная функция. Композиция функций. Взаимно-обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной. Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графика. Графики дробно-линейных функций. Показательная функция (экспонента). Ее свойства и график. Логарифмическая функция. Ее свойства и график. *Использование средств ИКТ для построения графиков.* Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y=x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат. *Использование средств ИКТ для построения графиков.*

**2. Начала математического анализа (36 ч).** Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница. Применения интеграла в практике и смежных предметах. *Вычисление интегралов средствами ИКТ. Работа в программах Microsoft Equation, Mathcad, Excel.*

**3. Уравнения и неравенства (65 часов).** Многочлены от нескольких переменных. Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений и неравенств. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новой переменной. *Применение средств программирования для решения уравнений (создание программ).* Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными простейших типов. Решение систем неравенств с одной переменной. Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. *Программа Excel в графическом способе решения. Применение программирования к построению графиков функций.* Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений. *Программа Mathcad для решения задач и выполнения построений.*

**4. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (23 ч).** Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства бино-

миальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. *Математическое моделирование как метод изучения теории вероятностей и статистики.*

**5. Итоговое повторение (40 ч). Резерв времени (10 ч).** *Создание итогового проекта средствами ИКТ.*

*Модуль «Геометрия» 10 класс.*

*(А. С. Атанасян и др.*

*2 ч в неделю, 68 ч в год)*

**1. Геометрия на плоскости. Повторение (10 ч).** Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, высот, медиан, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника. (Формула Герона. Выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружности). *Решение треугольников в программе Mathcad.* Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, углов между хордой и касательной. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. *Создание подвижных чертежей для решения задач средствами ИКТ.* Геометрические места точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест. Теорема Чевы и теорема Менелая. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек. *Создание математических моделей решения геометрических задач.* Неразрешимость классических задач на построение.

**2. Прямые и плоскости в пространстве (16 ч).** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. *Создание подвижных чертежей для решения задач средствами ИКТ.* Перпендикулярность прямых.

Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность и параллельность плоскостей. Признаки и свойства. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. *Создание подвижных чертежей для решения задач средствами ИКТ.* Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование. *Создание подвижных чертежей для решения задач средствами ИКТ.*

**3. Многогранники (16 ч).** Вершины, ребра, грани. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида. Ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная, правильная, усеченная пирамиды. Симметрии в кубе, параллелепипеде, призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве. Сечение многогранников. Построение сечений. Правильные многогранники (куб, тетраэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр). *Программы PowerPoint, NoteBook для построения пространственных фигур и сечений многогранников.*

**4. Координаты и векторы (14 ч).** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Графика в программировании.

**5. Итоговое повторение (12 ч).**

*Модуль «Геометрия», 11 класс  
(А. С. Атанасян и др.  
2 ч в неделю, 68 ч в год)*

**1. Многогранники (10 ч).** Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма, ее основания, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Сечения многогранников. Построения сечений. Представления о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр). *Программы PowerPoint, NoteBook для построения пространственных фигур и сечений многогранников.*

**2. Преобразование пространства (8 ч).** Симметрии в кубе, параллелепипеде, призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве. *Графика в программировании.*

**3. Тела и поверхности вращения (12 ч).** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения, сечения, параллельные основанию. Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник. Сфера, описанная около многогранника. Цилиндрические и конические поверхности. *Графика в программировании.*

**4. Объемы тел и площади их поверхностей (12 ч).** Понятие об объеме тел. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площадей поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади поверхности сферы. *Графика в программировании.*

**5. Резерв времени на изучение избранных тем (16 ч).** Вписанные и описанные тела. Решение сложных задач. *Создание информационного проекта по решению задач.*

**6. Повторение (10 ч).**

## **Тематическое планирование**

*Модуль «Алгебра и начала анализа»  
(профильный уровень), 10 класс  
(Л. Г. Мордкович; 6 ч в неделю, 204 ч в год).*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Тригонометрия	35	2	2
2	Уравнения и неравенства	40	2	2
3	Функции	45	2	3
4	Начала математического анализа	45	2	4
5	Многочлены от одной переменной	23	1	2
6	Обобщающее повторение	16	1	2
	Итого	204	10	15

*Модуль «Алгебра и начала анализа»  
(профильный уровень), 11 класс  
(Л. Г. Мордкович; 6 ч в неделю, 204 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Функции	30	2	2
2	Начала математического анализа	36	2	3
3	Уравнения и неравенства	65	3	4
4	Элементы комбинаторики, статистики, теории вероятностей	23	1	1
5	Итоговое повторение	16	1	1
	Итого	204	9	11

*Модуль «Геометрия», 10 класс  
(А. С. Атанасян 2 ч в неделю, 68 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Геометрия на плоскости. Повторение	10	1	1
2	Прямые и плоскости в пространстве	16	1	2
3	Многогранники	16	1	2
4	Координаты и векторы	14	1	2
5	Итоговое повторение	12	1	1
	Итого	68	5	8

*Модуль «Геометрия», 11 класс  
(А. С. Атанасян 2 ч в неделю, 68 ч в год)*

№	Тема	Кол-во часов		
		куз	к/р	с/р
1	Многогранники	10	1	1
2	Преобразование пространства	8	1	1
3	Тела и поверхности вращения	12	1	2
4	Объемы тел и площади их поверхностей	12	1	2
5	Резерв на изучение избранных тем	16	1	2
6	Повторение	10	1	1
	Итого	68	6	9

***Критерии и нормы оценочной деятельности***

Оценка «5» ставится в случае:

– знания, понимания, глубины усвоения всего объема программного материала;

– умения выделять главные положения в изученном материале, на основании фактов и примеров обобщать, делать выводы, устанавливать межпредметные и внутрипредметные связи, творчески применять полученные знания в незнакомой ситуации;

– отсутствия ошибок и недочетов при воспроизведении изученного материала, при устных ответах устранение отдельных неточностей с помощью наводящих вопросов учителя, соблюдение культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «4» предполагает:

– знание всего изученного программного материала;  
– умение выделять главные положения в изученном материале, на основании фактов и примеров обобщать, делать выводы, устанавливать внутрипредметные связи, применять полученные знания на практике;

– незначительные, негрубые ошибки и недочеты при воспроизведении изученного материала, соблюдение основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «3» ставится в случае:

– знания и усвоения программы на уровне минимальных требований программы, затруднения при самостоятельном воспроизведении, необходимости незначительной помощи преподавателя;

– умения работать на уровне воспроизведения, затруднения при ответах на видоизмененные вопросы;

– наличия грубой ошибки или нескольких негрубых при воспроизведении изученного материала, незначительного несоблюдения основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «2»:

– знание и усвоение программы на уровне ниже минимальных требований программы, отдельные представления об изученном материале;

– отсутствие умения работать на уровне воспроизведения, затруднения при ответах на стандартные вопросы;

– наличие нескольких грубых, большого числа негрубых ошибок при воспроизведении изученного материала, значительное несоблюдение основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

*Примечание.* По окончании устного ответа педагогом дается краткий анализ ответа, объявляется мотивированная оценка. Воз-

можно привлечение других учащихся для проведения анализа ответа, самоанализ, предложение оценки.

При выставлении оценки за письменную работу учитель имеет право поставить оценку выше той, которая предусмотрена критериями, если учеником работа выполнена оригинально. В этом случае оценки с анализом доводятся до сведения учащихся на следующем за письменной работой уроке. На нем же предусматривается работа над ошибками, устранение пробелов. При проведении на уроках математики практических работ с использованием компьютерной техники необходимо отслеживать соблюдение учащимися правил техники безопасности и правил работы с техникой и оборудованием.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Виленкин, Н. Я. Алгебра и начала анализа 10 класс (с углубленным изучением математики) / Н. Я. Виленкин. – М. : Мнемозина, 2006. – 335 с.

2. Виленкин, Н. Я. Алгебра и начала анализа 10 класс (с углубленным изучением математики) / Н. Я. Виленкин. – М. : Мнемозина, 2012. – 205 с.

3. Виленкин, Н. Я. Алгебра и начала анализа 11 класс (с углубленным изучением математики) / Н. Я. Виленкин. – М. : Мнемозина, 2007. – 288 с.

4. Виленкин, Н. Я. Дидактические материалы по алгебре для 10 класса с углубленным изучением математики / Н. Я. Виленкин. – М. : Просвещение, 2007. – 162 с.

5. Виленкин, Н. Я. Дидактические материалы по алгебре для 11 класса с углубленным изучением математики / Н. Я. Виленкин. – М. : Просвещение, 2007. – 153 с.

6. Данилова, Г. И. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика / Г. И. Данилова. – М. : Дрофа, 2006. – 192 с.

7. Звавич, Л. С. Дидактические материалы по геометрии 8–11 классы / Л. С. Звавич, М. И. Чинкина, Л. Я. Шляпочник. – М. : Дрофа, 2010. – 282 с.

8. Мордкович, Н. А. Алгебра и начала анализа 10 класс (профильный уровень) / Н. А. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2009. – 244 с.
9. Потоскуев, А. С. Геометрия 10 класс / А. С. Потоскуев. – М. : Дрофа, 2004. – 224 с.
10. Потоскуев, А. С. Геометрия 10 класс / А. С. Потоскуев. – М. : Дрофа, 2006. – 368 с.
11. Потоскуев, А. С. Дидактические материалы по геометрии для 10 класса с углубленным изучением математики / А. С. Потоскуев. – М. : Просвещение, 2007. – 256 с.
12. Потоскуев, А. С. Дидактические материалы по геометрии для 11 класса с углубленным изучением математики / А. С. Потоскуев. – М. : Просвещение, 2007. – 243 с.
13. Российская Федерация. Законы. Закон об образовании: федер. закон: [принят Гос. Думой 21 декабря 2012 г.: одоб. Советом Федерации 26 декабря 2012 г.]. – 146 с.
14. Российская Федерация. Об утверждении федеральных перечней учебников, рекомендованных к использованию в образовательном процессе в образовательных учреждениях, реализующих образовательные программы общего образования 2008/2009 учебный год: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации №1089 от 5.03.2008].
15. Российская Федерация. Примерная программа по математике основного общего и среднего (полного) общего образования. – М. : Министерство образования и науки Российской Федерации, 2006. – 56 с.
16. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 17 декабря 2010 г.]. – 50 с.
17. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г.]. – 45 с.
18. Российская Федерация. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Стандарт основного общего образования по математике: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 089 от 5.03.2008]

### **III. НЕКОТОРЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МЕТАПРЕДМЕТНОГО ПОДХОДА В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ В КЛАССАХ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ**

#### **3.1. Этапы внедрения ИКТ и элементов программирования в преподавание математики**

Среди школьных предметов математика занимает совершенно особое место. Важной целью обучения в профильной школе является знакомство учащихся с математикой как с общекультурной ценностью, выработка понимания ими того, что математика является инструментом познания окружающего мира и самого себя. Профильное обучение предполагает существенное увеличение доли самостоятельной познавательной деятельности, использования активных методов обучения, практической деятельности учащихся, особое место в которой принадлежит проектной деятельности.

В последнее время появилось множество технических и программных средств, способных повысить эффективность изучения точных дисциплин, таких как математика. Однако методология их применения на занятиях в основной и средней школе пока изучена слабо. Одним из способов использования средств информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) и программирования в образовательном процессе является метапредметный подход, включающий в себя систему спецкурсов и интегрированных уроков.

Главной целью применения данного подхода является активизация познавательной деятельности учащихся, а также углубление

знаний и практических умений. Кроме того, внедрение ИКТ способствует созданию дополнительной мотивации к изучению предмета, позволяет применить новые ФГОС на практике [19; С.29]. Проведение интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования позволяет рассмотреть отдельные темы математики с различных позиций, а также использовать современные программно-технические средства для решения прикладных задач, повышая тем самым результативность обучения.

Интегрированные уроки построены на деятельностной основе с применением проблемно-исследовательской технологии. При этом учащимся предоставляется великолепная возможность проявить себя в позиции творческого субъекта, включиться в деятельность с целью самореализации, проявить свой интерес и активность, шире развить познавательные процессы.

Первым этапом внедрения в практику таких уроков является использование уже имеющихся компьютерных программ самим учителем. Далее к подготовке уроков можно привлекать учащихся. Второй этап предполагает, что учитель руководит группой учащихся, которые пишут программы для решения заданий по математике или физике. Заключительным этапом внедрения системы является самостоятельное создание учащимися программ для изучения либо целых тем, либо отдельных вопросов для изучения тем математики.

В пособии рассмотрены методы внедрения ИКТ и программирования в преподавание математики в школах с углубленным изучением математики и информатики. При этом в 8–11 классах на изучение математики отведено 8 часов в неделю, на изучение информатики – 4 часа. Преподавание этих предметов ведется по специальной программе не целым классом, а при условии деления класса на группы, численностью не более 15 человек.

При проведении интегрированных уроков используются различные программные и технические средства, соответствующие изучаемой теме. Наиболее универсальным способом – как для изучения нового материала, так и для повторения – являются презентации, создаваемые в программах MS PowerPoint и Smart Notebook. Данные программы позволяют использовать различные эффекты: анимация, звуковое сопровождение, интегрировать чер-

Из 100 компакт-дисков 6 не пригодны для записи. Найти вероятность того, что случайно выбранный диск пригоден для записи?

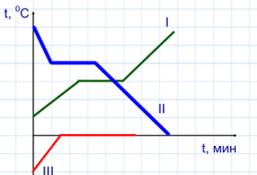


4 0,94

5 0,65

6 0,7

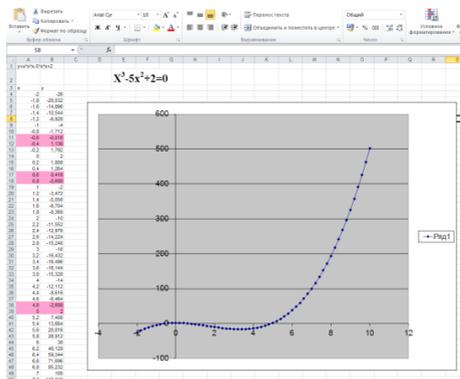
Составьте условие задачи, дополнив изображение необходимыми данными. (можно использовать справочник по физике)



*Рис. 1. Фрагменты презентаций, созданных в MS PowerPoint и Smart Notebook*

тежи, графики, видеофрагменты и т. д. Примером служит создание математического лото в MS PowerPoint. Применить эту игру можно и при изучении нового материала, и при отработке основных вопросов темы, и при проверке выполненных заданий. Правильно подобранные вопросы позволяют применять лото на разных ступенях обучения. Программа Smart Notebook позволяет создавать презентации для дальнейшего использования с применением интерактивной доски, что позволяет на любом этапе урока привлекать учащихся к работе, заменять какие-либо данные в презентации, добавлять новые сведения, решать задания и т. п.

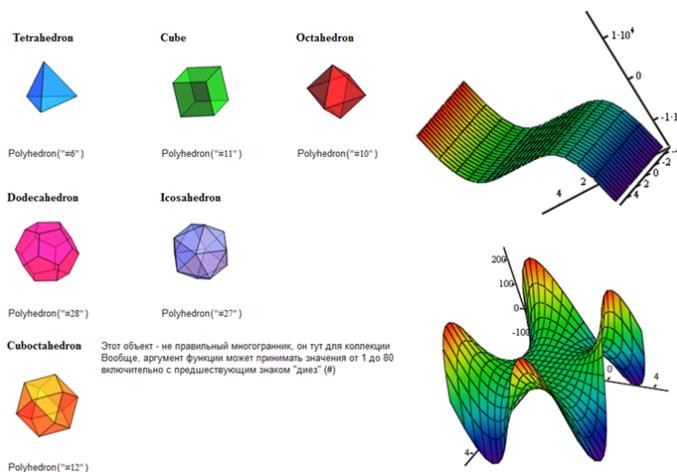
На уроках математики также широко используются программы MS Excel, GeoGebra, Golden Software Grapher и утилита MS



*Рис. 2. Использование программы MS Excel для изучения графиков функций*

Equation, например при изучении тем «Построение графиков функций», «Вычисление значений функций по формуле», «Вычисление значений выражений», «Графический способ решения уравнений», а также при проведении различных физических экспериментов и анализе данных.

Также при изучении многих тем математики используется система автоматизированного проектирования (САПР) Mathcad. Данный программный комплекс позволяет производить символьные вычисления, преобразования формул, решать уравнения различных степеней, тригонометрические уравнения, а также системы линейных и нелинейных уравнений, исследовать функции и строить плоские и объемные графики (в том числе фигуры, заданные параметрически). Кроме того, Mathcad используется при подготовке к ГИА и ЕГЭ.



**Рис. 3.** Использование САПР Mathcad при изучении некоторых тем математики

Таким образом, применение существующих программно-технических средств позволяет осуществить метапредметный подход в изучении курса математики.

Более высокий уровень применения исследуемого подхода предусматривает разработку учащимися собственного программного обеспечения для изучения некоторых тем математики. В рам-

ках спецкурсов по программированию автором совместно с учащимися были созданы в интегрированной среде разработки Delphi XE и САПР Mathcad следующие проекты:

1) для изучения тем алгебры:

- программа для решения нелинейных уравнений методами дихотомии, проб, хорд, касательных, итераций;
- программа для решения задач о поставках;
- программы для решения транспортных задач;
- программы для дифференцирования и интегрирования функций методами Симпсона, прямоугольника и трапеции;
- программа для исследования свойств функций с использованием аппроксимации;
- программа для решения разных видов квадратных уравнений и неравенств;
- применение теории фракталов;
- проведение вычислительных экспериментов с использованием программирования;
- решение транспортных задач с помощью системы Mathcad;
- решение систем линейных уравнений матричными методами;

2) для изучения тем геометрии:

- программы для построения в трехмерной декартовой системе координат куба и сферы в среде Delphi XE;
- программы для построения тел вращения и поверхностей в системе Mathcad;
- программа для изучения темы «Пирамида», а также решения задач, связанных с ней;
- программа для доказательства теоремы Пифагора, в которой рассмотрены 11 способов доказательства;
- моделирование поверхностей с помощью геоинформационной системы Golden Software Surfer.

Эти программы успешно используются при проведении интегрированных уроков алгебры и геометрии. Кроме того, при помощи программ Golden Software Surfer и RealFlow были созданы 3D-модели гидродинамических процессов для изучения свойств физических процессов и явлений, которые затем анализируются на уроках математики.

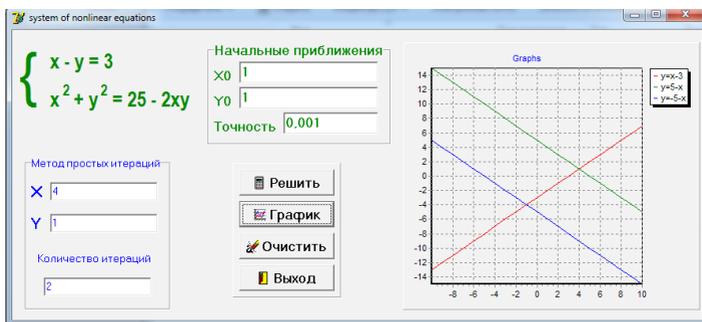
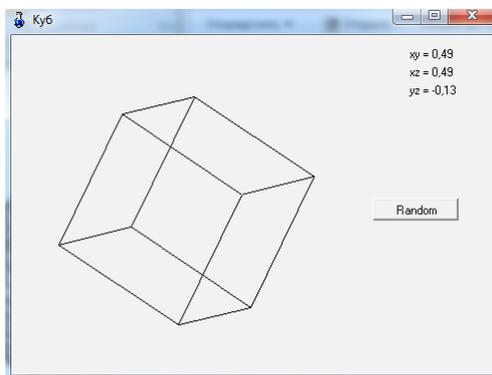
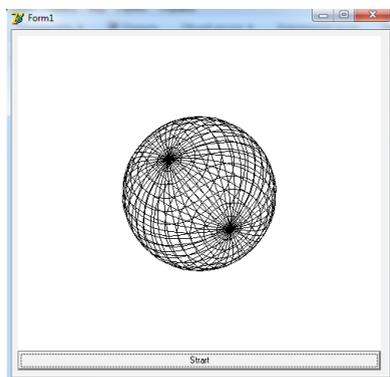


Рис. 4. Программы для изучения тем алгебры и геометрии

## 3.2. Примеры конспектов интегрированных уроков математики

### 3.2.1. Конспект уроков повторения в 9 классе (2 урока)

*Тема уроков:* «Решение заданий по материалам ГИА». (Сборник под ред. Семеновой, Яценко).

*Цель уроков:* решение заданий по материалам ГИА с применением средств ИКТ и программирования. Выбор рациональных способов решения.

#### Ход 1-го урока:

##### ПОВТОРЕНИЕ.

*Организационный момент.* Сообщить тему урока, цель, план урока.

*Тестирование по теоретическому материалу.* Тест с использованием локальной компьютерной сети. Задания сбросить на ученические ноутбуки. Проверка через мультипроектор и экран.

*Разгадать кроссворд, созданный в программе PowerPoint учащимся.*

*Математическое лото, созданное в программе PowerPoint учащимся.*

Закрепление изученного материала.

1. Решение заданий части 1 по слайдам презентации. На каждый слайд – до 25 сек., ответы учащиеся записывают в Equation, затем сбрасывают ответы по сети на учительский компьютер. Проверка заданий части 1 по слайдам презентации учащимися.

2. Решение заданий разными способами (математическим, используя программирование, используя информатику). Задания заготовить на слайдах презентации в программе Notebook. *У доски решают одновременно четыре учащихся.*

*Задание № 4 по мат. ГИА, вариант 19:*

$$2(x^2 - 40) = -x^2 + 6(x + 4) + 1.$$

Класс решает математическим способом (один учащийся с обратной стороны доски), один учащийся – используя программирование на Delphi

*Задание № 8 по мат. ГИА, вариант 1:*

$$x^2 + 4x - 12 > 5x.$$

Класс решает математическим способом (один учащийся с обратной стороны доски), один учащийся – используя программирование, второй учащийся – объясняя способ решения, в Mathcad – третий учащийся.

*Задание № 20 по мат. ГИА, вариант 1:*

Тело брошено вниз. Закон движения  $S = vt + 5t^2$ . Какое расстояние пролетит камень, брошенный с высоты 140 м за 4 с, если начальная скорость равна 2 м/с?

Класс решает математическим способом (один учащийся с обратной стороны доски), второй учащийся – используя программирование на Delphi.

*Задание № 21 по мат. ГИА, вариант 18:*

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 25 - 2xy \end{cases}$$

Класс решает математическим способом (один учащийся с обратной стороны доски), в Mathcad и используя программирование на Delphi (двое учащихся).

## **Ход 2-го урока:**

*Задание № 21 по мат. ГИА, вариант 3:*

С обратной стороны доски заготовлено на перемене решение уравнения  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ .

Способы решения нелинейных уравнений с использованием программирования и решение данного уравнения в программе Delphi – один учащийся.

*Задание № 23 по мат. ГИА, вариант 30:*

$$y = (x^4 + 2x^3) / (x^2 + 2x) + 1.$$

Построить график и определить, при каких значениях в прямая  $y = b$  имеет с графиком одну общую точку.

Класс решает математическим способом (один учащийся с обратной стороны доски), в Mathcad – второй учащийся, в Excel – третий учащийся.

*Задание № 22 по мат. ГИА, вариант 11:*

Из пункта А в пункт В, расположенный на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 36 км/ч. Как только автобус проехал пятую часть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины в километрах в час.

Один учащийся – математическим способом, второй – в Mathcad.  
 $x$  – скорость машины.  $100/x$  – время пути машины.

$(100 - 100 \times 0,2)/36$  – время, в течение которого машина догоняла автобус.

$$(100 - 100 \times 0,2)/36 = 100/x$$

$$80/36 = 100/x$$

$$80 \times x = 3600$$

$$x = 45$$

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

*Уравнение составляют в программе Microsoft Equation. Решение уравнения в программе Mathcad. График можно строить в программах Excel, Mathcad. Проверка по слайдам презентации Notebook.*

Решение задач № 22 из вариантов № 20 или № 7 и № 23 из варианта № 12 с использованием локальной сети.

*№ 22, вариант 7*

1-я труба –  $x$  л/мин, 2-я –  $x + 5$  л/мин., отсюда:

$$400/(x+5) + 140 = 900/x$$

$$400x + 140x(x+5) = 900(x+5)$$

$$140x^2 + 200x - 4500 = 0$$

$$7x^2 + 10x - 225 = 0$$

$x = 5$ , 2-я труба пропускает  $5 + 5 = 10$  л/мин.

*№ 23, вариант № 12*

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 4)}{1 - x^2}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

*№ 22 из варианта № 20 (вместо № 22 из варианта № 7 (на выбор)).*

Туристы на лодке гребли один час по течению реки и 30 минут плыли по течению, сложив весла. Затем они три часа гребли вверх

по реке и прибыли к месту старта. Через сколько часов с момента старта вернулись бы туристы, если бы после часовой гребли по течению они сразу стали грести обратно? Скорость лодки при гребле в стоячей воде и скорость течения реки постоянны.

Пусть собственная скорость лодки  $x$ , скорость течения  $y$ . Тогда скорость по течению  $x+y$ , против течения  $x-y$ . Расстояние, пройденное за 1 час по течению, равно  $x+y$ , по течению без гребли  $0,5y$ . Все расстояние равно  $x+y+0,5y=x+1,5y$ . Это же расстояние туристы прошли против течения со скоростью  $x-y$  за 3 часа. Тогда  $x-y=(x+1,5y)/3$ , упростим:

$$3x-3y=x+1,5y, 2x=4,5y.$$

Выразим  $y$  через  $x$ :  $y=4x/9$ . Скорость по течению  $x+y=x+(4x/9)=13x/9$ , это одновременно и расстояние по течению за 1 час. Скорость против течения  $x-y=x-(4x/9)=5x/9$ . А расстояние одно и то же, тогда время против течения:  $(13x/9):(5x/9)=13/5=2,6$ . К этому времени надо прибавить 1 час по течению:  $2,6+1=3,6$  часа.

*С помощью локальной сети выставить оценки.*

Домашнее задание: № 7, № 22, № 23 (вариант 17).

## РЕФЛЕКСИЯ

Подведение итогов урока. Выводы. Оценки за урок. Оценки выставляются с учетом всех этапов урока: тестирование по повторению; решение заданий части 1; работа у доски и с места; итоги с/р. На экран периодически (по мере выполнения заданий) выводится таблица оценок:

*Таблица 1*

**Итоговая таблица по результатам урока**

Код имени	тестирование	решение заданий части 1	работа на уроке	самостоятельная работа
А.Д.				
А.А.				
Д.Е.				
К.В.				
Д.Е.1				

Код имени	тестирование	решение заданий части 1	работа на уроке	самостоятельная работа
З.Л.				
К.Р.				
К.Е.				
К.В.1				
Р.А.				
С.А.				
С.И.				
С.Ю.				
С.А.1				
С.Е.				

Сигналим карточками:

Весь материал понят и хорошо усвоен.

Настроение отличное. Мне было интересно.

Испытываю чувство удовлетворения от работы на уроках.

Некоторые задания мне не совсем понятны.

Испытываю чувство досады и усталости.

### ***3.2.2. Конспект урока повторения в 11 классе***

*Тема урока:* «Решение текстовых задач на проценты».

УМК:

1. Белошестая, А. В. Математика. Тематическое планирование уроков подготовки к экзамену / А. В. Белошестая. – М. : Экзамен, 2005. – 256 с.

2. Варламова, Т. П. Обновление структуры и содержания математического образования в общеобразовательной школе / Т. П. Варламова. – Южно-Сахалинск : издательство СОИП и ПКК, 2004. – 72 с.

3. Клово, А. Г. Экзаменационные материалы для подготовки к ЕГЭ. ЕГЭ-2006. Математика / А. Г. Клово. – М. : Федеральное учреждение «Федеральный центр тестирования», 2005. – 111 с.

4. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа 10–11 класс (учебник для общеобразовательных учреждений) / А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2000. – 336 с.

*Цели урока:*

- Когнитивные. Восстановить и оживить знания и умения учащихся по решению текстовых задач на примере задач на проценты.

- Практикологические. Погрузить учащихся в научно-практическую деятельность открытия новых знаний, вырабатывать умение выстраивать самостоятельную деятельность, корректировать и оценивать свою деятельность.

- Ценностные. Формировать умение вести диалог, отстаивать свою точку зрения, использовать учебные знания в будущей жизни.

*Структура урока:*

1. Организационный момент. Учитель приветствует ребят, желает им успешной работы на уроке.

2. Актуализация знаний.

3. Устная работа.

На доске предложены задания:

Найти 30 % от числа 220.

Сколько % составляет число 15 от числа 75?

Найти число, 20 % которого равны 12.

Какое число, увеличенное на 13 %, составляет 226?

В сентябре зарплата учителя была 10000 рублей, в октябре ее повысили на 20 %, а в ноябре понизили на 20 %. Какой она стала?

А. Такая же Б. Уменьшилась В. Увеличилась

Анализ решения задачи проводится устно. Правильный ответ аргументируется.

4. Постановка проблемы.

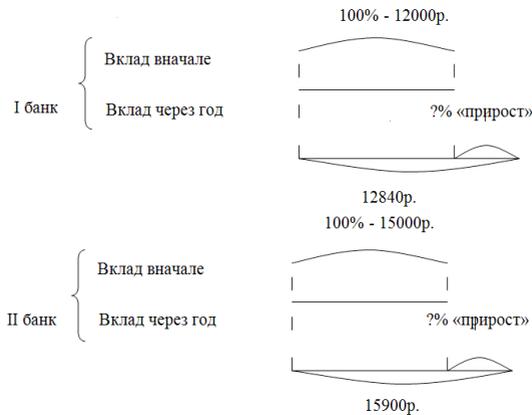
Устные задания готовят учащихся к решению задач на проценты. В качестве проблемы предлагаем использовать составление модели к решению следующей задачи:

В одном банке вклад 12 000 рублей через год превратился в 12 840 рублей, а в другом банке вклад в 15 000 рублей превратился в 15 900 рублей. В какой банк выгоднее вкладывать деньги?

Повторить основную формулу процентов:  $b = a \times (p / 100)$ , где  $a$  – число,  $b$  – часть величины,  $p$  – процентное соотношение

Провести анализ условия задачи, выделить, что дано, какой главный вопрос задачи.

Предложить учащимся составить свои варианты записи условия задачи. Через 3 минуты рассмотреть все предлагаемые гипотезы. Выбрать наиболее эффективный способ – модель, которая заготовлена заранее и проектируется с помощью мультимедиа аппаратуры 100% – 12 000 руб.



**Рис. 5.** Схема к текстовой задаче.

Если данная модель не предложена учащимися, то ее вводит учитель.

Используя формулу, получим  $p_1 = 107\%$ ,  $p_2 = 106\%$ .

Ответ: в первом банке выгоднее хранить сбережения.

5. Данное решение учащиеся проводят самостоятельно с последующей проверкой ответов.

6. Закрепление знаний.

Учащимся предлагается привести примеры использования задач на проценты на практике, тем самым устанавливается связь математики с другими разделами науки (экономика, банковское дело, строительство, сельское хозяйство и др.). Далее учитель сообщает, что на уроке будут предложены задачи прикладного характера. Перед учащимися ставится проблема использования нужной формулы для расчета сложных и простых процентов.

Задача. Начальный вклад клиента составляет 1 000 рублей. Годовая процентная ставка 40%. Каким станет вклад через 3 года,



8. Подведение итогов.

Чему научились? Стали ли мудрее? Ведь в толковом словаре мудрый – это обладающий большим умом, дальновидностью, основанной на больших знаниях, опыте. Мудрость – глубокий ум, опирающийся на жизненный опыт. Математика помогает быть мудрее.

### ***3.2.3. Конспект уроков в 10 классе «Формулы приведения» (2 урока)***

*Задачи уроков:*

#### **1. Образовательные:**

- закрепить умение находить четверть и знак тригонометрических функций;
- закрепить умения использовать формулы сложения при упрощении тригонометрических выражений;
- вывести формулы приведения;
- выработать первичные навыки использования формул приведения;
- отработать алгоритм применения формул приведений;
- выполнить тест в качестве работы над ошибками по предыдущему материалу (для части учащихся).

#### **2. Общеучебные:**

- формировать умение работать группой;
- формировать умение делать логические заключения от частных случаев к общему выводу;
- умение работать с компьютером и проходить компьютерное тестирование;
- пользоваться умением самопроверки.

#### **3. Развивающие:**

- интеллектуальное, эмоциональное, личностное развитие ученика;
- развивать умение обобщать, систематизировать на основе сравнения, делать вывод;
- активизация самостоятельной деятельности (деятельностный подход в обучении);
- развивать познавательный интерес;
- развивать наглядно-действенное творческое воображение.

**Воспитательный аспект:** способствовать формированию у учащихся чувства толерантности, стимулировать согласованное взаимодействие между учащимися, отношения взаимной ответственности и сотрудничества.

Воспитание коммуникативной и информационной культуры учащихся; умение учащихся данной группы построить на короткое время взаимодействия, исходя из особенностей задач.

*Эстетическое воспитание* осуществляется через формирование умения рационально, аккуратно оформлять задание на доске и в тетради, через наглядные и дидактические пособия.

**Предполагаемые результаты обучающихся:**

**Знать:** формулы приведения.

**Уметь:** определять четверть и знак тригонометрических функций; использовать формулы сложения при упрощении тригонометрических выражений.

**Форма урока:** практикум, с элементами исследования.

**Форма организации обучения:** фронтальная, индивидуальная, в парах.

### Ход урока

**1. Организационный момент.** На доске заготовить единичную окружность (введение в тему урока, формирование целей), обращение внимания на написание слова «ПРИВЕДЕНИЯ».

– Как вы понимаете это слово? Что значит формулы приведения? (делается вывод, что какое-то более сложное выражение будем приводить к определенному, более простому виду).

А сейчас я вам хочу зачитать одну восточную притчу:

«Однажды султан решил выбрать из своих придворных первого помощника. Он подвел всех к огромному дверному замку. «Кто откроет, тот и будет первым помощником». Никто не притронулся даже к замку. Лишь один визирь подошел и толкнул замок, который открылся. Он не был закрыт на ключ. Тогда султан сказал: «Ты получишь эту должность, потому что полагаешься не только на то, что видишь и слышишь, но надеешься на собственные силы и не боишься сделать попытку». И вам сейчас предстоит сделать попытку добыть новые знания. Для того чтобы успешно справиться с работой на уроке, нам необходим материал предыдущих занятий. И первое, что нам необходимо повторить, – это

тригонометрический круг, значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса различных углов.

## 2. Работа устно:

Для проведения устной работы используется презентация.

**1-е задание.** Тригонометрический круг – тренажер. Точка-смайлик скользит по кругу, останавливаясь то на осях координат, то на различных точках круга. Учитель называет ученика, и тот быстро называет значение точки (либо угол в радианах, либо значения синуса, косинуса, тангенса или котангенса на осях) (5 мин).

**2-е задание.** Определить знак тригонометрических функций (5 мин).

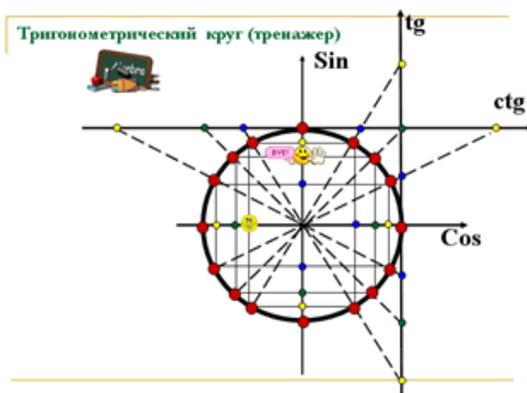


Рис. 6. Тригонометрический тренажер

Определить знак тригонометрических функций,  $\alpha$  - (острый угол)

$\sin 194^\circ$

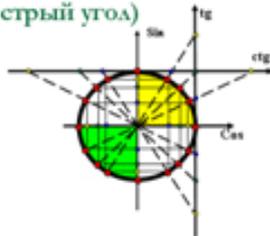


Рис. 7. Знаки тригонометрических функций

### Ответы на задание №2:

#### Определить знак тригонометрических функций

$\text{Sin } 194^\circ < 0$ (2 ч.ч.)	$\text{tg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right) > 0$ (3 ч.)	$\text{ctg}(2\pi + \alpha) > 0$ (1 ч.)	$\text{Sin } \frac{7\pi}{6} < 0$ (3 ч.)
$\text{ctg } \frac{\pi}{6} > 0$ (1 ч.)	$\text{ctg}(\pi + \alpha) > 0$ (3 ч.)	$\text{Sin}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0$ (2 ч.)	$\text{Cos } 150^\circ < 0$ (2 ч.)
$\text{Cos } \frac{2\pi}{3} < 0$ (2 ч.)	$\text{Cos } 120^\circ < 0$ (2 ч.)	$\text{tg}(2\pi - \alpha) < 0$ (4 ч.)	$\text{Sin}(\pi + \alpha) < 0$ (3 ч.)

**3-е задание.** Устно по слайдам: продолжи равенство.

– Итак, мы повторили материал, который вам понадобится, и теперь приступаем к выводу общего мнемонического правила работы с формулами приведения.

– Далее предстоит работа в четырех группах. Сейчас каждой группе предстоит сделать попытку добыть новые знания, используя предыдущий опыт, предыдущие знания. Каждой группе дается задание заполнить таблицу. Конечные результаты заносятся в общую таблицу, которая у вас на столе. На сером поле – «четверть» нужно проставить номер той четверти, куда попадает ваша исходная функция. *Когда группа заполнит таблицу полностью, кто-либо из группы выносит результаты на интерактивную доску.* Объединив результаты работы четырех групп, вы сами откроете и сформулируете новое правило работы с формулами приведения (дается время, на доске заготовлены четыре таблицы).

#### Вопросы группам после заполнения таблицы на доске:

Что произошло с названием функции, поменялась ли функция?

Какой знак стоит перед функцией в правой полученной части?

Попробуйте найти закономерность между получившимся знаком перед функцией и номером четверти, которая на сером поле.

(Группы отвечают на вопросы. Ответы фиксируются учителем.)

– У первой и второй группы названия функции поменялись, а у третьей и четвертой остались прежними. Обратите внимание на углы, через которые вы приводили к углу 1-й четверти: углы  $\frac{\pi}{2}$ ;  $\frac{3\pi}{2}$  располагаются на тригонометрическом круге по вертика-

ли, их будем называть «рабочими углами»,  $\pi$ ,  $2\pi$  углы располага-

Таблица 3

Таблица первой группы

$x$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	четверть	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	четверть
$\sin x$				
$\cos x$				
$\operatorname{tg} x$				

 $\alpha$  – острый угол

Таблица 4

Таблица второй группы

$x$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	четверть	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	четверть
$\sin x$				
$\cos x$				
$\operatorname{tg} x$				

 $\alpha$  – острый угол

Таблица 5

Таблица третьей группы

$x$	$\pi - \alpha$	четверть	$\pi + \alpha$	четверть
$\sin x$				
$\cos x$				
$\operatorname{tg} x$				

 $\alpha$  – острый угол

Таблица 6

Таблица четвертой группы

$x$	$2\pi - \alpha$	четверть	$2\pi + \alpha$	четверть
$\sin x$				
$\cos x$				
$\operatorname{tg} x$				

 $\alpha$  – острый угол

ются на тригонометрическом круге по горизонтали, их будем называть «спящими углами». Получившийся знак перед функцией совпадает со знаком исходной функции.

– Итак, мы прослушали ответы всех групп и вывели 32 формулы. Это и есть формулы приведения. Мы приводим к функции угла 1-й четверти. Сможете ли вы их запомнить? Их не нужно запоминать механически. Давайте попробуем сделать общий вывод по результатам работы всех групп и сформулируем мнемоническое правило, которое позволит вам в дальнейшем самим быстро написать все формулы, которые будут необходимы. Ключевые моменты: название функции, знак функции. **Я начинаю предложение, а вы продолжаете:**

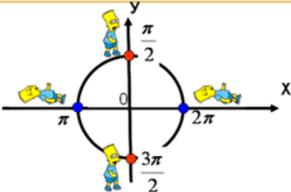
Если приведение к углу  $\alpha$  выполняется через вертикальные «рабочие» углы  $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \dots$ , название... (функции меняется на кофункцию, синус на косинус, тангенс на котангенс и наоборот).

Если приведение к углу  $\alpha$  выполняется через горизонтальные «спящие» углы, то (название функции не меняется).

В правой части формулы ставится тот знак, ... (который имеет функция левой части) или – знак правой части определяется по знаку функции в правой части.

## Правило





	Приведение через «рабочие» углы: $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$	Приведение через «спящие» углы: $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$
Название функции	Меняется на кофункцию	Не меняется
Знак	Определяется по знаку функции в левой части формулы	

Рис. 8. Мнемоническое правило формул приведения

Смотрим на слайд и записываем правило в тетрадь в виде таблицы

– Где же применяются формулы приведения? Одно из применений – нахождение значений тригонометрических функций различных углов с помощью приведения к углу 1-й четверти.

**Решение упражнений с комментированием учащихся с места:**

$$1) \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = \operatorname{tg} 1\frac{1}{4}\pi = \operatorname{tg} \left( \pi + \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$$

$$2) \cos \frac{5\pi}{3} = \cos 1\frac{2}{3}\pi = \cos \left( 2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$3) \operatorname{tg} \left( -\frac{2\pi}{3} \right) = -\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = -\operatorname{tg} \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$4) \sin \left( -\frac{13\pi}{6} \right) = -\sin 2\frac{1}{6}\pi = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

Второе применение – упрощение тригонометрических выражений. Выполнить в тетрадях и на интерактивной доске. Упростить:

$$\frac{\cos(180 + t) \cdot \cos(-t)}{\sin(-t) \cdot \sin(90 + t)}$$

Самостоятельная работа по вариантам (решение заготовлено с обратной стороны доски).

нечетные парты	четные парты
№9.7(б), №9.9(в)	№9.7(а), №9.9(б)

Проверка.

**Домашнее задание:** правило №9.6 (весь), №9.10 (а, б) №9.11(б).

### 3. Итог урока:

– Что вы сегодня узнали? (Как привести к функции угла 1-й четверти)

Кто сможет повторить правило?

Оценки за урок.

Но самый главный итог не в том, что вы узнали новое правило, а в том, что вы его вывели и получили самостоятельно. Помните

притчу, которую я прочитала вам в начале урока? Так вот, главный итог в том, что вы полагались не только на то, что видели и слышали от меня, но надеялись на собственные силы и не боялись сделать попытку и получить результат самостоятельно и поэтому все замки сегодня для вас оказались открытыми.

### **3.2.4. Конспект обобщающих уроков в 8 классе по теме «Квадратные уравнения. Способы решения» (2 урока)**

**Тема урока:** «Квадратные уравнения. Способы решения».

**Цели урока:**

- обобщить и систематизировать знания учащихся по теме: «Квадратные уравнения»;
- познакомить учащихся с устными способами решения квадратных уравнений;
- рассмотреть нестандартные способы решения квадратных уравнений;
- расширить кругозор учащихся;
- повысить интерес к истории математики, к предмету.

**Оборудование:** карточки «Виды квадратных уравнений», «Формулы корней», таблицы Брадиса, циркули, линейки.

#### **Ход урока**

**Первый этап: организационный момент**

Учитель зачитывает высказывание «Уравнение представляет собой наиболее серьезную и важную вещь в математике» и четверостишие Чосера, сообщает тему и цель урока.

**Второй этап: повторение**

*Работа в сети:*

Ответ на вопросы:

1. Общий вид полного квадратного уравнения.
2. Виды неполных квадратных уравнений.
3. Общий вид приведенного квадратного уравнения.
4. Способы решения квадратных уравнений.
5. Можно ли, не решая уравнения, определить, имеет ли оно корни или нет?
6. Свойства коэффициентов квадратного уравнения.

7. Какие ученые-математики занимались изучением квадратных уравнений?

8. Теорема Виета.

*Проверка по слайду в программе Notebook.*

Задание на соотнесение формул, названий и уравнений: (*работа со слайдом Notebook*).

**Задание.** Найти уравнения, для которых указанный способ решения будет наиболее простым, и узнать имя математика, занимавшегося изучением квадратных уравнений. Один учащийся записывает буквы на доску.

**Вопросы:**

1. Какое уравнение можно решить извлечением квадратных корней?

2. Какое уравнение решается вынесением общего множителя за скобки?

3. Какое уравнение можно решить, представляя в виде квадрата двучлена?

4. В каком уравнении надо применять общую формулу корней?

5. Какое уравнение решается по формуле, используя второй четный коэффициент?

6. Какое уравнение удобно решить по теореме Виета?

7. Какое уравнение можно решить разложением разности квадратов?

Е  $5y^2 - 6y + 1 = 0$ ,

Ш  $x^2 = 7$ ,

Т  $6x^2 + 12x = 0$ ,

Л  $x^2 + 5x + 6 = 0$ ,

И  $x^2 + 2x + 1 = 0$ ,

Ф  $4x^2 + 7x + 3 = 0$ ,

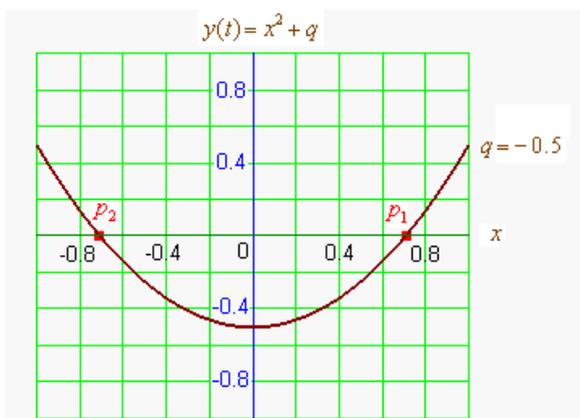
М  $x^2 - 5x = x^2 - 9$ ,

Б  $x^2 - 9 = 0$ .

После ответов на вопросы появилось ШТИФЕЛЬ.

**Задание.** Назвать геометрический смысл квадратного уравнения (*работа со слайдом Notebook*).

Графиком квадратичной функции является парабола. Решениями (корнями) квадратного уравнения называют точки пересечения параболы с осью абсцисс. Если парабола, описываемая



*Рис. 9. График квадратичной функции*

квадратичной функцией, не пересекается с осью абсцисс, уравнение не имеет вещественных корней. Если парабола пересекается с осью абсцисс в одной точке (в вершине параболы), уравнение имеет один вещественный корень (также говорят, что уравнение имеет два совпадающих корня). Если парабола пересекает ось абсцисс в двух точках, уравнение имеет два вещественных корня.

**Третий этап: исторические сведения по теме «Квадратные уравнения»** (выступает ученик с презентацией в программе PowerPoint, подготовленной самостоятельно).

Квадратные уравнения могли решать еще 2000 лет до н. э. вавилоняне, это было вызвано необходимостью находить площади земельных участков и с земляными работами военного характера, развитием астрономии и самой математики. Во всех обнаруженных текстах задачи были уже с решениями в виде рецептов, без указаний, как они были найдены, отсутствуют понятие отрицательного числа и методы решения квадратных уравнений. И только в III веке н. э. древнегреческий математик Диофант в своем основном труде «Арифметика» дал систематизированный ряд задач, сопровождаемых объяснениями и решаемых при помощи составления уравнений разных степеней. Диофант придумал два основных приема решения уравнений: перенос неизвестных в одну

сторону уравнения и приведение подобных членов, а также отрицательные числа.

В VII веке н. э. индийский ученый Брахмагупта изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме  $ax^2 + bx = c$ ,  $a > 0$ .

В IX в. н. э. среднеазиатский ученый аль-Хорезми в своем трактате «Китаб аль-джебр ва-ль-мукабала» дает классификацию линейных и квадратных уравнений. Он их насчитывает 6 видов и излагает способы их решения, причем они чисто риторические. Формулы решения квадратных уравнений по образцу аль-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака» итальянским математиком Леонардо Фибоначчи в 1202 году. Автор первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к каноническому виду  $x^2 + bx = c$  при всевозможных комбинациях знаков  $b$ ,  $c$  было сформулировано в Европе в 1544 г. М. Штифелем. Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется и у Виета, но он признавал только положительные корни. Зависимость корней уравнения от его коэффициентов были выведены Виетом в 1591 г. В современных обозначениях эта теорема записывается так: «Корнями уравнения  $(a + b)x - x^2 = ab$  являются числа  $a$  и  $b$ ».

В XVI в. итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли учитывают и отрицательные, и положительные корни. И лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Ньютона, Декарта и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

#### **Четвертый этап: систематизация и обобщение учебного материала «Квадратные уравнения. Способы решения»**

В процессе ответов на следующие вопросы учащиеся заполняют таблицу 1 (*слайд Notebook*).

1. Какие знаки могут быть у корней квадратного уравнения?
2. От чего зависят знаки корней?
3. Если корни одного знака, то какие – положительные или отрицательные? На что смотрим?

4. Если  $\frac{c}{a} > 0$  и  $\frac{b}{a} < 0$  или  $\frac{b}{a} > 0$ ?

5. А если  $\frac{c}{a} < 0$  и  $\frac{b}{a} > 0$ , то что скажем о корнях?

6. И последнее, если  $\frac{c}{a} < 0$  и  $\frac{b}{a} < 0$ , то какие корни будут?

Таблица 7

**Знаки корней (1 учащийся заполняет на интерактивной доске)**

$ax^2 + bx - c = 0$			

**Задание.** Определить, имеют ли уравнения корни, и какие они по знаку? (Первое и второе уравнения решает один учащийся у доски, третье и четвертое учащиеся решают самостоятельно).

1.  $3x^2 - 2x - 5 = 0$ , т. к. 3 и  $-5$  разных знаков, то уравнение имеет корни.  $-\frac{5}{3} < 0$ , то  $x_1$  и  $x_2$  – разных знаков, а т. к.  $-\frac{2}{3} < 0$ , то больший по модулю корень положителен.

2.  $\frac{1}{5}x^2 - 4x + 5 = 0$ , т. к.  $\frac{1}{5}$  и 5 одного знака, то найдем

$D_1 = k^2 - ac$ ,  $D_1 = 3$ . Корни есть.  $5 : \frac{1}{5} > 0$ , корни одного знака, а т. к.

$-4 : \frac{1}{5} < 0$ , то корни положительные. Далее ученики выполняют

задание самостоятельно с последующей проверкой.

3.  $4x^2 + 4x - 3 = 0$ , ответ: корни разных знаков, больший по модулю отрицательный.

4.  $5x^2 - 8x + 3 = 0$ , ответ:  $D_1 = 1$ , корни положительные.

**Учитель.** На доске записаны уравнения (таблица 2). Назовите коэффициенты в каждом уравнении и найдите их сумму, затем корни уравнения (ответы вносятся в таблицу).

**Решение квадратных уравнений  
с использованием свойства коэффициентов**

Уравнение	Сумма коэффициентов	Корни
$x^2+x-2=0$	$1+1-2=0$	$x_1=1, x_2=-2$
$5x^2-8x+3=0$	$5-8+3=0$	$x_1=1, x_2=\frac{3}{5}$
$7x^2-9x+2=0$	$7-9+2=0$	$x_1=1, x_2=\frac{2}{7}$

**Учитель.** Посмотрите на эти уравнения, их коэффициенты и корни. Попробуйте найти какую-то закономерность в корнях этих уравнений в соответствии между отдельными коэффициентами и корнями, в сумме коэффициентов.

**Ответы учеников:** один из корней равен 1, второй корень равен свободному члену или частному от деления свободного члена на первый коэффициент, сумма коэффициентов равна нулю.

**Учитель.** Какой вывод можно сделать?

**Ученик.** Если в квадратном уравнении  $ax^2+bx+c=0$  сумма коэффициентов равна нулю

$(a+b+c=0)$ , то один из корней равен 1, а другой  $\frac{c}{a}$ .

**Учитель.** Есть еще одно свойство коэффициентов. Пусть дано квадратное уравнение

$ax^2+bx+c=0$ , где  $a \neq 0$ . Если  $a-b+c=0$  или  $b=a+c$ , то  $x_1=-1$ ,  
 $x_2=-\frac{c}{a}$ .

Запись на доске и в тетрадях.

Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Они находят широкое применение при решении различных тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных, трансцендентных уравнений и неравенств, большого количества разных типов задач.

В школьном курсе математики подробно изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Имеются и другие способы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать многие уравнения. В математической науке есть десять способов решения квадратных уравнений.

Способы решения квадратных уравнений, изучаемые в школе:

- разложение левой части на множители;
- метод выделения полного квадрата;
- с применением формул корней квадратного уравнения;
- с применением теоремы Виета;
- графический способ.

Продвинутые способы решения квадратных уравнений:

- способ переброски;
- по свойству коэффициентов;
- с помощью циркуля и линейки;
- с помощью номограммы;
- геометрический.

А сейчас мы с вами рассмотрим некоторые способы решения квадратных уравнений.

**Первый способ:** использование свойств коэффициентов квадратного уравнения.

Таблица 9

**Свойство коэффициентов квадратного уравнения**

Уравнение	Свойство коэффициентов	Корни уравнения
$ax^2+bx+c=0$	$a+b+c=0$	$x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$
	$a-b+c=0$ или $b=a+c$	$x_1=-1, x_2=-\frac{c}{a}$

**Учитель.** На доске записаны уравнения. Решить их, используя свойства коэффициентов.

Ученик выполняет решение уравнений на доске, остальные записывают в тетрадях.

1.  $11x^2+27x+16=0$ ,  $11+16=27$  ( $b=a+c$ ),

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{16}{11} = -1\frac{5}{11}$$

$$2. 313x^2 - 326x + 13 = 0, 313 - 326 + 13 = 0 \quad (a + b + c = 0),$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{13}{313}.$$

**Учитель.** Второй способ применяют, когда дискриминант есть точный квадрат и легко можно найти корни уравнения, используя теорему Виета. Это метод переборки.

Рассмотрим квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  (1). Умножим обе его части на  $a$ , получим  $a^2x^2 + abx + ac = 0$ . Пусть  $ax = y$ , тогда  $y^2 + by + ac = 0$ . Его корни  $y_1$  и  $y_2$ , найдем корни уравнения (1)

с помощью теоремы Виета. Отсюда получаем  $x_1 = \frac{y_1}{a}$  и  $x_2 = \frac{y_2}{a}$ .

При этом способе коэффициент  $a$  умножается на свободный член, как бы перебрасывается к нему, поэтому его и назвали методом переборки. Решим уравнения. Учитель решает на доске, привлекая к решению учащихся.

$$\text{а) } 2x^2 - 11x + 15 = 0 \qquad \text{б) } 4x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 121 - 120 = 1$$

$$D = 9$$

$$4x^2 - 2 \cdot 11x + 30 = 0$$

$$4x^2 - 18x + 18 = 0$$

$$2x = y$$

$$2x = y$$

Получим

$$y^2 - 11y + 30 = 0$$

$$y^2 - 9y + 18 = 0$$

по теореме Виета

$$\begin{bmatrix} y_1 = 5, \\ y_2 = 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 = \frac{5}{2}, \\ x_2 = \frac{6}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 = 2,5, \\ x_2 = 3. \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} y_1 = 3, \\ y_2 = 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 = \frac{3}{2}, \\ x_2 = \frac{6}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 = 1,5, \\ x_2 = 3. \end{bmatrix}$$

Ответ: 3; 2,5.

Ответ: 3; 1,5.

Ученик решает у доски.

в)  $4x^2 + 12x + 5 = 0, D = 64$

г)  $10x^2 - 11x + 3 = 0, D = 1$

$y^2 + 12y + 20 = 0$

$y^2 - 11y + 30 = 0$

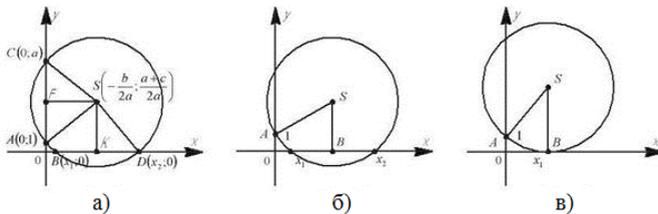
$$\begin{cases} y_1 = -10, \\ y_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-10}{4}, \\ x_2 = \frac{-2}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2,5, \\ x_2 = -0,5. \end{cases} \begin{cases} y_1 = 5, \\ y_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5}{10}, \\ x_2 = \frac{6}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0,5, \\ x_2 = 0,6. \end{cases}$$

Ответ:  $-0,5; -2,5$ .

Ответ:  $0,6; 0,5$ .

### Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

Рассказывает этот способ ученик. Чертежи проецируются на экран.



**Рис. 10.** Решение квадратных уравнений на окружности

Нам известен графический способ решения квадратных уравнений с помощью параболы. Рассмотрим еще способ нахождения корней квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  с помощью циркуля и линейки (рис. 10 а)).

«Допустим, что искомая окружность пересекает ось абсцисс в точках  $B(x_1; 0)$  и  $D(x_2; 0)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$ , и проходит через точки  $A(0; 1)$  и  $C(0; \frac{c}{a})$  на оси ординат. Тогда по теореме о секущих имеем  $OB \cdot OD = OA \cdot OC$ , от-

куда  $OC = \frac{OB \cdot OD}{OA} = \frac{x_1 \cdot x_2}{1} = \frac{c}{a}$ .

Центр окружности находится в точке пересечения перпендикуляров  $SF$  и  $SK$ , восстановленных в серединах хорд  $AC$  и  $BD$ , поэтому

$$SF = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + \frac{c}{a}}{2} = \frac{a + c}{2a}, \quad SK = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}.$$

Итак:

построим точки  $S\left(-\frac{b}{2a}; \frac{a+c}{2a}\right)$  (центр окружности) и  $A(0;1)$ ;

проведем окружность с радиусом  $SA$ ; абсциссы точек пересечения этой окружности с осью  $Ox$  являются корнями исходного квадратного уравнения.

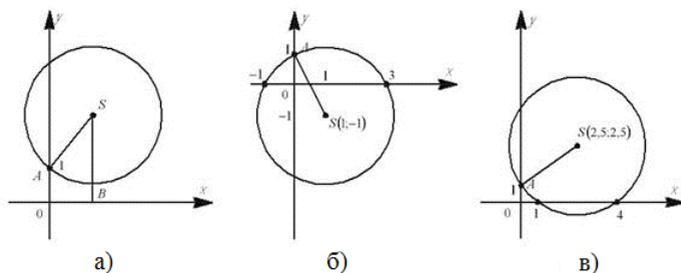
При этом возможны три случая.

1. Радиус окружности больше ординаты центра ( $AS > SB$  или  $R > \frac{a+c}{2a}$ ), окружность пересекает ось  $Ox$  в двух точках (рис. 10 (а)).  $B(x_1;0)$  и  $D(x_2;0)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$AS > SB, \quad R > \frac{a+c}{2a} \quad (\text{рис. 10 (б)}) \quad (\text{два решения: } x_1 \text{ и } x_2).$$

2. Радиус окружности равен ординате центра ( $AS = SB$ , или  $R = \frac{a+c}{2a}$ ), окружность касается оси  $Ox$  (рис. 10 (в)) в точке  $B(x_1;0)$ , где  $x_1$  – корень квадратного уравнения.

$$AS = SB, \quad R = \frac{a+c}{2a} \quad (\text{одно решение: } x_1).$$



**Рис. 11.** Пример 1-й использования окружности для решения квадратного уравнения

3. Радиус окружности меньше ординаты центра ( $AS < SB$ ,  $R > \frac{a+c}{2a}$ ), окружность не имеет общих точек с осью абсцисс (рис. 11 (а)), в этом случае уравнение не имеет решения.

$$AS < SB, R > \frac{a+c}{2a} \text{ (нет решения).}$$

### Примеры

1. Решим уравнение  $x^2 - 2x - 3 = 0$  (рис. 11 (б)).

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1, y = \frac{a+c}{2a} = \frac{1-3}{2 \cdot 1} = -1.$$

Проведем окружность с центром в точке  $S(1;-1)$  и радиусом  $SA$ , где  $A(0;1)$ .

Ответ:  $x_1 = -1, x_2 = 3$ .

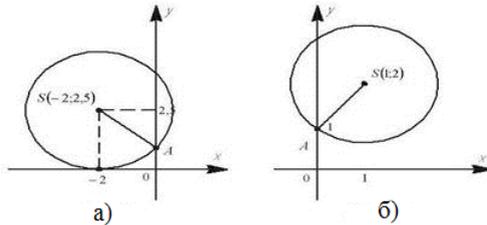
2. Решим уравнение  $x^2 - 5x + 4 = 0$  (рис. 11 (в)).

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot 1} = 2,5, y = \frac{a+c}{2a} = \frac{1+4}{2 \cdot 1} = 2,5.$$

Проведем окружность с центром в точке  $S(2,5; 2,5)$  и радиусом  $SA$ , где  $A(0;1)$ .

Ответ:  $x_1 = 1, x_2 = 4$ .



**Рис. 12.** Пример 2-й использования окружности для решения квадратного уравнения

3. Решим уравнение  $x^2 + 4x + 4 = 0$  (рис. 12 (а)).

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2, \quad y = \frac{a+c}{2a} = \frac{1+4}{2 \cdot 1} = 2,5.$$

Проведем окружность с центром в точке  $S(-2; 2,5)$  и радиусом  $SA$ , где  $A(0;1)$ .

Ответ:  $x = -2$ .

4. Решим уравнение  $x^2 - 2x + 3 = 0$  (рис. 12 (б)).

Решение. Определим координаты точки центра окружности по формулам:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1, \quad y = \frac{a+c}{2a} = \frac{3+1}{2 \cdot 1} = 2.$$

Проведем окружность с центром в точке  $S(1;2)$  и радиусом  $SA$ , где  $A(0;1)$ .

Ответ: уравнение не имеет решения.

Решить с помощью циркуля и линейки следующие уравнения:

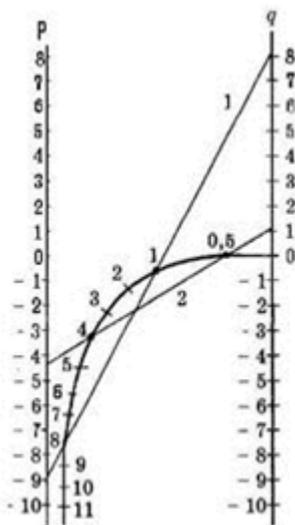
Вариант 1 1)  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ; 4)  $2x^2 - 7x + 5 = 0$ ;

Вариант 2 2)  $x^2 - 3x - 10 = 0$ ; 5)  $x^2 - 6x + 9 = 0$ .

### Решение квадратных уравнений с помощью номограммы

Этот способ решения квадратных уравнений, помещен на стр. 83 Четырехзначных математических таблиц В. М. Брадиса. Рисунок 9. Номограмма для решения уравнения  $z^2 + pz + q = 0$ . Эта номограмма позволяет, не решая квадратного уравнения, по его коэффициентам определить корни уравнения. Если дано полное квадратное уравнение, то его надо привести к приведенному квадратному уравнению  $z^2 + pz + q = 0$  (1). Затем второй коэффициент ( $p$ ) и свободный член ( $q$ ) из уравнения (1) отметить на соответствующих осях  $p$  и  $q$ , полученные точки соединить прямой.

Прямая пересекает кривую шкалу в двух точках – корнях данного уравнения, если корни положительные. Если уравнение имеет корни разного знака, то прямая пересечет кривую шкалу в одной точке – это положительный корень. Отрицательный корень находят, вычитая положительный корень из  $-p$ . Если же корни отрицательные, то по номограмме находят два положительных корня  $t_1$  и  $t_2$  для уравнения  $z^2 - pz + q = 0$ , а для уравнения  $z^2 + pz + q = 0$  корнями будут  $z_1 = -t_1, z_2 = -t_2$ .



*Рис. 13. Решение квадратного уравнения с помощью номограммы*

Решим уравнения с помощью номограммы. На доску проецируется номограмма и с помощью ее решаются уравнения. Учащиеся используют таблицу Брадиса.

а)  $z^2 - 7z + 6 = 0$ . Ответ: 6; 1.

б)  $z^2 - 4z + 4 = 0$ . Ответ: 2.

в)  $z^2 + 5z + 4 = 0$ . Ответ: -4; -1.

Пример.  $z^2 - 9z + 8 = 0$ ,  $p = -9$ ,  $q = 8$ , тогда  $z_1 = 8$  и  $z_2 = 1$ . Решим с помощью номограммы уравнение  $2z^2 - 9z + 2 = 0$ . Разделим коэффициенты этого уравнения на 2, получим уравнение  $z^2 - 4,5z + 1 = 0$ . На оси  $p$  отметим число -4,5, а на оси  $q$  число 1. Соединяем точки прямой, и номограмма дает корни  $z_1 = 4$  и  $z_2 = 0,5$  (рис. 9).

**Пятый этап: домашнее задание (прокомментировать)**

№ 641 (а, б, в), № 586.

Решить математическое лото по презентации.

**Шестой этап: самостоятельная работа (работа в сети)**

*1-й вариант*

*2-й вариант*

1. Не решая уравнения, определить знаки корней.

$2x^2 - 5x + 2 = 0$

$3x^2 + 14x + 16 = 0$

2. Решить уравнение, используя:

а) свойство коэффициентов

$x^2 + 23x + 24 = 0$

$x^2 + 15x - 16 = 0$

б) метод переброски

$3x^2 + 11x + 6 = 0$

$2x^2 + x - 10 = 0$

в) с помощью циркуля и линейки

$x^2 + 4x + 3 = 0$

$x^2 + 4x + 5 = 0$

г) с помощью номограммы

$z^2 - z - 6 = 0$

$z^2 - 9z + 8 = 0$

**Литература к урокам:**

1) Брадис, В. М. Четырехзначные математические таблицы для средней школы / В. М. Брадис. – М. : Дрофа, 2014. – 96 с.

2) Глейзер, Г. И. История математики в школе, 7–8 кл. / Г. И. Глейзер. – М. : Просвещение, 2002. – 191 с.

3) Злоцкий, Г. В. Карточки-задания при обучении математике. Книга для учителя / Г. В. Злоцкий. – М. : Просвещение, 2003. – 98 с.

4) Макарычев, Ю. Н. Алгебра 8 / Ю. Н. Макарычев. – М. : Просвещение, 2006. – 238 с.

5) Окунев, А. К. Квадратные функции, уравнения и неравенства / А. К. Окунев. – М. : Просвещение, 2002. – 145 с.

6) Первое сентября: прил. к газете «Математика» / учредитель фонд «Первое сентября». – 1996. – № 21 ; 1997. – № 10, 24 ; 1998. – № 18, 21 ; 2000. – № 40, 42 ; 2001. – № 42, 48 ; 2004. – № 35.

7) Пичурин, Л. Ф. За страницами учебника алгебры / Л. Ф. Пичурин. – М. : Просвещение, 2000. – 224 с.

8) Пресман, А. А. Решение квадратного уравнения с помощью циркуля и линейки / А. А. Пресман // Квант. – 2001. – № 4. – С. 34.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Проблема метапредметного подхода в образовании обозначена во многих документах последних лет. Достаточно вспомнить ФГОС второго поколения и Концепцию математического образования. Метапредметный подход обеспечивает целостность общекультурного, личностного и познавательного развития и саморазвития ребенка, преемственность всех ступеней образовательного процесса, лежит в основе организации и регуляции любой деятельности ученика независимо от ее специально-предметного содержания.

Метапредметный подход в преподавании любого предмета, в том числе математики, обусловлен интеграцией дисциплин. За основу методики обучения математике через систему интегрированных уроков и спецкурсов с элементами программирования принята система развивающего обучения. Цель такого обучения – готовность к саморазвитию. Школьная математика остается областью, выражающей активный, деятельностный приоритет, в отличие от пассивного запоминания фактов. Поддержание этого приоритета, его реализация при освоении приложений математики является важнейшим базовым принципом Концепции математического образования.

Общеобразовательные стандарты второго поколения ориентируют учебный школьный процесс на развитие метапредметных способностей учащихся. С помощью общепредметного содержания учебные предметы объединяются в единое, целостное содержание. Ответ на вопрос, что является результатом метапредметного обучения, который дается в ФГОС, а именно универсальные учебные действия, является недостаточно технологичным. Необходимо рассматривать в качестве метапредметного результа-

та обучения уровень развития базовых способностей учащихся: мышления, понимания, коммуникации, рефлексии, действия. Этот образовательный результат является универсальным и позволяет сопоставлять результаты обучения в любых образовательных системах [19; С. 12].

Математическая (как и вся образовательная) деятельность во все большей степени идет в информационной среде, обеспечивающей взаимодействие участников образовательного процесса, доступ к информационным источникам и инструментам, фиксацию хода и результатов образовательного процесса, возможность их автоматизированного анализа и внешнего наблюдения, индивидуальной диагностики продвижения обучающегося. Сегодня имеется возможность для подготовки выпускника, способного (с применением инструментов ИКТ) решать намного более широкий круг задач, чем раньше. Современные ИКТ могут многократно увеличить результативность дистанционной образовательной деятельности по привлечению широкого круга учащихся к занятиям математикой, их подготовки к поступлению в лучшие университеты страны и продолжению обучения там.

Установленные стандартом новые требования к результатам обучающихся вызывают необходимость в изменении содержания обучения на основе принципов метапредметности как условия достижения высокого качества образования. Учитель сегодня должен стать конструктором новых педагогических ситуаций, новых заданий, направленных на использование обобщенных способов деятельности и создание учащимися собственных продуктов в освоении знаний.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, А. Д. Геометрия 8–9 / А. Д. Александров, А. Л. Вернер. – М. : Просвещение, 2011. – 415 с.
2. Архангельский, А. Я. Приемы программирования в Delphi на основе VCL / А. Я. Архангельский. – М. : Бинوم, 2006. – 944 с.
3. Божокин, С. В. Фракталы и мультифракталы / С. В. Божокин. – М. : РХД, 2001. – 128 с.
4. Вейль, Г. Симметрия / Г. Вейль. – М. : Наука, 2001. – 192 с.
5. Гильберт, Д. Наглядная геометрия / Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен; пер. с нем. П. С. Александрова. – М. : Просвещение, 2002. – 304 с.
6. Искусство. Современная иллюстрированная энциклопедия / под ред. А. П. Горкина. – М. : Росмэн, 2007. – 1123 с.
7. Капитонова, Т. А. Методика и технология профильного обучения математике / Т. А. Капитонова. – Саратов: Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, 2012. – 115 с.
8. Коллатц, Л. Функциональный анализ и вычислительная математика / Л. Коллатц. – М. : Мир, 2009. – 448 с.
9. Концепция развития российского математического образования (версия 13 февраля 2013). – 2013. – 51 с.
10. Кроновер, Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории / Р. М. Кроновер – М. : Постмаркет, 2000. – 352 с.
11. Математический энциклопедический словарь / под ред. Ю. В. Прохорова. – М. : Советская энциклопедия, 2001. – 847 с.
12. Морозов, А. Д. Введение в теорию фракталов / А. Д. Морозов. – М. : Институт компьютерных исследований, 2002. – 160 с.
13. МОУ Красногвардейская гимназия: [Электронный ресурс]. URL : <http://ksoh2.ucoz.ru> (дата обращения : 16.05.2012).

14. Освой программирование играючи: [Электронный ресурс]. URL : <http://developer.alexanderklimov.ru> (дата обращения : 04.09.2012).

15. Пайтген, Х. О. Красота фракталов / Х. О. Пайтген, П. Х. Ритшер. – М. : Мир, 1993. – 206 с.

16. Поволжский образовательный портал: [Электронный ресурс] // Материалы Еврокомиссии от 6 марта 2008 года. URL : <http://www.vedu.ru/news4083> (дата обращения : 15.12.2011).

17. Пулькин, К. Н. Вычислительная математика / К. Н. Пулькин, Е. П. Никольская, А. М. Дьячков. – М. : Просвещение, 2000. – 176 с.

18. Российская Федерация. Законы. Закон об образовании: федер. закон: [принят Гос. Думой 21 декабря 2012 г.: одоб. Советом Федерации 26 декабря 2012 г.]. – 146 с.

19. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации 17 декабря 2010 г.]. – 50 с.

20. Российская Федерация. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: [утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 г.]. – 45 с.

21. Селевко, Г. К. Современные педагогические технологии: учебное пособие / Г. К. Селевко. – М. : Народное образование, 2008. – 256 с.

22. Сжатие данных: [Электронный ресурс]. URL : <http://www.maxime.net.ru> (дата обращения : 21.08.2012).

23. Старцева, Н. А. Информационные технологии на уроках математики / Н. А. Старцева – М. : Институт электронных программно-методических средств обучения РАО, 2010. – 150 с.

24. Уэлстид, С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии / С. Уэлстид. – М. : Триумф, 2003. – 320 с.

25. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х кн. / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2009. – Кн. 2. – 800 с.

26. Фленов, М. Е. Библия Delphi. 3-е издание / М. Е. Фленов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2011. – 674 с.

27. Фракталы: [Электронный ресурс]. URL : <http://fraktals.ucoz.ru> (дата обращения : 18.08.2012).

28. Эрлих, А. Технический анализ товарных и фондовых рынков / А. Эрлих. – М. : Инфра-М, 1996. – 156 с.

29. ЭРа: [Электронный ресурс] // Материалы Еврокомиссии от 9 декабря 2011 года. URL : [http://era.at.ua/news/evrosojuz\\_minus\\_4\\_odobreno\\_novoe\\_obrazovanie\\_v\\_ramkakh\\_evrosojuz/2011-12-09-518](http://era.at.ua/news/evrosojuz_minus_4_odobreno_novoe_obrazovanie_v_ramkakh_evrosojuz/2011-12-09-518) (дата обращения : 18.12.2011).

30. Craig, W. Numerical simulation of gravity waves / W. Craig, C. Sulem // Journal of computational physics. – 2003. – № 107. – P. 34–42. Orlando, Fla. : Academic Press, 2003. – ISSN 0021-9991.

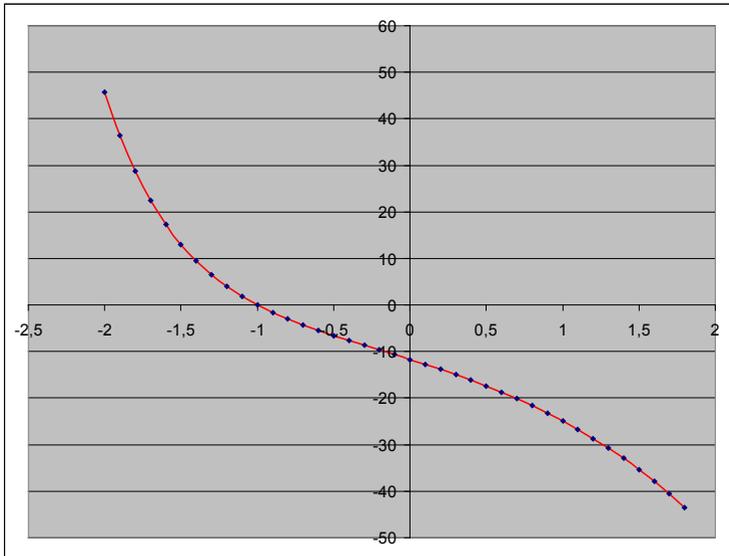
31. Maultalk.info: [Электронный ресурс]. URL : <http://maultalk.info/cgi-sys/suspendedpage.cgi> (дата обращения : 18.01.2013).

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Применение программирования к решению нелинейных уравнений

Применение программирования к решению нелинейных уравнений рассмотрим на примере решения показательного уравнения  $2^{4x+2} \times 5^{-3x-1} = 2^{x+1} \times 6,25$ .

Построим график функции  $f(x) = 2^{4x+2} \times 5^{-3x-1} = 2^{x+1} \times 6,25$ . По графику определяем, что уравнение имеет один корень, и он равен единице.



*Рис. 1. График показательной функции.*

Напишем программу:

```
unit unit1;  
interface  
uses  
  windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics,  
  Controls, Forms, Dialogs, StdCtrls, ExtCtrls, Math;  
{Описание интерфейса программы}
```

```

type
  TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    Label5: TLabel;
    Edit3: TEdit;
    RadioGroup1: TRadioGroup;
    RadioButton1: TRadioButton;
    RadioButton2: TRadioButton;
    RadioButton3: TRadioButton;
    Panel1: TPanel;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
    Memo1: TMemo;
    Memo2: TMemo;
    Label6: TLabel;
    RadioButton4: TRadioButton;
    RadioButton5: TRadioButton;
    Edit4: TEdit;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
    Edit5: TEdit;
    Label9: TLabel;
    Label10: TLabel;
    Label11: TLabel;
    Label12: TLabel;
    Label13: TLabel;
    Label14: TLabel;
    Label15: TLabel;
    procedure Button3Click(Sender: TObject);
    procedure Button4Click(Sender: TObject);
    procedure Button1Click(Sender: TObject);
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
{Объявление глобальных переменных}
var
  Form1: TForm1;
  mass:array[1..10] of integer;
  mass2:array[1..10] of real;

```

```

    w:integer;
implementation
{$R *.dfm}
{Очистка интерфейса программы}
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
begin
    edit1.clear;
    edit2.clear;
    edit3.clear;
    edit4.clear;
    edit5.clear;
    memo1.clear;
    memo2.clear;
end;
{Закрытие диалогового окна программы}
procedure TForm1.Button4Click(Sender: TObject);
begin
    close;
end;
{Уточнение интервалов, содержащих корни, и количества корней}
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var i,n,m,k,s: integer;
    x,y,y1,y2:real;
begin
    n:=strtoint(edit1.text);
    m:=strtoint(edit2.text);
    s:=0;
    w:=0;
    for k:=1 to 10 do begin
        mass[k]:=0;
        mass2[k]:=0;
    end;
    k:=0;
    y2:=power(2,4*n+2)*power(5,-3*n-1)-power(2,n+1)*25/4;
    for i:=(n+1) to m do begin
        x:=i;
        y:=power(2,4*x+2)*power(5,-3*x-1)-power(2,x+1)*25/4;
        y1:=y;
        if (y1*y2<0) then begin
            s:=s+1;
            memo1.Lines.Add(['+inttostr(i-1)+';'+inttostr(i)+'']);
            k:=k+1;
            mass[k]:=i-1;
            k:=k+1;
            mass[k]:=i;
            mass2[k-1]:=y-1;
            w:=w+1;
        end;
        if (y1=0) then begin

```

```

s:=s+1;
memo1.Lines.Add(['+inttostr(i)+';'+inttostr(i+1)+'']);
k:=k+1;
mass[k]:=i;
k:=k+1;
mass[k]:=i+1;
mass2[k-1]:=y;
w:=w+1;
end;
y2:=y;
end;
edit3.Text:=inttostr(s);
end;
{Вычисление корней с учетом заданной точности и максимального
количества итераций}
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
label lab;
var k,p,u,l,i,l2,s,j,v,g,w1:integer;
t1,t2,l1,x2,x1,x,x0,y,c,c1,h,e,r,r1,r2,alpha:real;
begin
k:=0;
e:=strtofloat(edit4.Text); //точность
r:=strtoint(edit5.Text); //максимальное количество итераций
{Метод половинного деления}
if radiobutton1.Checked then begin
memo2.Lines.add('Способ 1');
u:=0;
w1:=0;
repeat
k:=k+1;
t1:=mass[k];
k:=k+1;
t2:=mass[k];
p:=0;
u:=u+1;
c:=(t1+t2)/2;
if ((power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-power(2,c+1)*25/4)=0)
then begin
x:=c;
w1:=1;
end;
if ((power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-power(2,t1+1)*25/4)=0)
then begin
x:=t1;
w1:=1;
end;
if ((power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-power(2,t2+1)*25/4)=0)
then begin
x:=t2;

```

```

    w1:=1;
end;
if (w1=0) then begin
while abs(t1-t2)>e do begin
    p:=p+1;
    c:=(t1+t2)/2;
        if ((power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-power(2,t1+1)*
25/4)*(power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-power(2,c+1)*25/4)<0) then
            t2:=c
        else
            t1:=c;
            x:=(t1+t2)/2;
end;
end;
memo2.Lines.add(floattostr(x));
memo2.Lines.add('количество операций='+inttostr(p));
until ((t1=0) and (t2=0));
memo2.Lines.Delete(2*u);
memo2.Lines.Delete(2*u-1);
end;
{Метод проб}
if radiobutton2.Checked then begin
    memo2.Lines.add('Способ 2');
    u:=0;
    s:=strtoint(edit3.text);
    for i:=1 to s do begin
        k:=k+1;
        t1:=mass[k];
        k:=k+1;
        t2:=mass[k];
        p:=0;
        h:=(abs(t2-t1))/10;
        c:=t1+h;
        repeat
            p:=p+1;
            if ((power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-power(2,t1+1)*25/4))*
(power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-power(2,c+1)*25/4)>0 then begin
                t1:=c;
                c:=t1+h;
            end else
                begin
                    h:=h/10;
                    c:=t1+h;
                    x:=(t1+c)/2;
                end;
            until abs(t1-c)<e;
            memo2.Lines.add(floattostr(x));
            memo2.Lines.add('количество операций='+inttostr(p));
        end;
end;

```

```

end;
{Метод хорд}
if radiobutton3.checked then begin
  мемо2.Lines.add('Способ 3');
  for l:=1 to w do begin
    k:=k+1;
    t1:=mass[k];
    k:=k+1;
    t2:=mass[k];
    p:=0;
    y:=16*power(ln(2),2)*power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-
12*ln(2)*ln(5)*power(5,-3*c-1)*power(2,4*c+2)-
12*ln(2)*ln(5)*power(5,-3*c-1)*power(2,4*c+2)+9*-
power(ln(5),2)*power(5,-3*c-1)*power(2,4*c+2)-power(ln(2),2)*
power(2,c+1)*25/4;
    c:=0;
    while ((abs(t2-t1)>e) and (p<r)) do begin
      p:=p+1;
      c:=t1-(t2-t1)*(power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
power(2,t1+1)*25/4)/((power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-
power(2,t2+1)*25/4)-(power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
power(2,t1+1)*25/4));
      if ((power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-power(2,c+1)*25/4)=0)
then
        x:=c;
        if ((y>0) and ((power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-
power(2,c+1)*25/4)>0)) or ((y<0) and ((power(2,4*c+2)*power(5,-
3*c-1)-power(2,c+1)*25/4)<0)) then
          t2:=c;
        else
          t1:=c;
          x:=t1-(t2-t1)*(power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
power(2,t1+1)*25/4)/((power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-
power(2,t2+1)*25/4)-(power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
power(2,t1+1)*25/4));
        end;
      мемо2.Lines.add(floattostr(x));
      мемо2.Lines.add('количество операций='+inttostr(p));
    end;
  end;
end;
{Метод касательных}
if radiobutton4.checked then begin
  мемо2.Lines.add('Способ 4');
  for l:=1 to w do begin
    k:=k+1;
    t1:=mass[k];
    k:=k+1;
    t2:=mass[k];
    p:=0;

```

```

y:=16*power(ln(2),2)*power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-
12*ln(2)*ln(5)*power(5,-3*c-1)*power(2,4*c+2)-
12*ln(2)*ln(5)*power(5,-3*c-1)*power(2,4*c+2)+9*-
power(ln(5),2)*power(5,-3*c-1)*power(2,4*c+2)-power(ln(2),2)*
power(2,c+1)*25/4;;
c:=0;
g:=0;
while ((abs(t2-t1)>e) and (p<r)) do begin
  p:=p+1;
  if (g=0) and (t1<>0) then c:=t1-
(power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-power(2,t1+1)*25/4)/
(4*ln(2)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
3*ln(5)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-ln(2)*power(2,t1+1)*25/4)
  else c:=t2-(power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-
power(2,t2+1)*25/4)/(4*ln(2)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
3*ln(5)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-ln(2)*power(2,t1+1)*25/4);
  if ((power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-
power(2,c+1)*25/4)=0) then
    x:=c;
  if ((y>0) and ((power(2,4*c+2)*power(5,-3*c-1)-
power(2,c+1)*25/4)>0)) or ((y<0) and ((power(2,4*c+2)*
power(5,-3*c-1)-power(2,c+1)*25/4)<0)) then begin
    t2:=c;
    g:=1;
  end
  else begin
    t1:=c;
    g:=0;
  end;
  if (t1<>0) then x:=t1-(power(2,4*t1+2)*
power(5,-3*t1-1)-power(2,t1+1)*25/4)/(4*ln(2)*power(2,4*t1+2)*
power(5,-3*t1-1)-3*ln(5)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
ln(2)*power(2,t1+1)*25/4)
  else x:=t2-(power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-
power(2,t2+1)*25/4)/(4*ln(2)*power(2,4*t2+2)*
power(5,-3*t2-1)-3*ln(5)*power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-
ln(2)*power(2,t2+1)*25/4);
  end;
  мемо2.Lines.add(floattostr(x));
  мемо2.Lines.add('количество операций=' + inttostr(p));
end;
end;
{Метод итераций}
if radiobutton5.checked then begin
  s:=strtoint(edit3.text);
  мемо2.Lines.add('Спонсоб 5');
  for i:=1 to s do begin
    p:=0;
    k:=k+1;

```

```

t1:=mass[k];
k:=k+1;
t2:=mass[k];
if (3*t1*t1-10*t1)=0 then t1:=t1+0.000000001;
if (3*t2*t2-10*t2)=0 then t2:=t2+0.000000001;
if (4*ln(2)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
3*ln(5)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-ln(2)*
power(2,t1+1)*25/4)>(4*ln(2)*power(2,4*t2+2)*
power(5,-3*t2-1)-3*ln(5)*power(2,4*t2+2)*
power(5,-3*t2-1)-ln(2)*power(2,t2+1)*25/4) then
alpha:=1/(4*ln(2)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-
3*ln(5)*power(2,4*t1+2)*power(5,-3*t1-1)-ln(2)*power(2,t1+1)*25/4)
else alpha:=1/(4*ln(2)*power(2,4*t2+2)*
power(5,-3*t2-1)-3*ln(5)*power(2,4*t2+2)*power(5,-3*t2-1)-
ln(2)*power(2,t2+1)*25/4);
x0:=(t1+t2)/2;
if abs((4*ln(2)*power(2,4*x0+2)*power(5,-3*x0-1)-
3*ln(5)*power(2,4*x0+2)*power(5,-3*x0-1)-
ln(2)*power(2,x0+1)*25/4))>=1 then memo2.Lines.
add('Последовательность расходится')
else begin
x1:=x0;
repeat
x:=x1;
x1:=x-alpha*(power(2,4*x+2)*power(5,-3*x-1)-
power(2,x+1)*25/4);
p:=p+1;
until ((p>r) or (abs(x1-x)<=e));
memo2.Lines.add(floattostr(x));
memo2.Lines.add('количество операций='+inttostr(p-1));
end;
end;
end;
end;
end.

```

Результатом исполнения программы являются корни уравнения, полученные пятью способами.

## Применение программирования к интегрированию функций

Применение программирования к интегрированию функций рассмотрим на примере интегрирования функции  $f(x) = 1/(1+x)$ .

```

unit Unit1;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics,
  Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, Buttons, ExtCtrls;
{Описание интерфейса программы}
type
  TForm1 = class(TForm)
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Edit3: TEdit;
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    GroupBox1: TGroupBox;
    RadioButton1: TRadioButton;
    RadioButton2: TRadioButton;
    RadioButton3: TRadioButton;
    Panel1: TPanel;
    Memo1: TMemo;
    BitBtn1: TBitBtn;
    BitBtn2: TBitBtn;
    BitBtn3: TBitBtn;
    Label4: TLabel;
    procedure BitBtn3Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn2Click(Sender: TObject);
    procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
{Объявление глобальных переменных}
var
  Form1: TForm1;
implementation
{$R *.dfm}
{Заккрытие диалогового окна программы}
procedure TForm1.BitBtn3Click(Sender: TObject);
begin
  Close;
end;
{Очистка интерфейса программы}
procedure TForm1.BitBtn2Click(Sender: TObject);
begin
  edit1.Clear;
  edit2.Clear;

```

```

edit3.clear;
memo1.clear;
radiobutton1.Checked:=false;
radiobutton2.Checked:=false;
radiobutton3.Checked:=false;
end;
{Объявление исходной функции}
function f(x:real):real;
begin
  f:=1/(1+x);
end;
{Интегрирование функции на заданном отрезке с учетом заданного
числа интервалов}
procedure TForm1.BitBtn1Click(Sender: TObject);
var s,h,Ip,Ip1,Ip2,It:real;
    a,b,n,i:integer;
    t,k:extended;
    er:boolean;
begin
  if ((Edit1.text = '') or (Edit2.text = '') or (Edit3.text =
  '')) then
    showmessage('Заполните все поля')
  else begin
    er:=false;
    a:=StrToFloat(Edit1.Text);           //пределы интегрирования
    (a и b) и число интервалов (n)
    b:=StrToFloat(Edit2.Text);
    n:=StrToInt(Edit3.Text);
    h:=(b-a)/n;
    s:=0;
    for i:=a to b do
      if ((1+i)=0) then begin
        memo1.Lines.add('предел не существует!');
        er:=true;
      end;
    if er=false then begin
    {Метод прямоугольников}
    if radiobutton1.Checked then begin
      try
        for i:=0 to n-1 do
          s:=s+f(a+i*h);
          Ip1:=s*h;
          memo1.Lines.add('метод 1: левые прямоугольники');
          memo1.Lines.add(floattostr(Ip1));
          s:=0;
          for i:=1 to n do
            s:=s+f(a+i*h);
            Ip2:=s*h;
            memo1.Lines.add('метод 1: правые прямоугольники');

```

```

memo1.Lines.add(floattostr(Ip2));
Ip:=(Ip1+Ip2)/2;
memo1.Lines.add('метод 1: среднее значение');
memo1.Lines.add(floattostr(Ip));
except
on EZeroDivide do Form1.memo1.Lines.add('деление на 0! Из-
мените входные данные');
end;
end;
{Метод трапеций}
if radiobutton2.Checked then begin
try
S:=(f(a)+f(b))/2;
for i:=1 to n-1 do
s:=s+f(a+i*h);
It:=s*h;
memo1.Lines.add('метод 2');
memo1.Lines.add(FloatToStr(It));
except
on EZeroDivide do Form1.memo1.Lines.add('деление на 0! Из-
мените входные данные');
end;
end;
{Метод Симпсона}
if radiobutton3.Checked then begin
try
h:=0.5*(b-a)/n;
Ip:=f(a);
t:=a+h;
for i:=1 to 2*n-1 do begin
if i mod 2=0 then k:=2 else k:=4;
Ip:=Ip+k*f(t);
t:=t+h;
end;
Ip:=Ip+f(b);
Ip:=h*Ip/3;
memo1.Lines.add('метод 3');
memo1.Lines.add(FloatToStr(Ip));
except
on EZeroDivide do Form1.memo1.Lines.add('деление на 0! Из-
мените входные данные');
end;
end;
end;
end;
{Очистка интерфейса программы при создании формы}
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin

```

```
memo1.Clear;  
end; end.
```

Результатом исполнения программы являются значения интеграла.

## **Программа, содержащая доказательство теоремы Пифагора**

```
unit Pifagor;  
interface  
uses  
  windows, Messages, Sysutils, Variants, Classes, Graphics,  
  Controls, Forms, //подключение модулей  
  Dialogs, ExtCtrls, StdCtrls, Buttons;  
type //объявление типов, объектов, процедур, функций  
  TForm1 = class(TForm)  
    LabelA: TLabel;  
    LabelB: TLabel;  
    LabelC: TLabel;  
    EditAB: TEdit;  
    EditBC: TEdit;  
    EditAC: TEdit;  
    GroupBox1: TGroupBox;  
    RadioButton1: TRadioButton;  
    RadioButton3: TRadioButton;  
    RadioButton4: TRadioButton;  
    RadioButton5: TRadioButton;  
    Panel1: TPanel;  
    BitBtnDok: TBitBtn;  
    BitBtnClear: TBitBtn;  
    BitBtnExit: TBitBtn;  
    Image1: TImage;  
    RadioButton6: TRadioButton;  
    Memo1: TMemo;  
    procedure BitBtnExitClick(Sender: TObject);  
    procedure BitBtnClearClick(Sender: TObject);  
    procedure BitBtnDokClick(Sender: TObject);  
    procedure RadioButton1Click(Sender: TObject);  
    procedure RadioButton3Click(Sender: TObject);  
    procedure RadioButton4Click(Sender: TObject);  
    procedure RadioButton5Click(Sender: TObject);  
    procedure RadioButton6Click(Sender: TObject);  
    procedure Pod_Treug;  
    procedure Ravnodop;  
    procedure Evklid;
```

```

procedure daVinci;
procedure B_Malie;
procedure ochistka;
procedure EditABKeyPress(Sender: TObject; var Key: Char);
procedure EditBCKeypress(Sender: TObject; var Key: Char);
procedure EditACKeypress(Sender: TObject; var Key: Char);
procedure FormCreate(Sender: TObject);
private //ограничения на доступность объектов (их нет)
{ Private declarations }
public
{ Public declarations }
end;
var //описание глобальных переменных
Form1: TForm1;
MethodNum: integer;
AB, BC, AC, AB_gr, BC_gr, AC_gr: real;
implementation
{$R *.dfm //директивы компилятора}
procedure TForm1.BitBtnExitClick(Sender: TObject);
begin
close; //close – стандартная процедура закрытия программы
end;
procedure TForm1.BitBtnClearClick(Sender: TObject);
begin
ochistka; //пользовательская процедура очистки формы
end;
procedure TForm1.BitBtnDokClick(Sender: TObject);
begin
Image1.Canvas.Brush.Color:=clWhite; //цвет кисти
Image1.Canvas.Pen.Color:=clWhite; //цвет линий
Image1.Canvas.Rectangle(0,0,410,410); //прямоугольник
Memo1.Clear; //очистка Мемо
if ((editAB.text='')or(editBC.text='')or(editAC.text='')
or(editAB.text='ГИПОТЕНУЗА')or(editBC.text='КАТЕТ')or(editAC.
text='КАТЕТ')) then
begin //проверка корректности вводимых данных
showmessage('Введите длины сторон треугольника!');
ochistka;
end
else
begin
AB:=strtoint(editAB.text);
//считывание значений длин гипотенузы и катетов
BC:=strtoint(editBC.text);
AC:=strtoint(editAC.text);
if (((AB+BC)>AC)and((AB+AC)>BC)and((BC+AC)>AB)) then
//проверка неравенства треугольника
begin

```

```

        if (((sqr(BC)+sqr(AC)-sqr(AB))<>0) then
//проверка наличия прямого угла по теореме косинусов
        showmessage ('Треугольник не прямоугольный!')
        else
        AB_gr:=AB;
        BC_gr:=BC;
        AC_gr:=AC;
        case MetodNum of           //выбор метода
            1: Pod_Treug;
            2: Ravnodop;
            3: Evklid;
            4: daVinchi;
            5: B_Malie;
        end;
        end
        else
        showmessage('Треугольник не существует');
    end;
end;
procedure TForm1.RadioButton1Click(Sender: TObject);
begin
    MetodNum:=1;
    BitBtnDok.enabled:=true;
end;
procedure TForm1.RadioButton3Click(Sender: TObject);
begin
    MetodNum:=2;
    BitBtnDok.enabled:=true;
end;
procedure TForm1.RadioButton4Click(Sender: TObject);
begin
    MetodNum:=3;
    BitBtnDok.enabled:=true;
end;
procedure TForm1.RadioButton5Click(Sender: TObject);
begin
    MetodNum:=4;
    BitBtnDok.enabled:=true;
end;
procedure TForm1.RadioButton6Click(Sender: TObject);
begin
    MetodNum:=5;
    BitBtnDok.enabled:=true;
end;
procedure TForm1.Pod_Treug;
//метод Подобных треугольников
var otstup_v, otstup_l, A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y, H_x,
H_y: integer;
    AH_gr: real;

```

```

begin
Image1.Width:=410;
Image1.Height:=410;
Image1.Picture.Bitmap.Height:=Image1.Height;
Image1.Picture.Bitmap.Width:=Image1.Width;
Image1.Canvas.Brush.Color:=clWhite;
Image1.Canvas.Pen.Color:=clWhite;
Image1.Canvas.Rectangle(0,0,410,410);
while ((BC_gr<270)or(AC_gr<270)) do
//масштабирование чертежа
begin
BC_gr:=BC_gr*2;
AC_gr:=AC_gr*2;
AB_gr:=AB_gr*2;
end;
while ((BC_gr>390)or(AC_gr>380)) do
begin
BC_gr:=BC_gr*0.7;
AC_gr:=AC_gr*0.7;
AB_gr:=AB_gr*0.7;
end;
otstup_v:=round((380-AC_gr)/2); //отступы
otstup_l:=round((390-BC_gr)/2);
A_x:=otstup_l; //координаты вершин
A_y:=otstup_v;
C_x:=otstup_l;
C_y:=round(otstup_v+AC_gr);
B_x:=round(otstup_l+BC_gr);
B_y:=round(otstup_v+AC_gr);
AH_gr:=sqr(AC_gr)/AB_gr;
H_y:=round(sqr(AH_gr)/AC_gr);
H_x:=round(sqrt(sqr(AH_gr)-sqr(H_y)));
H_x:=H_x+otstup_l;
H_y:=H_y+otstup_v;
with Image1.Canvas do
begin
Brush.Color:=clRed; //рисует точки
Ellipse(A_x-6,A_y-6,A_x+6,A_y+6);
Ellipse(B_x-6,B_y-6,B_x+6,B_y+6);
Ellipse(C_x-6,C_y-6,C_x+6,C_y+6);
Ellipse(H_x-6,H_y-6,H_x+6,H_y+6);
Pen.Color:=clBlack;
Pen.Width:=2; //рисует треугольник
MoveTo(A_x,A_y);
LineTo(C_x,C_y);
MoveTo(A_x,A_y);
LineTo(B_x,B_y);
MoveTo(C_x,C_y);
LineTo(B_x,B_y);
end;
end;

```

```

    MoveTo(C_x,C_y);
    LineTo(H_x,H_y);
    Font.Name:='Arial';           //делаем подписи
    Font.Size:=12;
    Font.Style:=[fsBold];
    Brush.Style:=bsClear;
    TextOut(A_x-17,A_y-14,'A');
    TextOut(B_x+14,B_y+8,'B');
    TextOut(C_x-14,C_y+8,'C');
    TextOut(H_x+14,H_y-14,'H');
end;
with Memo1 do                    //Вывод доказательства
begin
    Font.Name:='Arial';
    Font.Size:=12;
    Lines.LoadFromFile('Text/Pod_Treug.txt');
end;
end;
procedure TForm1.Ravnodop;
//Метод через равнодополняемость
var otstup_v, otstup_l, kv_vl_x, kv_vl_y, kv_np_x, kv_np_y,
A_x, A_y, C_x, C_y, B_x, B_y: integer;
begin
    Image1.Width:=410;
    Image1.Height:=410;
    Image1.Picture.Bitmap.Height:=Image1.Height;
    Image1.Picture.Bitmap.Width:=Image1.Width;
    Image1.Canvas.Brush.Color:=clWhite;
    Image1.Canvas.Pen.Color:=clWhite;
    Image1.Canvas.Rectangle(0,0,410,410);
    while ((2*AC_gr+2*BC_gr)<300)or((2*AC_gr+BC_gr)<300)) do
        begin
            BC_gr:=BC_gr*2;
            AC_gr:=AC_gr*2;
            AB_gr:=AB_gr*2;
        end;
    while (((2*AC_gr+BC_gr)>360)or((2*AC_gr+2*BC_gr)>360)) do
        begin
            BC_gr:=BC_gr*0.7;
            AC_gr:=AC_gr*0.7;
            AB_gr:=AB_gr*0.7;
        end;
    otstup_v:=round((390-2*AC_gr-BC_gr)/2);
    otstup_l:=round((390-2*AC_gr-2*BC_gr)/2);
    kv_vl_x:=otstup_l;
    kv_vl_y:=otstup_v;
    kv_np_x:=round(otstup_l+AC_gr+BC_gr);
    kv_np_y:=round(otstup_v+AC_gr+BC_gr);
    with Image1.Canvas do

```

```

begin
    Pen.Color:=clBlack;
    Pen.Width:=2;
    Rectangle(kv_vl_x,kv_vl_y,kv_np_x,kv_np_y);
    Pen.Color:=clRed;
    Rectangle(kv_vl_x,kv_vl_y,round(kv_vl_x+BC_gr),
round(kv_vl_y+AC_gr));
    Rectangle(round(kv_vl_x+BC_gr),round(kv_vl_y+AC_gr),
kv_np_x,kv_np_y);
    MoveTo(kv_vl_x,kv_vl_y);
    LineTo(round(kv_vl_x+BC_gr),round(kv_vl_y+AC_gr));
    MoveTo(round(kv_vl_x+BC_gr),round(kv_vl_y+AC_gr));
    LineTo(kv_np_x,kv_np_y);
    Brush.Color:=clWhite;
    Font.Name:='Arial';
    Font.Size:=12;
    Font.Style:=[fsBold];
    TextOut(round(kv_vl_x+BC_gr/2),round(kv_vl_y+AC_gr+BC_
gr/2),'b*b');
    TextOut(round(kv_np_x-BC_gr/2),round(kv_vl_y+BC_
gr/2),'a*a');
    TextOut(kv_np_x+15,round(kv_vl_y+(BC_gr+AC_gr)/2),'=');
end;
kv_vl_x:=round(kv_vl_x+AC_gr+BC_gr+30);
kv_np_x:=round(kv_np_x+AC_gr+BC_gr+30);
with Image1.Canvas do
begin
    Pen.Color:=clRed;
    Rectangle(kv_vl_x,kv_vl_y,kv_np_x,kv_np_y);
    MoveTo(kv_vl_x, round(kv_vl_y+AC_gr));
    LineTo(round(kv_vl_x+BC_gr),kv_vl_y);
    LineTo(kv_np_x,round(kv_vl_y+BC_gr));
    LineTo(round(kv_np_x-BC_gr),kv_np_y);
    LineTo(kv_vl_x, round(kv_vl_y+AC_gr));
    TextOut(round(kv_vl_x+(BC_gr+AC_gr)/2),round(kv_vl_y+(BC_
gr+AC_gr)/2),'c*c');
end;
A_x:=round(195-BC_gr/2);
A_y:=kv_np_y+30;
C_x:=A_x;
C_y:=round(A_y+AC_gr);
B_x:=round(C_x+BC_gr);
B_y:=C_y;
with Image1.Canvas do
begin
    Pen.Color:=clBlack;
    MoveTo(A_x,A_y);
    LineTo(C_x,C_y);
    MoveTo(A_x,A_y);

```

```

    LineTo(B_x,B_y);
    MoveTo(C_x,C_y);
    LineTo(B_x,B_y);
    Brush.Color:=clRed;
    Ellipse(A_x-6,A_y-6,A_x+6,A_y+6);
    Ellipse(B_x-6,B_y-6,B_x+6,B_y+6);
    Ellipse(C_x-6,C_y-6,C_x+6,C_y+6);
    Brush.Color:=clWhite;
    TextOut(A_x-17,A_y-14,'B');
    TextOut(B_x+14,B_y+8,'A');
    TextOut(C_x-14,C_y+8,'C');
    TextOut(A_x-17,round(A_y-14+AC_gr/2),'a');
    TextOut(round(C_x-14+BC_gr/2),C_y+8,'b');
    TextOut(round(A_x+8+BC_gr/2),round(A_y-14+AC_gr/2),'c');
end;
with Memo1 do
begin
    Font.Name:='Arial';
    Font.Size:=12;
    Lines.LoadFromFile('Text/Ravnodop.txt');
end;
end;
procedure TForm1.Evklid;           //Метод Евклида
begin
    with Image1 do
    begin
        width:=410;
        height:=410;
        Picture.Bitmap.Height:=Image1.Height;
        Picture.Bitmap.Width:=Image1.Width;
        Canvas.Brush.Color:=clWhite;
        Canvas.Pen.Color:=clWhite;
        Canvas.Rectangle(0,0,410,410);
        Picture.LoadFromFile('Pictures/Evklid.bmp');
    end;
    with Memo1 do
    begin
        Font.Name:='Arial';
        Font.Size:=12;
        Lines.LoadFromFile('Text/Evklid.txt');
    end;
end;
end;
procedure TForm1.davinchi;        //Метод да Винчи
begin
    with Image1 do
    begin
        width:=410;
        height:=410;
        Picture.Bitmap.Height:=Image1.Height;

```

```

    Picture.Bitmap.Width:=Image1.Width;
    Canvas.Brush.Color:=clWhite;
    Canvas.Pen.Color:=clWhite;
    Canvas.Rectangle(0,0,410,410);
    Picture.LoadFromFile('Pictures/davinci.bmp');
end;
with Memo1 do
begin
    Font.Name:='Arial';
    Font.Size:=12;
    Lines.LoadFromFile('Text/davinci.txt');
end;
end;
procedure TForm1.B_Malie;           //Метод бесконечно малых
begin
with Image1 do
begin
    Width:=410;
    Height:=410;
    Picture.Bitmap.Height:=Image1.Height;
    Picture.Bitmap.Width:=Image1.Width;
    Canvas.Brush.Color:=clWhite;
    Canvas.Pen.Color:=clWhite;
    Canvas.Rectangle(0,0,410,410);
    Picture.LoadFromFile('Pictures/bMalie.bmp');
end;
with Memo1 do
begin
    Font.Name:='Arial';
    Font.Size:=12;
    Lines.LoadFromFile('Text/bMalie.txt');
end;
end;
procedure TForm1.EditABKeyPress(Sender: TObject; var Key:
Char);
begin
    if (Key in ['0'..'9',#8,']) = False then
        Key:=Chr(0);
end;
procedure TForm1.EditBCKeypress(Sender: TObject; var Key:
Char);
begin
    if (Key in ['0'..'9',#8,']) = False then
        Key:=Chr(0);
end;
procedure TForm1.EditACKeypress(Sender: TObject; var Key:
Char);
begin
    if (Key in ['0'..'9',#8,']) = False then

```

```

        Key:=Chr(0);
end;
procedure TForm1.ochistka;
begin
    editAB.text:='ГИПОТЕНУЗА';
    editBC.text:='КАТЕТ';
    editAC.text:='КАТЕТ';
    radiobutton1.Checked:=false;
    radiobutton3.Checked:=false;
    radiobutton4.Checked:=false;
    radiobutton5.Checked:=false;
    radiobutton6.Checked:=false;
    BitBtnDok.enabled:=false;
    Image1.Width:=410;
    Image1.Height:=410;
    Image1.Picture.Bitmap.Height:=Image1.Height;
    Image1.Picture.Bitmap.Width:=Image1.Width;
    Image1.Canvas.Brush.Color:=clWhite;
    Image1.Canvas.Pen.Color:=clWhite;
    Image1.Canvas.Rectangle(0,0,410,410);
    Memo1.Clear; end;
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
    ochistka; end; end.

```

*Учебное издание*

СИМАКОВА Марина Николаевна,  
СИМАКОВ Егор Евгеньевич

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЙ ПОДХОД К ПРЕПОДАВАНИЮ  
МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНОЙ И СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

*Методическое пособие для учителей математики*

**Корректоры:** Г. Д. Ушакова, О. Кин  
**Верстка** О. П. Резников



Подписано в печать 08.05.2014 г. Бумага «PaperOne».

Гарнитура «Times New Roman». Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Тираж 500 экз. (1-й завод 1–100 экз). Объем 7,25 усл. п. л. Заказ № 513-14.

---

Издательство Сахалинского государственного университета  
693007, Южно-Сахалинск, ул. Ленина, 290, каб. 32.  
Тел. (4242) 45-23-16, факс (4242) 45-23-17.  
E-mail: polygraph@sakhgu.ru,  
izdatelstvo@sakhgu.ru