

САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

П. В. Середенко, А. В. Должикова

**МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ
В ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Учебное пособие

2-е издание, исправленное и дополненное

Южно-Сахалинск
2009

УДК 519.2:159.9(03)
ББК 22.12:88я2
С 39

Печатается по решению учебно-методического совета
Сахалинского государственного университета, 2007 г.

Рецензенты:

кандидат психологических наук, доцент,
заведующая кафедрой психологии СахГУ *А. А. Еромасова*;
кандидат педагогических наук *Т. М. Пономаренко*.

С 39 Середенко, П. В. Методы математической статистики в психолого-педагогических исследованиях: учеб. пособ. / П. В. Середенко, А. В. Должикова. – 2-е изд., испр. и доп. – Южно-Сахалинск: СахГУ, 2009. – 52 с.

В пособии представлены методические указания и справочные материалы по применению методов математической статистики в психолого-педагогических исследованиях. Справочная информация предназначена студентам, изучающим учебную дисциплину «Математические основы психологии» по специальности 05706.65 «педагогика и психология». Пособие может быть использовано при выполнении исследований по педагогике и психологии студентами других педагогических специальностей. Справочник будет полезен аспирантам, практическим психологам и всем, кто убежден в необходимости использования статистических математических расчетов в указанных науках.

© Середенко, П. В., Должикова А. В., 2009
© Сахалинский государственный
университет, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Правила ранжирования.....	6
Правила отклонения H_0 и принятия H_1	6
Непараметрические критерии.....	7
Q – критерий Розенбаума.....	7
U – критерий Манна–Уитни	9
Критерий H Крускала–Уоллиса	16
G – критерий знаков Мак-Немара.....	19
T – критерий Вилкоксона	21
χ^2 – критерий Пирсона	23
Алгоритм выбора критерия оценки сдвигов	25
Критерий ϕ^* – угловое преобразование Фишера	26
Биномиальный критерий m.....	31
Параметрические критерии.....	40
Алгоритм определения нормального распределения признака Н. А. Плохинского ...	40
F-критерий Фишера.....	41
t-критерий Стьюдента.....	42
Понятие корреляционной связи.....	46
Коэффициент линейной корреляции r_{xy} Пирсона	46
Коэффициент ранговой корреляции r_s Спирмена.....	48
Возможности и ограничения параметрических и непараметрических критериев	50
Список использованной литературы.....	51

ВВЕДЕНИЕ

Математическая обработка результатов, полученных в ходе психолого-педагогических диагностик, является одним из важнейших этапов научного поиска. Выводы и заключения, к которым приходит исследователь в ходе интерпретации данных, основанные на первичном восприятии зависимости между изучаемыми явлениями, даже с подключением умозрительных рассуждений, не являются истинными, если они не подкреплены математической статистикой.

Изучаемые исследователями факты и психолого-педагогические явления должны быть проверены с точки зрения их статистической значимости, т. е. отвечать требованиям статистической достоверности.

Любое серьезное научное исследование, претендующее на глубокое изучение психологических свойств и состояний индивида, невозможно без квалифицированного подкрепления в виде математической обработки данных.

Практикующие психологи, в первую очередь, осуществляющие контакты с детьми, при подготовке заключения о психическом состоянии ребенка и выдаче профессионально выверенных рекомендаций нуждающимся обязательно проводят сравнение индивидуальных показателей с имеющейся нормой при помощи методов математической статистики.

Необходимость применения методов математической статистики во многих психолого-педагогических явлениях очевидна.

Например, нас интересует, различаются ли две группы студентов по успешности решения новой экспериментальной задачи. В первой группе из 20 человек с нею справились 12 человек, а во второй выборке из 25 человек – 10. В первом случае процентная доля решивших задачу составит $12/20 \cdot 100 \% = 60 \%$, а во второй $10/25 \cdot 100 \% = 40 \%$. Достоверно ли различаются эти процентные доли при данных n_1 и n_2 ?

Казалось бы, и «на глаз» можно определить, что 60 % значительно выше 40 %. Однако на самом деле эти различия при данных n_1 и n_2 недостоверны.

Проверим это с помощью критерия φ^* Фишера. Поскольку нас интересует факт решения задачи, будем считать «эффектом» успех в решении экспериментальной задачи, а отсутствием «эффекта» – неудачу в ее решении.

Сформулируем гипотезы:

H_0 : Доля лиц, справившихся с задачей, в первой группе не больше, чем во второй группе.

H_1 : Доля лиц, справившихся с задачей, в первой группе больше, чем во второй группе.

По статистической таблице определяем величины φ , соответствующие процентным долям в каждой из групп.

$$\varphi_{1(60\%)} = 1,772$$

$$\varphi_{2(40\%)} = 1,369$$

Теперь подсчитаем эмпирическое значение φ^* по формуле:

$$\varphi^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

где φ_1 – угол, соответствующий большей % доле;

φ_2 – угол, соответствующий меньшей % доле;

n_1 – количество наблюдений в выборке 1;

n_2 – количество наблюдений в выборке 2.

В данном случае:

$$\varphi^* = (1,772 - 1,369) \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 25}{20 + 25}} = 0,403 \cdot \sqrt{11,11} = 1,34$$

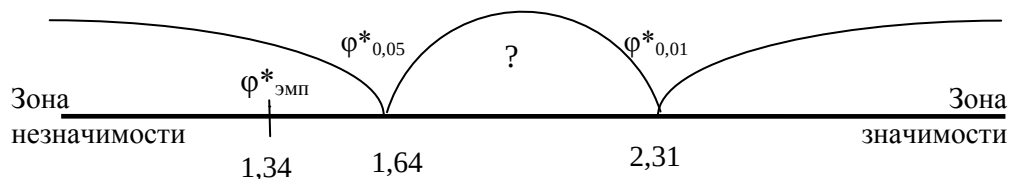
На основе табличных данных можно установить и критические значения φ^* , соответствующие принятым в психологии уровням статистической значимости:

$$\varphi^*_{кр} = \begin{cases} 1,64 (p \leq 0,05) \\ 2,31 (p \leq 0,01) \end{cases}$$

$$\varphi^*_{эмп} = 1,34$$

$$\varphi^*_{эмп} < \varphi^*_{кр}$$

Расположение табличных значений признака:



Полученное эмпирическое значение φ^* находится в зоне незначимости.

Ответ: H_0 принимается. Доля лиц, справившихся с задачей, в первой группе не больше, чем во второй группе.

Можно лишь посочувствовать исследователю, который считает существенными различия в 20% и даже в 10%, не проверив их достоверность с помощью критерия φ^* . В данном случае, например, достоверными были бы только различия не менее чем в 24,3%.

Учебная и научно-исследовательские работы студентов в соответствии с требованиями к их проведению предполагают обращение молодых исследователей к оперированию методами математической статистики для верификации выдвинутой гипотезы.

Правильное применение статистики позволяет педагогу-психологу:

- 1) убедиться в обоснованности и правильности применения методов и приемов исследования;
- 2) находить зависимости между экспериментальными данными;
- 3) установить эффективность проведения тренингов и коррекционных воздействий;
- 4) выявлять наличие или отсутствие существенных различий между группами испытуемых: экспериментальными и контрольными;
- 5) делать выводы и заключения по итогам психолого-педагогического эксперимента.

Настоящее пособие призвано помочь студентам в овладении всеми направлениями деятельности, связанной с применением статистических операций.

Справочный материал представлен в виде блоков информации, содержащей необходимые сведения о статистических критериях.

- краткое описание и назначение
- алгоритм применения
- статистические таблицы

В отсутствие стабильного учебника и недостаточного количества учебных пособий по дисциплине «Математические основы психологии», изучаемой студентами по специальности «Педагогика и психология», данное пособие будет незаменимым в процессе «ручной» обработки эмпирических данных.

В пособии использованы материалы, алгоритмы и таблицы из учебного пособия Е. А. Сидоренко [12].

ПРАВИЛА РАНЖИРОВАНИЯ

1. Меньшему значению начисляется меньший ранг. Наименьшему значению начисляется ранг 1.

Наибольшему значению начисляется ранг, соответствующий количеству ранжируемых значений. Например, если $n=7$, то наибольшее значение получит ранг 7, за возможным исключением для тех случаев, которые предусмотрены правилом 2.

2. В случае, если несколько значений равны, им начисляется ранг, представляющий собой среднее значение из тех рангов, которые они получили бы, если бы не были равны.

Например, 3 наименьших значения равны 10 секундам.

Если бы мы измеряли время более точно, то эти значения могли бы различаться и составляли бы, скажем, 10,2 сек; 10,5 сек; 10,7 сек. В этом случае они получили бы ранги, соответственно, 1, 2 и 3. Но поскольку полученные нами значения равны, каждое из них получает средний ранг:

$$\frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Допустим, следующие 2 значения равны 12 сек. Они должны были бы получить ранги 4 и 5, но, поскольку они равны, то получают средний ранг:

$$\frac{4+5}{2} = 4,5 \quad \text{и т. д.}$$

3. Общая сумма рангов должна совпадать с расчетной, которая определяется по формуле:

$$\sum (R_i) = \frac{N \cdot (N + 1)}{2},$$

где N – общее количество ранжируемых наблюдений (значений). Несовпадение реальной и расчетной сумм рангов будет свидетельствовать об ошибке, допущенной при начислении рангов или их суммировании. Прежде чем продолжить работу, необходимо найти ошибку и устранить ее.

ПРАВИЛО ОТКЛОНЕНИЯ H_0 И ПРИНЯТИЯ H_1

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p < 0,05$ или превышает его, то H_0 отклоняется, но мы еще не можем определенно принять H_1 .

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p < 0,01$ или превышает его, то H_0 отклоняется и принимается H_1 .

Исключения: G – критерий знаков, T – критерий Вилкоксона и U – критерий Манна–Уитни. Для них устанавливаются обратные соотношения.

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

Критерии, не включающие в формулу расчетов параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами (Q – критерий Розенбаума, Т – критерий Вилкоксона и др.) называются *непараметрическими* критериями.

Q – КРИТЕРИЙ РОЗЕНБАУМА

Критерий предназначен для оценки различий между *двумя* выборками по *уровню* какого-либо признака, количественно измеренного. В каждой из выборок должно быть не менее 11 испытуемых.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : уровень признака в выборке 1 не превышает уровня признака в выборке 2.

H_1 : уровень признака в выборке 1 превышает уровень признака в выборке 2.

Ограничения критерия:

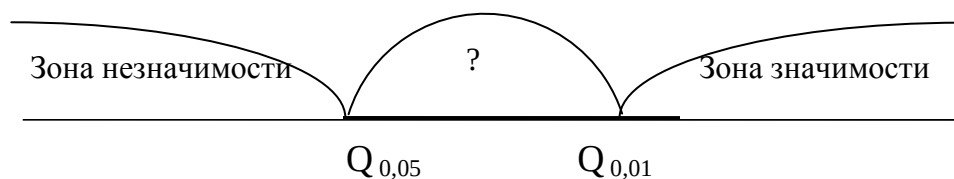
1. В каждой выборке должно быть не менее 11 наблюдений ($n_1, n_2 > 11$).
2. Если в обеих выборках меньше 50 наблюдений, то абсолютная величина разности между n_1 и n_2 не должна быть больше 10 наблюдений.

$$|n_2 - n_1| < 10$$

3. Если в каждой выборке больше 51 наблюдения, то абсолютная величина разности не должна быть больше 20 наблюдений.

$$|n_2 - n_1| < 20$$

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм подсчет Q – критерий Розенбаума

1. Проверить, выполняются ли ограничения: $n_1, n_2 \geq 11$, $n_1 \approx n_2$
2. Упорядочить значения отдельно в каждой выборке по степени возрастания признака. Считать выборкой 1 ту выборку, значения в которой предположительно выше, а выборкой 2 ту, где значения предположительно ниже.
3. Определить самое высокое (максимальное) значение в выборке 2.
4. Подсчитать количество значений в выборке 1, которые выше максимального значения в выборке 2. Обозначить полученную величину как S_1 .
5. Определить самое низкое (минимальное) значение в выборке 1.
6. Подсчитать количество значений в выборке 2, которые ниже минимального значения выборки 1. Обозначить полученную величину как S_2 .
7. Подсчитать эмпирическое значение Q по формуле: $Q = S_1 + S_2$.
8. По табл. I определить критические значения Q для данных n_1 и n_2 . Если $Q_{\text{эмп}}$ равно $Q_{0,05}$ или превышает его, H_0 отвергается.

При $n_1, n_2 > 26$ сопоставить полученное эмпирическое значение с $Q_{\text{кр}} = 8$ ($p \leq 0,05$) и $Q_{\text{кр}} = 10$ ($p \leq 0,01$). Если $Q_{\text{эмп}}$ превышает или, по крайней мере, равняется $Q_{\text{кр}} = 8$, H_0 отвергается.

Таблица I

**Критические значения Q – критерий Розенбаума
для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$**

Различия между двумя выборками можно считать достоверными ($p \leq 0,05$), если $Q_{\text{эмп}}$ равен или выше критического значения $Q_{0,05}$, и тем более достоверными ($p \leq 0,01$), если $Q_{\text{эмп}}$ равен или выше критического значения $Q_{0,01}$.

		n_2															
	n_1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
		$p = 0,05$															
n_1	11	6															
	12	6	6														
	13	6	6	6													
	14	7	7	6	6												
	15	7	7	6	6	6											
	16	8	7	7	7	6	6										
	17	7	7	7	7	7	7	7									
	18	7	7	7	7	7	7	7	7								
	19	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
	20	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
	21	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
	22	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
	23	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
	24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
	25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
	26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
		$p = 0,01$															
n_1	11	9															
	12	9	9														
	13	9	9	9													
	14	9	9	9	9												
	15	9	9	9	9	9											
	16	9	9	9	9	9	9										
	17	10	9	9	9	9	9	9									
	18	10	10	9	9	9	9	9	9								
	19	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
	20	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
	21	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
	22	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
	23	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
	24	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
	25	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
	26	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

U – КРИТЕРИЙ МАННА–УИТНИ

Критерий предназначен для оценки различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного. Он позволяет выявлять различия между *малыми* выборками, когда $n_1, n_2 \geq 3$ или $n_1 = 2, n_2 \geq 5$, и является более мощным, чем критерий Розенбаума.

Пример формулировки гипотез:

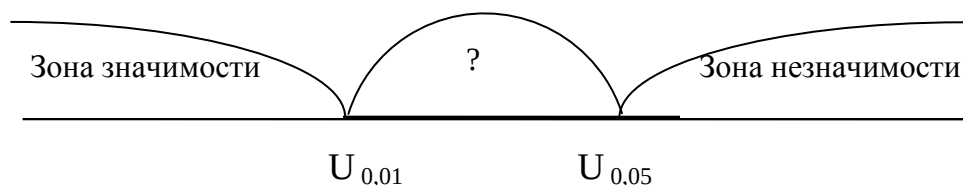
H_0 : уровень признака в группе 2 не ниже уровня признака в группе 1.

H_1 : уровень признака в группе 2 ниже уровня признака в группе 1.

Ограничения критерия:

1. В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений: $n_1, n_2 \geq 3$
2. Допускается, чтобы в одной выборке было 2 наблюдения, но тогда во второй их должно быть не менее 5; $n_1 = 2, n_2 \geq 5$
3. В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений: $n_1, n_2 \leq 60$

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм подсчета U – критерий Манна–Уитни

1. Перенести все данные испытуемых на индивидуальные карточки.
2. Пометить карточки испытуемых выборки 1 одним цветом, скажем красным, а все карточки из выборки 2 – другим, например, синим.
3. Разложить все карточки в единый ряд по степени нарастания признака, не считаясь с тем, к какой выборке они относятся, как если бы мы работали с одной большой выборкой.
4. Проранжировать значения на карточках, приписывая меньшему значению меньший ранг. Всего рангов получится столько, сколько у нас ($n_1 + n_2$).
5. Вновь разложить карточки на две группы, ориентируясь на цветные обозначения: красные карточки в один ряд, синие – в другой.
6. Подсчитать сумму рангов отдельно на красных карточках (выборка 1) и на синих карточках (выборка 2). Проверить, совпадает ли общая сумма рангов с расчетной.
7. Определить большую из двух ранговых сумм.
8. Определить значение U по формуле:

$$U = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T,$$

где n_1 – количество испытуемых в выборке 1;

n_2 – количество испытуемых в выборке 2;

T_x – большая из двух ранговых сумм;

n_x – количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.

9. Определить критические значения U по табл. II. Если $U_{\text{эмп}} > U_{\text{кр } 0,05}$, H_0 принимается. Если $U_{\text{эмп}} \leq U_{\text{кр } 0,05}$, H_0 отвергается. Чем меньше значения U, тем достоверность различий выше.

Таблица II

**Критические значения U – критерий Манна-Уитни для уровней
статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$**

Различия между двумя выборками можно считать значимыми ($p < 0,05$), если $U_{эмп}$ ниже или равен $U_{0,05}$, и тем более достоверными ($p < 0,01$), если $U_{эмп}$ ниже или равен $U_{0,01}$.

n_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_2	p = 0,05																		
3	–	0																	
4	–	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
n_1	p = 0,01																		
5	–	–	0	1															
6	–	–	1	2	3														
7	–	0	1	3	4	6													
8	–	0	2	4	6	7	9												
9	–	1	3	5	7	9	11	14											
10	–	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	–	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	–	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	p = 0,05																	
21	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	130	138	146	154
22	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119	128	136	145	154	162
23	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125	134	143	152	161	170
24	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	141	150	160	169	179
25	23	32	41	50	60	69	79	89	98	108	118	128	137	147	157	167	177	187
26	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143	154	164	174	185	195
27	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150	160	171	182	193	203
28	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156	167	178	189	200	212
29	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162	173	185	196	208	220
30	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
31	29	41	52	64	76	88	100	112	124	137	149	161	174	186	199	211	224	236
32	30	42	54	66	78	91	103	116	129	141	154	167	180	193	206	219	232	245
33	31	43	56	68	81	94	107	120	133	146	159	173	186	199	213	226	239	253
34	32	45	58	71	84	97	110	124	137	151	164	178	192	206	219	233	247	261
35	33	46	59	73	86	100	114	128	142	156	170	184	198	212	226	241	255	269
36	35	48	61	75	89	103	117	132	146	160	175	189	204	219	233	248	263	278
37	36	49	63	77	92	106	121	135	150	165	180	195	210	225	240	255	271	286
38	37	51	65	79	94	109	124	139	155	170	185	201	216	232	247	263	278	294
39	38	52	67	82	97	112	128	143	159	175	190	206	222	238	254	270	286	302
40	39	53	69	84	100	115	131	147	163	179	196	212	228	245	261	278	294	311
n_2	p = 0,05																	
21	10	16	22	29	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	113	120	127
22	10	17	23	30	37	45	52	59	66	74	81	89	96	104	111	119	127	134
23	11	18	25	32	39	47	55	62	70	78	86	94	102	109	117	125	133	141
24	12	19	26	34	42	49	57	66	74	82	90	98	107	115	123	132	140	149
25	12	20	27	35	44	52	60	69	77	86	95	103	112	121	130	138	147	156
26	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	99	108	117	126	136	145	154	163
27	14	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	132	142	151	161	171
28	14	23	32	41	50	59	69	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178
29	15	24	33	42	52	62	72	82	92	102	112	123	133	143	154	164	175	185
30	15	25	34	44	54	64	75	85	95	106	117	127	138	149	160	171	182	192
31	16	26	36	46	56	67	77	88	99	110	121	132	143	155	166	177	188	200
32	17	27	37	47	58	69	80	91	103	114	126	137	149	160	172	184	195	207
33	17	28	38	49	60	72	83	95	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214
34	18	29	40	51	62	74	86	98	110	122	134	147	159	172	184	197	209	222
35	19	30	41	53	64	77	89	101	114	126	139	152	164	177	190	203	216	229
36	19	31	42	54	67	79	92	104	117	130	143	156	170	183	196	210	223	236
37	20	32	44	56	69	81	95	108	121	134	148	161	175	189	202	216	230	244
38	21	33	45	58	71	84	97	111	125	138	152	166	180	194	208	223	237	251
39	21	34	46	59	73	86	100	114	128	142	157	171	185	200	214	229	244	258
40	22	35	48	61	75	89	103	117	132	146	161	176	191	206	221	236	251	266

Продолжение таблицы II

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	p = 0,05																		
21																			
22	171																		
23	180	189																	
24	188	198	207																
25	197	207	217	227															
26	206	216	226	237	247														
27	214	225	236	247	258	268													
28	223	234	245	257	268	279	291												
29	232	243	255	267	278	290	302	314											
30	240	252	265	277	289	301	313	326	338										
31	249	261	274	287	299	312	325	337	350	363									
32	258	271	284	297	310	323	336	349	362	375	389								
33	266	280	293	307	320	334	347	361	374	388	402	415							
34	275	289	303	317	331	345	359	373	387	401	415	429	443						
35	284	298	312	327	341	356	370	385	399	413	428	442	457	471					
36	292	307	322	337	352	367	381	396	411	426	441	456	471	486	501				
37	301	316	332	347	362	378	393	408	424	439	454	470	485	501	516	531			
38	310	325	341	357	373	388	404	420	436	452	467	483	499	515	531	547	563		
39	318	335	351	367	383	399	416	432	448	464	481	497	513	530	546	562	579	595	
40	327	344	360	377	394	410	427	444	460	477	494	511	527	544	561	578	594	611	628
	p = 0,01																		
21																			
22	142																		
23	150	158																	
24	154	166	174																
25	165	174	183	192															
26	173	182	191	201	210														
27	180	190	200	209	219	229													
28	188	198	208	218	229	239	249												
29	196	206	217	227	238	249	259	270											
30	203	214	225	236	247	258	270	281	292										
31	211	223	234	245	257	268	280	291	303	314									
32	219	231	242	254	266	278	290	302	314	326	338								
33	227	239	251	263	276	288	300	313	325	337	350	362							
34	234	247	260	272	285	298	311	323	336	349	362	375	387						
35	242	255	268	281	294	308	321	334	347	360	374	387	400	413					
36	250	263	277	290	304	318	331	345	358	372	386	399	413	427	440				
37	258	271	285	299	313	327	341	355	370	384	398	412	426	440	454	468			
38	265	280	294	308	323	337	352	366	381	395	410	424	439	453	468	482	497		
39	273	288	303	317	332	347	362	377	392	407	422	437	452	467	482	497	512	527	
40	281	296	311	326	342	357	372	388	403	418	434	449	465	480	495	511	526	542	557

Продолжение таблицы II

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	p = 0,05																	
41	40	55	70	86	102	118	135	151	168	184	201	218	234	251	268	285	302	319
42	41	56	72	88	105	121	138	155	172	189	206	223	240	258	275	292	310	327
43	42	58	74	91	107	124	142	159	176	194	211	229	247	264	282	300	318	335
44	43	59	76	93	110	128	145	163	181	199	216	235	253	271	289	307	325	344
45	44	61	78	95	113	131	149	167	185	203	222	240	259	277	296	315	333	352
46	45	62	80	97	115	134	152	171	189	208	227	246	265	284	303	322	341	360
47	46	64	81	100	118	137	156	175	194	213	232	251	271	290	310	329	349	369
48	47	65	83	102	121	140	159	178	198	218	237	257	277	297	317	337	357	377
49	48	66	85	104	123	143	163	182	202	222	243	263	283	303	324	344	365	385
50	49	68	87	106	126	146	166	186	207	227	248	268	289	310	331	352	372	393
51	50	69	89	109	129	149	170	190	211	232	253	274	295	316	338	359	380	402
52	51	71	91	111	131	152	173	194	215	237	258	280	301	323	345	366	388	410
53	52	72	92	113	134	155	177	198	220	241	263	285	307	329	352	374	396	418
54	53	74	94	115	137	158	180	202	224	246	269	291	313	336	359	381	404	427
55	54	75	96	118	139	161	184	206	228	251	274	297	319	342	365	389	412	435
56	55	76	98	120	142	164	187	210	233	256	279	302	326	349	372	396	420	443
57	57	78	100	122	145	167	191	214	237	261	284	308	332	355	379	403	427	451
58	58	79	102	124	147	171	194	218	241	265	289	314	338	362	386	411	435	460
59	59	81	103	127	150	174	198	222	246	270	295	319	344	369	393	418	443	468
60	60	82	105	129	153	177	201	225	250	275	300	325	350	375	400	426	451	476
	p = 0,05																	
41	23	36	49	63	77	91	106	121	136	151	166	181	196	211	227	242	258	273
42	23	37	50	65	79	94	109	124	139	155	170	186	201	217	233	249	265	280
43	24	38	52	66	81	96	112	127	143	159	175	190	207	223	239	255	271	288
44	25	39	53	68	83	99	115	130	146	163	179	195	212	228	245	262	278	295
45	25	40	54	70	85	101	117	134	150	167	183	200	217	234	251	268	285	303
46	26	41	56	71	87	104	120	137	154	171	188	205	222	240	257	275	292	310
47	27	42	57	73	90	106	123	140	157	175	192	210	228	245	263	281	299	317
48	27	43	58	75	92	109	126	143	161	179	197	215	233	251	269	288	306	325
49	28	44	60	77	94	111	129	147	165	183	201	220	238	257	276	294	313	332
50	29	45	61	78	96	114	132	150	168	187	206	225	244	263	282	301	320	339
51	29	46	63	80	98	116	135	153	172	191	210	229	249	268	288	307	327	347
52	30	47	64	82	100	119	137	157	176	195	215	234	254	274	294	314	334	354
53	31	48	65	83	102	121	140	160	179	199	219	239	259	280	300	320	341	361
54	31	49	67	85	104	114	143	163	183	203	224	244	265	285	306	327	348	369
55	32	50	68	87	106	126	146	166	187	207	228	249	270	291	312	333	355	376
56	33	51	69	89	108	129	149	177	190	211	233	254	275	297	318	340	362	384
57	33	52	71	90	111	131	152	173	194	215	237	259	281	302	324	347	369	391
58	34	53	72	92	113	133	155	176	198	220	242	264	286	308	331	353	376	398
59	34	54	73	94	115	136	158	179	201	224	246	268	291	314	337	360	383	406
60	35	55	75	96	117	138	160	183	205	228	250	273	296	320	343	366	390	413

Продолжение таблицы II

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	p = 0,05																		
41	336	353	370	387	404	421	438	456	473	490	507	524	541	559	576	593	610	628	645
42	345	362	380	397	415	432	450	467	485	503	520	538	556	573	591	609	626	644	662
43	353	371	389	407	425	443	461	479	497	515	533	552	570	588	606	624	642	660	679
44	362	380	399	417	436	454	473	491	510	528	547	565	584	602	621	640	658	677	695
45	371	390	408	427	446	465	484	503	522	541	560	579	598	617	636	655	674	693	712
46	380	399	418	437	457	476	495	515	534	554	573	593	612	631	651	670	690	709	729
47	388	408	428	447	467	487	507	527	547	566	586	606	626	646	666	686	706	726	746
48	397	417	437	458	478	498	518	539	559	579	600	620	640	661	681	701	722	742	763
49	406	426	447	468	488	509	530	550	571	592	613	634	654	675	696	717	738	759	780
50	414	435	457	478	499	520	541	562	583	605	626	647	669	690	711	732	754	775	796
51	423	445	466	488	509	531	553	574	596	618	639	661	683	704	726	748	770	791	813
52	432	454	476	498	520	542	564	586	608	630	652	675	697	719	741	763	786	808	830
53	441	463	485	508	530	553	575	598	620	643	666	688	711	734	756	779	802	824	847
54	449	472	495	518	541	564	587	610	633	656	679	702	725	748	771	794	818	841	864
55	458	481	505	528	551	575	598	622	645	669	692	716	739	763	786	810	834	857	881
56	467	491	514	538	562	586	610	634	657	681	705	729	753	777	801	825	850	874	898
57	476	500	524	548	572	597	621	645	670	694	719	743	768	792	816	841	865	890	915
58	484	509	534	558	583	608	633	657	682	707	732	757	782	807	832	856	881	906	931
59	493	518	543	568	594	619	644	669	694	720	745	770	796	821	847	872	897	923	948
60	502	527	553	578	604	630	655	681	707	733	758	784	810	836	862	888	913	939	965
	p = 0,01																		
41	289	304	320	336	351	367	383	398	414	430	446	462	477	493	509	525	541	557	573
42	296	312	328	345	361	377	393	409	425	442	458	474	490	507	523	539	556	572	588
43	304	321	337	354	370	387	403	420	437	453	470	487	503	520	537	553	570	587	604
44	312	329	346	363	380	397	414	431	448	465	482	499	516	533	550	568	585	602	619
45	320	337	354	372	389	407	424	441	459	476	494	511	529	547	564	582	599	617	635
46	328	345	363	381	399	416	434	452	470	488	506	524	542	560	578	596	614	632	650
47	335	353	372	390	408	426	445	463	481	500	518	536	555	573	592	610	629	647	666
48	343	362	380	399	418	436	455	474	492	511	530	549	568	587	606	625	643	662	681
49	351	370	389	408	427	446	465	484	504	523	542	561	581	600	619	639	658	678	697
50	359	378	398	417	437	456	476	495	515	535	554	574	594	613	633	653	673	693	713
51	366	386	406	426	446	466	486	506	526	546	566	587	607	627	647	667	688	708	728
52	374	395	415	435	456	476	496	517	537	558	578	599	620	640	661	682	702	723	744
53	382	403	423	444	465	486	507	528	549	570	591	612	633	654	675	696	717	738	759
54	390	411	432	453	475	496	517	538	560	581	603	624	646	667	689	710	732	753	775
55	398	419	441	462	484	506	527	549	571	593	615	637	659	680	702	724	746	768	790
56	405	427	449	471	494	516	538	560	582	605	627	649	679	694	716	738	761	784	806
57	413	436	458	481	503	526	548	571	593	616	639	662	684	707	730	753	776	799	822
58	421	444	467	490	513	536	559	582	605	628	651	674	697	721	744	767	790	814	837
59	429	452	475	499	522	545	569	592	616	640	663	687	710	734	758	781	805	829	853
60	437	460	484	508	532	555	579	603	627	651	675	699	723	747	772	796	820	844	868

Окончание таблицы II

n_1	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
n_2	p = 0,05																			
41	662																			
42	679	697																		
43	697	715	733																	
44	714	733	751	770																
45	731	750	769	789	808															
46	749	768	788	807	827	846														
47	766	786	806	826	846	866	886													
48	783	804	824	845	865	886	906	927												
49	800	821	842	863	884	905	926	947	968											
50	818	839	861	882	903	925	946	968	989	1010										
51	835	857	879	901	922	944	966	988	1010	1032	1054									
52	852	875	897	919	942	964	986	1009	1031	1053	1076	1098								
53	870	893	915	938	961	934	1006	1029	1052	1075	1098	1120	1143							
54	887	910	934	957	980	1003	1026	1050	1073	1096	1119	1143	1166	1189						
55	901	928	952	975	999	1023	1046	1070	1094	1113	1141	1165	1189	1213	1236					
56	922	946	970	994	1018	1042	1067	1091	1115	1139	1163	1187	1212	1236	1260	1284				
57	939	964	988	1013	1037	1062	1087	1111	1136	1161	1185	1210	1235	1259	1284	1309	1333			
58	956	981	1007	1032	1057	1082	1107	1132	1157	1182	1207	1232	1257	1283	1308	1333	1358	1383		
59	974	999	1025	1050	1076	1101	1127	1152	1178	1204	1229	1255	1280	1306	1331	1357	1383	1408	1434	
60	991	1017	1043	1069	1095	1121	1147	1173	1199	1225	1251	1277	1303	1329	1355	1381	1407	1433	1460	1486
n_2	p = 0,01																			
41	589																			
42	605	621																		
43	621	637	654																	
44	636	654	671	688																
45	652	670	688	706	723															
46	668	687	705	723	741	759														
47	684	703	722	740	759	777	796													
48	700	719	738	757	776	795	814	834												
49	716	736	755	775	794	814	833	853	872											
50	732	752	772	792	812	832	852	872	892	912										
51	748	769	789	809	830	850	870	891	911	932	952									
52	764	785	806	827	847	868	889	910	931	951	972	993								
53	780	802	823	844	865	886	908	929	950	971	993	1014	1035							
54	796	818	840	861	883	905	926	948	970	991	1013	1035	1057	1078						
55	812	834	857	879	901	923	945	967	989	1011	1034	1056	1078	1100	1122					
56	828	851	873	896	919	941	964	986	1009	1031	1054	1077	1099	1122	1145	1167				
57	844	867	890	913	936	959	982	1005	1028	1051	1074	1098	1121	1141	1167	1190	1213			
58	861	884	907	931	954	978	1001	1024	1048	1071	1095	1118	1142	1165	1189	1213	1236	1260		
59	877	900	924	948	972	996	1020	1044	1068	1091	1115	1139	1163	1187	1211	1235	1259	1283	1307	
60	893	917	941	965	990	1014	1038	1063	1087	1111	1136	1160	1185	1209	1234	1258	1282	1307	1331	1356

КРИТЕРИЙ Н КРУСКАЛА–УОЛЛИСА

Критерий предназначен для оценки различий одновременно между *тремя, четырьмя* и т. д. выборками по *уровню* какого-либо признака.

Он позволяет установить, что *уровень* признака *изменяется* при переходе от группы к группе, но не указывает на направление этих различий.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : между выборками 1, 2, 3 и т. д. существуют лишь случайные различия по уровню исследуемого признака.

H_1 : между выборками 1, 2, 3 и т. д. существуют неслучайные различия по уровню исследуемого признака.

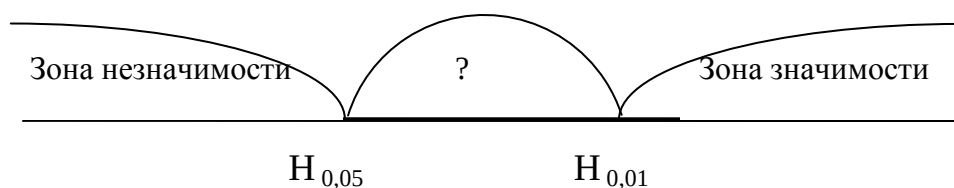
Ограничения критерия:

1. При сопоставлении 3-х выборок допускается, чтобы в одной из них $n = 3$, а двух других $n = 2$. Однако различия можно будет установить лишь на низшем уровне значимости ($p \leq 0,05$).

2. Для того, чтобы оказалось возможным диагностировать различия на более высоком уровне значимости ($p \leq 0,01$), необходимо, чтобы в одной выборке было 4 наблюдения, а в двух других – по 2.

3. При больших выборках $n_1, n_2, n_3 > 4$ необходимо пользоваться Таблицей критических значений критерия χ^2 .

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм подсчета критерия Н Крускала–Уоллиса

1. Перенести все показатели испытуемых на индивидуальные карточки.
2. Пометить карточки испытуемых группы 1 определенным цветом, например красным, карточки испытуемых группы 2 – синим, карточки испытуемых групп 3 и 4 – соответственно, зеленым и желтым цветом и т. д. (Можно использовать, естественно, и любые другие обозначения).
3. Разложить все карточки в единый ряд по степени нарастания признака, не считаясь с тем, к какой группе относятся карточки, как если бы мы работали с одной объединенной выборкой.
4. Проранжировать значения на карточках, приписывая меньшему значению меньший ранг. Надписать на каждой карточке ее ранг. Общее количество рангов будет равняться количеству испытуемых в объединенной выборке.
5. Вновь разложить карточки по группам, ориентируясь на цветные, или другие принятые обозначения.
6. Подсчитать суммы рангов отдельно по каждой группе. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной.
7. Подсчитать значение критерия Н по формуле:

$$H = \left[\frac{12}{N \cdot (N + 1)} \cdot \sum \frac{T_i^2}{n} \right] - 3 \cdot (N + 1),$$

где N – общее количество испытуемых в объединенной выборке;

n – количество испытуемых в каждой выборке;

T – суммы рангов по каждой группе.

8а. При количестве групп $s = 3$, $n_1, n_2, n_3 \leq 5$, определить критические значения и соответствующий им уровень значимости по табл. III.

8б. При количестве групп $s > 3$ или количестве испытуемых $n_1, n_2, n_3 > 5$, определить критические значения χ^2 по табл. VI.

Если $H_{\text{эмп}}$ равен или превышает критическое значение χ^2 , H_0 отвергается.

Таблица III

**Критические значения критерия Н Крускала–Уоллиса
для разных сочетаний n_1, n_2 и n_3**

Различия между тремя выборками можно считать достоверными на указанном в таблице уровне значимости, если $H_{\text{эмп}}$ достигает соответствующего критического значения или превышает его.

Объемы выборок					Объемы выборок					Объемы выборок				
n ₁	n ₂	n ₃	H	p	n ₁	n ₂	n ₃	H	p	n ₁	n ₂	n ₃	H	p
2	1	1	2,7000	0,500	4	4	1	6,6667	0,010	5	4	1	6,9545	0,008
2	2	1	3,6000	0,200				6,1667	0,022				6,8400	0,011
2	2	2	4,5714	0,067				4,9667	0,048				4,9855	0,044
3	1	1	3,2000	0,300				4,8667	0,054				4,8600	0,056
3	2	1	4,2857	0,100				4,1667	0,082				3,9873	0,098
			3,8571	0,133				4,0667	0,102				3,9600	0,102
3	2	2	5,3572	0,029	4	4	2	7,0364	0,006	5	4	2	7,2045	0,009
			4,7143	0,048				6,8727	0,011				7,1182	0,010
			4,5000	0,067				5,4545	0,046				5,2727	0,049
			4,4643	0,105				5,2364	0,052				5,2682	0,050
								4,5545	0,098				4,5409	0,098
								4,4455	0,103				4,5182	0,101
3	3	1	5,1429	0,043	4	4	3	7,1439	0,010	5	4	3	7,4449	0,010
			4,5714	0,100				7,1364	0,011				7,3949	0,011
			4,0000	0,129				5,5985	0,049				5,6564	0,049
								5,5758	0,051				5,6308	0,050
								5,5455	0,099				4,5487	0,099
								4,4773	0,102				4,5231	0,103
3	3	2	6,2500	0,011	4	4	4	7,6538	0,008	5	4	4	7,7604	0,009
			5,3611	0,032				7,5385	0,011				7,7440	0,011
			5,1389	0,061				5,6923	0,049				5,6571	0,049
			4,5556	0,100				5,6538	0,054				5,6176	0,050
			4,2500	0,121				4,6539	0,097				4,6187	0,100
								4,5001	0,104				4,5527	0,102
3	3	3	7,2000	0,004	5	1	1	3,8571	0,143	5	5	1	7,3091	0,009
			6,4889	0,011				5,2500	0,036				6,8364	0,011
			5,6889	0,029	5,0000	0,048	5,1273	0,046						
			5,6000	0,050	4,4500	0,071	4,9091	0,053						
			5,0667	0,086	4,2000	0,095	4,1091	0,086						
			4,6222	0,100	4,0500	0,119	4,0364	0,105						
			4	1	1	3,5714	0,200							
4	2	1	4,8214	0,057	5	2	2	6,5333	0,008				7,2692	0,010
			4,5000	0,076				6,1333	0,013				5,3385	0,047
			4,0179	0,114				5,1600	0,034				5,2462	0,051
								5,0400	0,056				4,6231	0,097
								4,3733	0,090				4,5077	0,100
								4,2933	0,122					

Продолжение таблицы III

Объемы выборки					
n ₁	n ₂	n ₃	H	p	
4	2	2	6,0000	0,014	
			5,3333	0,033	
			5,1250	0,052	
			4,4583	0,100	
			4,1667	0,105	
4	3	1	5,8333	0,021	
			5,2083	0,050	
			5,0000	0,057	
			4,0556	0,093	
			3,8889	0,129	
4	3	2	6,4444	0,008	
			6,3000	0,011	
			5,4444	0,046	
			5,4000	0,051	
			4,5111	0,098	
			4,4444	0,102	
4	3	3	6,7455	0,010	
			6,7091	0,013	
			5,7909	0,046	
			5,7273	0,050	
			4,7091	0,092	
			4,7000	0,101	

G – КРИТЕРИЙ ЗНАКОВ МАК-НЕМАРА

Предназначен для установления общего *направления* сдвига исследуемого признака.

Он позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму: изменяются ли показатели в сторону улучшения, повышения или усиления или, наоборот, в сторону ухудшения, понижения или ослабления.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : преобладание типичного направления сдвига является случайным.

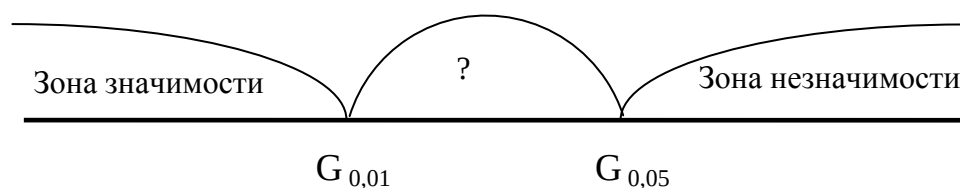
H_1 : преобладание типичного направления сдвига не является случайным

Ограничения критерия:

Количество наблюдений в обоих замерах – не менее 5 и не более 300.

$5 \leq n \leq 300$

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм расчета критерия знаков G

1. Подсчитать количество нулевых реакций и исключить их из рассмотрения. В результате n уменьшится на количество нулевых реакций.
2. Определить преобладающее направление изменений. Считать сдвиги в преобладающем направлении «типичными».
3. Определить количество «нетипичных» сдвигов. Считать это число эмпирическим значением G .
4. По табл. IV определить критические значения G для данного n .
5. Сопоставить $G_{\text{эмп}}$ с $G_{\text{кр}}$. Если $G_{\text{эмп}}$ меньше $G_{\text{кр}}$ или, по крайней мере, равен ему, сдвиг в типичную сторону может считаться достоверным.

**Критические значения G – критерий знаков Мак-Немара
для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$**

Преобладание «типичного» сдвига является достоверным, если $G_{\text{эмп}}$ ниже или равен $G_{0,05}$, и тем более достоверными, если $G_{\text{эмп}}$ ниже или равен $G_{0,01}$.

n	p	
	0,05	0,01
5	0	–
6	0	–
7	0	0
8	1	0
9	1	0
10	1	0
11	2	1
12	2	1
13	3	1
14	3	2
15	3	2
16	4	2
17	4	3
18	5	3
19	5	4
20	5	4
21	6	4
22	6	5
23	7	5
24	7	5
25	7	6
26	8	6

n	p	
	0,05	0,01
27	8	7
28	8	7
29	9	7
30	10	8
31	10	8
32	10	8
33	11	9
34	11	9
35	12	10
36	12	10
37	13	10
38	13	11
39	13	11
40	14	12
41	14	12
42	15	13
43	15	13
44	16	13
45	16	14
46	16	14
47	17	15
48	17	15

n	p	
	0,05	0,01
49	18	15
50	18	16
52	19	17
54	20	18
56	21	18
58	22	19
60	23	20
62	24	21
64	24	22
66	25	23
68	26	23
70	27	24
72	28	25
74	29	26
76	30	27
78	31	28
80	32	29
82	33	30
84	33	30
86	34	31
88	35	32
90	36	33

n	p	
	0,05	0,01
92	37	34
94	38	35
96	39	36
98	40	37
100	41	37
110	45	42
120	50	46
130	55	51
140	59	55
150	64	60
160	69	64
170	73	69
180	78	73
190	83	78
200	87	83
220	97	92
240	106	101
260	116	110
280	125	120
300	135	129

Т – КРИТЕРИЙ ВИЛКОКСОНА

Критерий применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых.

Он позволяет установить не только направленность изменений, но и их выраженность. С его помощью можно определить, является ли сдвиг показателей в каком-то одном направлении более интенсивным, чем в другом.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

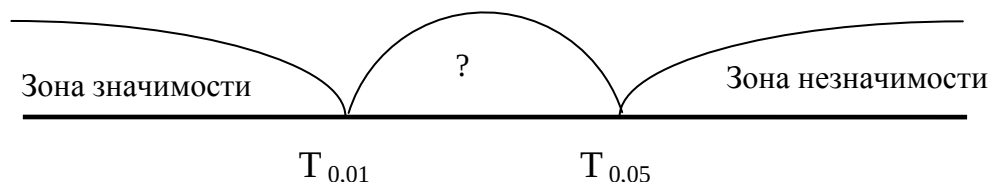
H_1 : интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

Ограничения критерия:

Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек. Максимальное количество испытуемых – 50 человек.

$$5 \leq n \leq 50$$

Расположение табличных значений признака:



Алго-
ритм

го-
под-

счета Т – критерий Вилкоксона

1. Составить список испытуемых в любом порядке, например, алфавитном.
2. Вычислить разность между индивидуальными значениями во втором и первом замерах («после» – «до»). Определить, что будет считаться «типичным» сдвигом и сформулировать соответствующие гипотезы.
3. Перевести разности в абсолютные величины и записать их отдельным столбцом (иначе трудно отвлечься от знака разности).
4. Проранжировать абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг. Проверить совпадение полученной суммы рангов с расчетной.
5. Отметить кружками или другими знаками ранги, соответствующие сдвигам в «нетипичном» направлении.
6. Подсчитать сумму этих рангов по формуле:

$$T = \sum R_r,$$

где R_r – ранговые значения сдвигов с более редким знаком.

7. Определить критические значения T для данного n по табл. V. Если $T_{эмп}$ меньше или равен $T_{кр}$, сдвиг в «типичную» сторону по интенсивности достоверно преобладает.

**Критические значения T – критерий Вилкоксона для уровней
статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$**

«Типичный» сдвиг является достоверно преобладающим по интенсивности, если $T_{эмп}$ ниже или равен $T_{0,05}$, и тем более достоверно преобладающим, если $T_{эмп}$ ниже или равен $T_{0,01}$.

n	P	
	0,05	0,01
5	0	-
6	2	-
7	3	0
8	5	1
9	8	3
10	10	5
11	13	7
12	17	9
13	21	12
14	25	15
15	30	19
16	35	23
17	41	27
18	47	32
19	53	37
20	60	43
21	67	49
22	75	55
23	83	62
24	91	69
25	100	76
26	110	84
27	119	92

n	P	
	0,05	0,01
28	130	101
29	140	110
30	151	120
31	163	130
32	175	140
33	187	151
34	200	162
35	213	173
36	227	185
37	241	198
38	256	211
39	271	224
40	286	238
41	302	252
42	319	266
43	336	281
44	353	296
45	371	312
46	389	328
47	407	345
48	426	362
49	446	379
50	466	397

χ^2 – КРИТЕРИЙ ПИРСОНА

Критерий χ^2 применяется в двух случаях:

- 1) для сопоставления эмпирического распределения признака с теоретическим – равномерным, нормальным или каким-то иным;
- 2) для сопоставления двух, трех или более эмпирических распределений одного и того же признака.

Пример формулировки гипотез:

Возможны несколько вариантов гипотез, в зависимости от задач, которые мы перед собой ставим.

Первый вариант:

H_0 : Полученное эмпирическое распределение признака не отличается от теоретического (например, равномерного) распределения.

H_1 : Полученное эмпирическое распределение признака отличается от теоретического распределения.

Второй вариант:

H_0 : Эмпирическое распределение 1 не отличается от эмпирического распределения 2.

H_1 : Эмпирическое распределение 1 отличается от эмпирического распределения 2.

Третий вариант:

H_0 : Эмпирические распределения 1, 2, 3,... не различаются между собой.

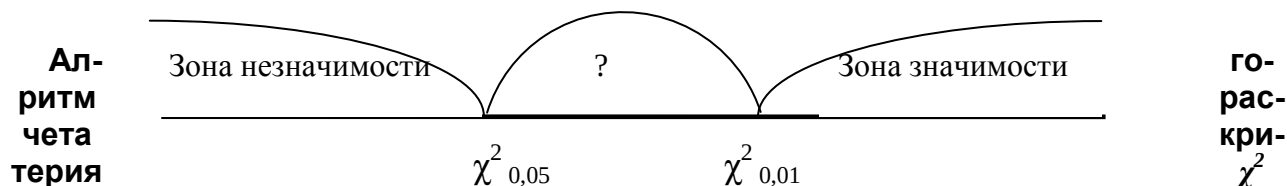
H_1 : Эмпирические распределения 1, 2, 3,... различаются между собой.

Критерий χ^2 позволяет проверить все 3 варианта гипотез.

Ограничения критерия:

1. В каждой выборке должно быть не менее 30 наблюдений: $n \geq 30$.
2. Теоретическая частота для каждой ячейки таблицы не должна быть меньше 5: $f \geq 5$.

Расположение табличных значений признака:



1. Занести в таблицу наименования разрядов и соответствующие им эмпирические частоты (первый столбец).

2. Рядом с каждой эмпирической частотой записать теоретическую частоту (второй столбец).

3. Подсчитать разности между эмпирической и теоретической частотой по каждому разряду (строке) и записать их в третий столбец.

4. Определить число степеней свободы по формуле:

$$v = r - 1,$$

где r – количество разрядов признака.

Если $v = 1$, внести поправку на «непрерывность»

5. Возвести в квадрат полученные разности, и занести их в четвертый столбец.

6. Разделить полученные квадраты разностей на теоретическую частоту и записать результаты в пятый столбец.

7. Просуммировать значения пятого столбца. Полученную сумму обозначить как $\chi^2_{\text{эмп}}$.

8. Определить по табл. VI критические значения для данного числа степеней свободы v .

Если $\chi^2_{\text{эмп}}$ меньше критического значения, расхождения между распределениями статистически недостоверны.

Если $\chi^2_{\text{эмп}}$ равно критическому значению или превышает его, расхождения между распределениями статистически достоверны.

Таблица VI

Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы ν

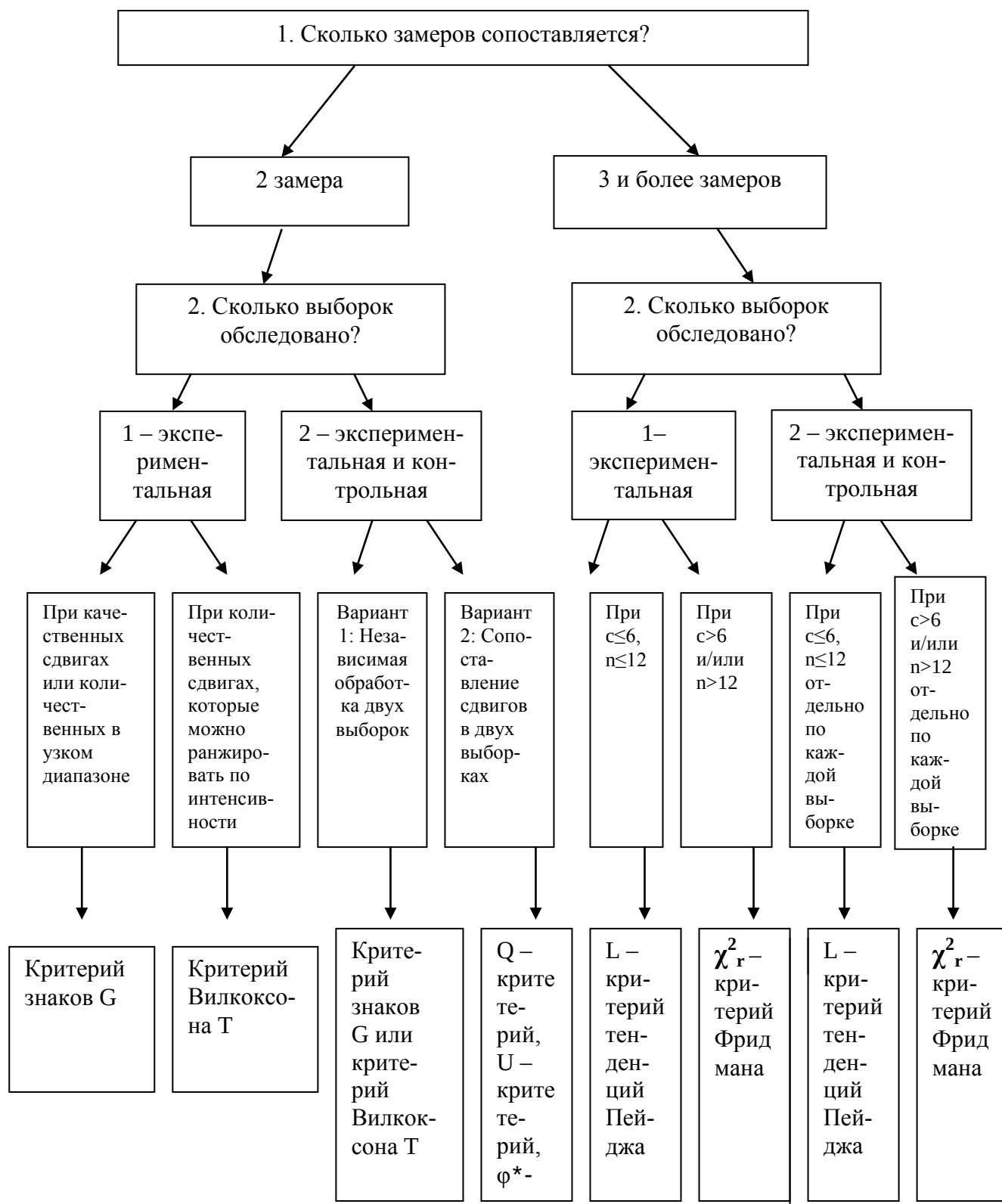
Различия между двумя распределениями могут считаться достоверными, если $\chi^2_{\text{эмп}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,05}$, и тем более достоверными, если $\chi^2_{\text{эмп}}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,01}$

p		
ν	0,05	0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,210
3	7,815	11,345
4	9,488	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,090
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209
11	19,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32,000
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191
20	31,410	37,566
21	32,671	38,932
22	33,924	40,289
23	35,172	41,638
24	36,415	42,980
25	37,652	44,314
26	38,885	45,642
27	40,113	46,963
28	41,337	48,278
29	42,557	49,588
30	43,773	50,892
31	44,985	52,191
32	46,194	53,486
33	47,400	54,776
34	48,602	56,061

p		
ν	0,05	0,01
35	49,802	57,342
36	50,998	58,619
37	52,192	59,892
38	53,384	61,162
39	54,572	62,428
40	55,758	63,691
41	56,942	64,950
42	58,124	66,206
43	59,304	67,459
44	60,481	68,709
45	61,656	69,957
46	62,830	71,201
47	64,001	72,443
48	65,171	73,683
49	66,339	74,919
50	67,505	76,154
51	68,669	77,386
52	69,832	78,616
53	70,993	79,843
54	72,153	81,069
55	73,311	82,292
56	74,468	83,513
57	75,624	84,733
58	76,778	85,950
59	77,931	87,166
60	79,082	88,379
61	80,232	89,591
62	81,381	90,802
63	82,529	92,010
64	83,675	93,217
65	84,821	94,422
66	85,965	95,626
67	87,108	96,828
68	88,250	98,028

p		
ν	0,05	0,01
69	89,391	99,227
70	90,631	100,425
71	91,670	101,621
72	92,808	102,816
73	93,945	104,010
74	95,081	105,202
75	96,217	106,393
76	97,351	107,582
77	98,484	108,771
78	99,617	109,958
79	100,749	111,144
80	101,879	112,329
81	103,010	113,512
82	104,139	114,695
83	105,267	115,876
84	106,395	117,057
85	107,522	118,236
86	108,648	119,414
87	109,773	120,591
88	110,898	121,767
89	112,022	122,942
90	113,145	124,116
91	114,268	125,289
92	115,390	126,462
93	116,511	127,633
94	117,632	128,803
95	118,752	129,973
96	119,871	131,141
97	120,990	132,309
98	122,108	133,476
99	123,225	134,642
100	124,342	135,807

АЛГОРИТМ ВЫБОРА КРИТЕРИЯ ОЦЕНКИ СДВИГОВ



КРИТЕРИЙ ϕ^* – УГЛОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФИШЕРА

Критерий предназначен для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего эффекта.

Критерий оценивает достоверность различий между процентными долями двух выборок, в которых зарегистрирован интересующий нас эффект.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : Доля лиц, у которых проявляется исследуемый эффект, в выборке 1 не больше, чем в выборке 2.

H_1 : Доля лиц, у которых проявляется исследуемый эффект, в выборке 1 больше, чем в выборке 2.

Ограничения критерия:

1. Ни одна из сопоставляемых долей не должна быть равной нулю. $\phi^* \neq 0$
2. Верхний предел в критерии ϕ^* отсутствует – выборки могут быть сколь угодно большими.

Нижний предел – 2 наблюдения в одной из выборок. Однако должны соблюдаться следующие соотношения в численности двух выборок:

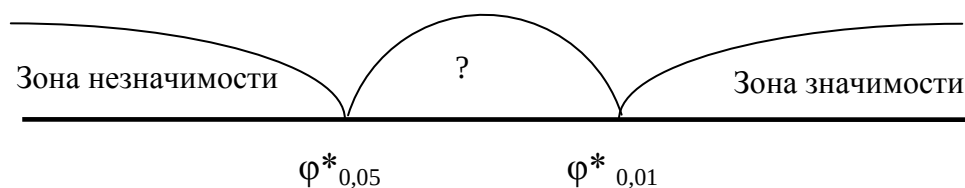
А) Если $n_1 = 2 \rightarrow n_2 \geq 30$

Б) Если $n_1 = 3 \rightarrow n_2 \geq 7$

В) Если $n_1 = 4 \rightarrow n_2 \geq 5$

Г) Если $n_1, n_2 \geq 5$ возможны любые сопоставления

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм расчета критерия ϕ^*

1. Определить те значения признака, которые будут критерием для разделения испытуемых на тех, у кого «есть эффект» и тех, у кого «нет эффекта». Если признак измерен количественно, использовать критерий λ для поиска оптимальной точки разделения.

2. Начертить четырехклеточную таблицу из двух столбцов и двух строк. Первый столбец – «есть эффект»; второй столбец – «нет эффекта»; первая строка сверху 1 группа (выборка); вторая строка – 2 группа (выборка).

3. Подсчитать количество испытуемых в первой группе, у которых «есть эффект», и занести это число в левую верхнюю ячейку таблицы.

4. Подсчитать количество испытуемых в первой выборке, у которых «нет эффекта», и занести это число в правую верхнюю ячейку таблицы. Подсчитать сумму по двум верхним ячейкам. Она должна совпадать с количеством испытуемых в первой группе.

5. Подсчитать количество испытуемых во второй группе, у которых «есть эффект», и занести это число в левую нижнюю ячейку таблицы.

6. Подсчитать количество испытуемых во второй выборке, у которых «нет эффекта», и занести это число в правую нижнюю ячейку таблицы. Подсчитать сумму по двум нижним ячейкам. Она должна совпадать с количеством испытуемых во второй группе (выборке).

7. Определить процентные доли испытуемых, у которых «есть эффект», путем отнесения их количества к общему количеству испытуемых в данной группе (выборке). Записать

полученные процентные доли соответственно в левой верхней и левой нижней ячейках таблицы в скобках, чтобы не перепутать их с абсолютными значениями.

8. Проверить, не равняется ли одна из сопоставляемых процентных долей нулю. Если это так, попробовать изменить это, сдвинув точку разделения групп в ту или иную сторону. Если это невозможно или нежелательно, отказаться от критерия φ^* и использовать критерий χ^2 .

9. Определить по табл. VII величины углов φ для каждой из сопоставляемых процентных долей.

10. Подсчитать эмпирическое значение φ^* по формуле:

$$\varphi^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

где φ_1 – угол, соответствующий большей процентной доле;

φ_2 – угол, соответствующий меньшей процентной доле;

n_1 – количество наблюдений в выборке 1.

n_2 – количество наблюдений в выборке 2.

11. Сопоставить полученное значение φ^* с критическими значениями:

$$\varphi^* \leq 1,64 \text{ (} p \leq 0,05 \text{)} \text{ и } \varphi^* \leq 2,31 \text{ (} p \leq 0,01 \text{)}.$$

Если $\varphi_{\text{эмп}} \geq \varphi_{\text{кр}}$, H_0 отвергается.

При необходимости определить точный уровень значимости полученного $\varphi^*_{\text{эмп}}$ по табл. VIII.

Величины угла φ (в радианах) для разных процентных долей:
 $\varphi = 2 \arcsin \sqrt{P}$

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	значения $\varphi = 2 \arcsin \sqrt{P}$									
0,0	0,000	0,020	0,028	0,035	0,040	0,045	0,049	0,053	0,057	0,060
0,1	0,063	0,066	0,069	0,072	0,075	0,077	0,080	0,082	0,085	0,087
0,2	0,089	0,092	0,094	0,096	0,098	0,100	0,102	0,104	0,106	0,108
0,3	0,110	0,111	0,113	0,115	0,117	0,118	0,120	0,122	0,123	0,125
0,4	0,127	0,128	0,130	0,131	0,133	0,134	0,136	0,137	0,139	0,140
0,5	0,142	0,143	0,144	0,146	0,147	0,148	0,150	0,151	0,153	0,154
0,6	0,155	0,156	0,158	0,159	0,160	0,161	0,163	0,164	0,165	0,166
0,7	0,168	0,169	0,170	0,171	0,172	0,173	0,175	0,176	0,177	0,178
0,8	0,179	0,180	0,182	0,183	0,184	0,185	0,186	0,187	0,188	0,189
0,9	0,190	0,191	0,192	0,193	0,194	0,195	0,196	0,197	0,198	0,199
1	0,200	0,210	0,220	0,229	0,237	0,246	0,254	0,262	0,269	0,277
2	0,284	0,291	0,298	0,304	0,311	0,318	0,324	0,330	0,336	0,342
3	0,348	0,354	0,360	0,365	0,371	0,376	0,382	0,387	0,392	0,398
4	0,403	0,408	0,413	0,418	0,423	0,428	0,432	0,437	0,442	0,446
5	0,451	0,456	0,460	0,465	0,469	0,473	0,478	0,482	0,486	0,491
6	0,495	0,499	0,503	0,507	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532
7	0,536	0,539	0,543	0,547	0,551	0,555	0,559	0,562	0,566	0,570
8	0,574	0,577	0,581	0,584	0,588	0,592	0,595	0,599	0,602	0,606
9	0,609	0,613	0,616	0,620	0,623	0,627	0,630	0,633	0,637	0,640
10	0,644	0,647	0,650	0,653	0,657	0,660	0,663	0,666	0,670	0,673
11	0,676	0,679	0,682	0,686	0,689	0,692	0,695	0,698	0,701	0,704
12	0,707	0,711	0,714	0,717	0,720	0,723	0,726	0,729	0,732	0,735
13	0,738	0,741	0,744	0,747	0,750	0,752	0,755	0,758	0,761	0,764
14	0,767	0,770	0,773	0,776	0,778	0,781	0,784	0,787	0,790	0,793
15	0,795	0,798	0,801	0,804	0,807	0,809	0,812	0,815	0,818	0,820
16	0,823	0,826	0,828	0,831	0,834	0,837	0,839	0,842	0,845	0,847
17	0,850	0,853	0,855	0,858	0,861	0,863	0,866	0,868	0,871	0,874
18	0,876	0,879	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,897	0,900
19	0,902	0,905	0,907	0,910	0,912	0,915	0,917	0,920	0,922	0,925
20	0,927	0,930	0,932	0,935	0,937	0,940	0,942	0,945	0,947	0,950
21	0,952	0,955	0,957	0,959	0,962	0,964	0,967	0,969	0,972	0,974
22	0,976	0,979	0,981	0,984	0,986	0,988	0,991	0,993	0,996	0,998
23	1,000	1,003	1,005	1,007	1,010	1,012	1,015	1,017	1,019	1,022
24	1,024	1,026	1,029	1,031	1,033	1,036	1,038	1,040	1,043	1,045
25	1,047	1,050	1,052	1,054	1,056	1,059	1,061	1,063	1,066	1,068
26	1,070	1,072	1,075	1,077	1,079	1,082	1,084	1,086	1,088	1,091
27	1,093	1,095	1,097	1,100	1,102	1,104	1,106	1,109	1,111	1,113
28	1,115	1,117	1,120	1,122	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,135
29	1,137	1,140	1,142	1,144	1,146	1,148	1,151	1,153	1,155	1,157
30	1,159	1,161	1,164	1,166	1,168	1,170	1,172	1,174	1,177	1,179

% доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	значения $\varphi = 2 \arcsin \sqrt{P}$									
31	1,182	1,183	1,185	1,187	1,190	1,192	1,194	1,196	1,198	1,200
32	1,203	1,205	1,207	1,209	1,211	1,213	1,215	1,217	1,220	1,222
33	1,224	1,226	1,228	1,230	1,232	1,234	1,237	1,239	1,241	1,243
34	1,245	1,247	1,249	1,251	1,254	1,256	1,258	1,260	1,262	1,264
35	1,266	1,268	1,270	1,272	1,274	1,277	1,279	1,281	1,283	1,285
36	1,287	1,289	1,291	1,293	1,295	1,297	1,299	1,302	1,304	1,306
37	1,308	1,310	1,312	1,314	1,316	1,318	1,320	1,322	1,324	1,326
38	1,328	1,330	1,333	1,335	1,337	1,339	1,341	1,343	1,345	1,347
39	1,349	1,351	1,353	1,355	1,357	1,359	1,361	1,363	1,365	1,367
40	1,369	1,371	1,374	1,376	1,378	1,380	1,382	1,384	1,386	1,388
41	1,390	1,392	1,394	1,396	1,398	1,400	1,402	1,404	1,406	1,408
42	1,410	1,412	1,414	1,416	1,418	1,420	1,422	1,424	1,426	1,428
43	1,430	1,432	1,434	1,436	1,438	1,440	1,442	1,444	1,446	1,448
44	1,451	1,453	1,455	1,457	1,459	1,461	1,463	1,465	1,467	1,469
45	1,471	1,473	1,475	1,477	1,479	1,481	1,483	1,485	1,487	1,489
46	1,491	1,493	1,495	1,497	1,499	1,501	1,503	1,505	1,507	1,509
47	1,511	1,513	1,515	1,517	1,519	1,521	1,523	1,525	1,527	1,529
48	1,531	1,533	1,535	1,537	1,539	1,541	1,543	1,545	1,547	1,549
49	1,551	1,553	1,555	1,557	1,559	1,561	1,563	1,565	1,567	1,569
50	1,571	1,573	1,575	1,577	1,579	1,581	1,583	1,585	1,587	1,589
51	1,591	1,593	1,595	1,597	1,599	1,601	1,603	1,605	1,607	1,609
52	1,611	1,613	1,615	1,617	1,619	1,621	1,623	1,625	1,627	1,629
53	1,631	1,633	1,635	1,637	1,639	1,641	1,643	1,645	1,647	1,649
54	1,651	1,653	1,655	1,657	1,659	1,661	1,663	1,665	1,667	1,669
55	1,671	1,673	1,675	1,677	1,679	1,681	1,683	1,685	1,687	1,689
56	1,691	1,693	1,695	1,697	1,699	1,701	1,703	1,705	1,707	1,709
57	1,711	1,713	1,715	1,717	1,719	1,721	1,723	1,725	1,727	1,729
58	1,731	1,734	1,736	1,738	1,740	1,742	1,744	1,746	1,748	1,750
59	1,752	1,754	1,756	1,758	1,760	1,762	1,764	1,766	1,768	1,770
60	1,772	1,774	1,776	1,778	1,780	1,782	1,784	1,786	1,789	1,791
61	1,793	1,795	1,797	1,799	1,801	1,803	1,805	1,807	1,809	1,811
62	1,813	1,815	1,817	1,819	1,821	1,823	1,826	1,828	1,830	1,832
63	1,834	1,836	1,838	1,840	1,842	1,844	1,846	1,848	1,850	1,853
64	1,855	1,857	1,859	1,861	1,863	1,865	1,867	1,869	1,871	1,873
65	1,875	1,878	1,880	1,882	1,884	1,886	1,888	1,890	1,892	1,894
66	1,897	1,899	1,901	1,903	1,905	1,907	1,909	1,911	1,913	1,916
67	1,918	1,920	1,922	1,924	1,926	1,928	1,930	1,933	1,935	1,937
68	1,939	1,941	1,943	1,946	1,948	1,950	1,952	1,954	1,956	1,958
69	1,961	1,963	1,965	1,967	1,969	1,971	1,974	1,976	1,978	1,980
70	1,982	1,984	1,987	1,989	1,991	1,993	1,995	1,998	2,000	2,002

**Уровни статистической значимости
разных значений критерия ϕ^* Фишера**

По полученному значению $\phi^*_{\text{эмп}}$ определяется уровень значимости различий процентных долей.

р равно или меньше	р равно или меньше (последний десятичный знак)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	2,91	2,81	2,70	2,62	2,55	2,49	2,44	2,39	2,35	-
0,01	2,31	2,28	2,25	2,22	2,19	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07
0,02	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,92	1,91	1,89
0,03	1,88	1,86	1,85	1,84	1,82	1,81	1,80	1,79	1,77	1,76
0,04	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,68	1,67	1,66	1,65
0,05	1,64	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56
0,06	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,52	1,51	1,50	1,49	1,48
0,07	1,48	1,47	1,46	1,46	1,45	1,44	1,43	1,43	1,42	1,41
0,08	1,41	1,40	1,39	1,39	1,38	1,37	1,37	1,36	1,36	1,35
0,09	1,34	1,34	1,33	1,32	1,32	1,31	1,31	1,30	1,30	1,29
0,10	1,29									

БИНОМИАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ m

Критерий применяется для сопоставления частоты встречаемости какого-либо эффекта с теоретической или заданной частотой его встречаемости.

Он применяется в тех случаях, когда обследована лишь одна выборка объемом не более 300 наблюдений, в некоторых задачах – не больше 50 наблюдений.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : частота встречаемости данного эффекта в обследованной выборке не превышает теоретической (заданной, ожидаемой, предполагаемой).

H_1 : частота встречаемости данного эффекта в обследованной выборке превышает теоретическую (заданную, ожидаемую, предполагаемую).

Ограничения критерия:

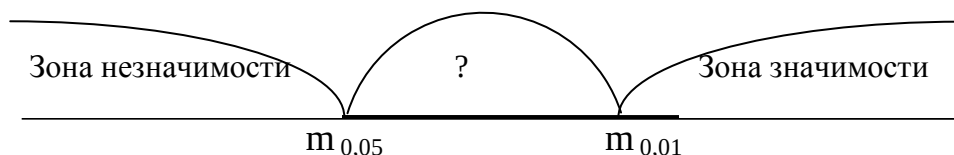
1. В выборке должно быть не менее 5 наблюдений. В принципе возможно применение критерия и при $2 \leq n < 5$, но лишь в отношении определенного типа задач (см. табл. X).

2. Верхний предел численности выборки зависит от ограничений, определяемых п. 3–8 и варьирует в диапазоне от 50 до 300 наблюдений, что определяется имеющимися таблицами критических значений.

3. Биномиальный критерий m позволяет проверить лишь гипотезу о том, что частота встречаемости интересующего нас эффекта в обследованной выборке превышает заданную вероятность P . Заданная вероятность при этом должна быть: $P \leq 0,50$.

4. Если мы хотим проверить гипотезу о том, что частота встречаемости интересующего нас эффекта достоверно ниже заданной вероятности, то при $P = 0,50$ мы можем сделать это с помощью уже известного критерия знаков G , при $P > 0,50$ мы должны преобразовать гипотезы в противоположные, а при $P < 0,50$ придется использовать критерий χ^2 .

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм применение биномиального критерия m

1. Определить теоретическую частоту встречаемости эффекта по формуле:

$$f_{\text{теор}} = n \cdot P,$$

где n – количество наблюдений в обследованной выборке;

P – заданная вероятность исследуемого эффекта.

По соотношению эмпирической и теоретической частот и заданной вероятности P определить, к какой ячейке таблицы 1 относится данный случай сопоставлений.

Если биномиальный критерий оказывается неприменимым, использовать тот критерий, который указан в соответствующей ячейке таблицы 1.

2. Если критерий m применим, то определить критические значения m по табл. IX (при $P = 0,50$) или по табл. X (при $P < 0,50$) для данных n и P .

3. Считать $m_{\text{эмп}}$ эмпирическую частоту встречаемости эффекта в обследованной выборке: $m_{\text{эмп}} = f_{\text{эмп}}$.

4. Если $m_{\text{эмп}}$ превышает критические значения, это означает, что эмпирическая частота достоверно превышает частоту, соответствующую заданной вероятности.

Таблица 1

Заданные вероятности	$H_1: f_{\text{эмп}}$ достоверно выше $f_{\text{теор}}$	$H_1: f_{\text{эмп}}$ достоверно ниже $f_{\text{теор}}$
$P < 0,50$	A m для $2 \leq n \leq 50$	Б χ^2 для $n \geq 30$
$P = 0,50$	В m для $5 \leq n \leq 300$	Г G для $5 \leq n \leq 300$
$P > 0,50$	Д χ^2 для $n \geq 30$	Е m для $2 \leq n \leq 50$

Пояснения к табл. 1.

А) Если заданная вероятность $P < 0,50$, а $f_{\text{эмп}} > f_{\text{теор}}$, (например, допустимый уровень брака – 15%, а в обследованной выборке получено значение в 25%), то биномиальный критерий применим для объема выборки $2 \leq n \leq 50$.

Б) Если заданная вероятность $P < 0,50$, $f_{\text{эмп}} < f_{\text{теор}}$, (например, допустимый уровень брака – 15%, а в обследованной выборке наблюдается 5% брака), то биномиальный критерий неприменим и следует применять критерий χ^2 .

В) Если заданная вероятность $P = 0,50$, а $f_{\text{эмп}} > f_{\text{теор}}$, (например, вероятность выбора каждой из двух равновероятных альтернатив $P = 0,50$, а в обследованной выборке одна из альтернатив выбирается чаще, чем в половине случаев), то биномиальный критерий применим для объема выборки $5 \leq n \leq 300$.

Г) Если заданная вероятность $P = 0,50$, а $f_{\text{эмп}} < f_{\text{теор}}$, (например, вероятность выбора каждой из двух равновероятных альтернатив $P = 0,50$, а в обследованной выборке одна из альтернатив наблюдается реже, чем в половине случаев), то вместо биномиального критерия применяется критерий знаков G, являющийся «зеркальным отражением» биномиального критерия при $P = 0,50$. Допустимый объем выборки: $5 \leq n \leq 300$.

Д) Если заданная вероятность $P > 0,50$, а $f_{\text{эмп}} > f_{\text{теор}}$, (например, среднестатистический процент решения задачи – 80%, а в обследованной выборке он составляет 95%), то биномиальный критерий неприменим и следует применять критерий χ^2 .

Е) Если заданная вероятность $P > 0,50$, а $f_{\text{эмп}} < f_{\text{теор}}$, (например, среднестатистический процент решения задачи – 80%, а в обследованной выборке он составляет 60%), то биномиальный критерий применим при условии, что в качестве «эффекта» мы будем рассматривать более редкое событие – неудачу в решении задачи, вероятность которого $Q = 1 - P = 1 - 0,80 = 0,20$ и процент встречаемости в данной выборке: $100\% - 75\% = 25\%$. Эти преобразования фактически сведут данную задачу к задаче, предусмотренной п. А. Допустимый объем выборки $2 \leq n \leq 50$.

**Критические значения биномиального критерия m
при $p = 0,50$; $n \leq 300$**

Различия достоверны, если $m_{эмп}$ равен или больше $m_{0,05}$, и тем более достоверны, если $m_{эмп}$ равен или больше $m_{0,01}$

n	p	
	0,05	0,01
5	5	-
6	6	-
7	7	7
8	7	8
9	8	9
10	9	10
11	9	10
12	10	11
13	10	12
14	11	12
15	12	13
16	12	14
17	13	14
18	13	15
19	14	15
20	15	16
21	15	17
22	16	17
23	16	18
24	17	19
25	18	19
26	18	20

n	p	
	0,05	0,01
27	19	20
28	20	21
29	20	22
30	20	22
31	21	23
32	22	24
33	22	24
34	23	25
35	23	25
36	24	26
37	24	27
38	25	27
39	26	28
40	26	28
41	27	29
42	27	29
43	28	30
44	28	31
45	29	31
46	30	32
47	30	32
48	31	33

n	p	
	0,05	0,01
49	31	34
50	32	34
52	33	35
54	34	36
56	35	38
58	36	39
60	37	40
62	38	41
64	40	42
66	41	43
68	42	45
70	43	46
72	44	47
74	45	48
76	46	49
78	47	50
80	48	51
82	49	52
84	51	54
86	52	55
88	53	56

n	p	
	0,05	0,01
90	54	57
92	55	58
94	56	59
96	57	60
98	58	61
100	59	63
110	65	68
120	70	74
130	75	79
140	81	85
150	86	90
160	91	96
170	97	101
180	102	107
190	107	112
200	113	117
220	123	128
240	134	139
260	144	150
280	155	160
300	165	171

**Критические значения биномиального критерия m
при $p \leq 0,50$; $n \leq 50$**

Различия достоверны, если $m_{\text{эмп}}$ равен или больше $m_{0,05}$, и тем более достоверны, если $m_{\text{эмп}}$ равен или больше $m_{0,01}$.

N	P Q	0,01 0,99	0,02 0,98	0,03 0,97	0,04 0,96	0,05 0,95	0,06 0,94	0,07 0,93	0,08 0,92	0,09 0,91	0,10 0,90	0,11 0,89	0,12 0,88	0,13 0,87	0,14 0,86	0,15 0,85	0,16 0,84	0,17 0,83
p = 0,05																		
2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
4	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
7	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
8	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
9	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5
10	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5
11	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5
12	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
13	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6
14	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6
15	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6
16	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6
17	2	2	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7
18	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7
19	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7
20	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7
21	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8
22	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8
23	2	3	3	4	4	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8
24	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8
25	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	8
p = 0,01																		
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—
3	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
5	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
6	2	2	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
7	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
8	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5
9	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
10	2	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
11	2	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6
12	2	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6
13	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7
14	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7
15	2	3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7
16	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7	8
17	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8
18	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
19	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	8
20	3	3	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	8	8	9
21	3	3	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9
22	3	3	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9
23	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	9	9	9	9
24	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10
25	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	9	9	9	10	10

Продолжение таблицы X

N	P Q	0,01 0,99	0,02 0,98	0,03 0,97	0,04 0,96	0,05 0,95	0,06 0,94	0,07 0,93	0,08 0,92	0,09 0,91	0,10 0,90	0,11 0,89	0,12 0,88	0,13 0,87	0,14 0,86	0,15 0,85	0,16 0,84	0,17 0,83
p = 0,05																		
26	2	3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9
27	2	3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9
28	2	3	4	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9
29	2	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	9	9
30	2	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10
31	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	10	10
32	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10	10
33	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10
34	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11
35	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11	11
36	3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11
37	3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11
38	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11	11
39	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12
40	3	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12
41	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	12
42	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12	12
43	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	13	13
44	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13	13
45	3	4	4	5	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13
46	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	13	13	13
47	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13
48	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11	11	12	12	13	14	14
49	3	4	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14	14
50	3	4	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14	14
p = 0,01																		
26	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10	10	10
27	3	4	4	5	6	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11	11
28	3	4	4	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10	10	10	11	11
29	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	11	11	11
30	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11	11
31	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12
32	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11	12	12
33	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	12
34	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	12
35	3	4	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
36	3	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
37	3	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13	13	13
38	3	4	5	6	7	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
39	3	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
40	3	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	14	14
41	3	4	5	6	7	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13	13	14	14
42	3	4	5	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	13	13	14	14	14
43	3	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11	12	12	13	13	14	14	14
44	3	5	5	6	7	8	9	9	10	11	11	12	12	13	14	14	15	15
45	4	5	6	6	7	8	9	9	10	11	11	12	13	13	14	14	15	15
46	4	5	6	6	7	8	9	9	10	11	11	12	13	13	14	15	15	15
47	4	5	6	7	7	8	9	10	10	11	12	12	13	14	14	15	15	15
48	4	5	6	7	7	8	9	10	10	11	12	12	13	14	14	15	16	16
49	4	5	6	7	8	8	9	10	11	11	12	13	13	14	15	15	16	16
50	4	5	6	7	8	8	9	10	11	11	12	13	13	14	15	15	16	16

Продолжение таблицы X

N	P Q	0,18 0,82	0,19 0,81	0,20 0,80	0,21 0,79	0,22 0,78	0,23 0,77	0,24 0,76	0,25 0,75	0,26 0,74	0,27 0,73	0,28 0,72	0,29 0,71	0,30 0,70	0,31 0,69	0,32 0,68	0,33 0,67	0,34 0,66
p = 0,05																		
2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
7	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
8	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
9	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6
10	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7
11	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
12	5	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8
13	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8
14	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9
15	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
16	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10
17	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10
18	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10
19	7	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11
20	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11
21	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12
22	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12
23	8	9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13
24	9	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13
25	9	9	9	10	10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13
p = 0,01																		
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	—	—	—	—
5	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6
7	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
8	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7
9	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7
10	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8
11	6	6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	9
12	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9
13	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10
14	7	7	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10
15	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10
16	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11
17	8	8	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11
18	8	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12
19	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	12
20	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13	13
21	9	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13	13
22	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14
23	10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14
24	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	15
25	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	15	15	15

Продолжение таблицы X

N	P Q	0,18 0,82	0,19 0,81	0,20 0,80	0,21 0,79	0,22 0,78	0,23 0,77	0,24 0,76	0,25 0,75	0,26 0,74	0,27 0,73	0,28 0,72	0,29 0,71	0,30 0,70	0,31 0,69	0,32 0,68	0,33 0,67	0,34 0,66
p = 0,05																		
26	9	9	10	10	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	14	14	14
27	9	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	14	14	14
28	10	10	10	11	11	11	11	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	15
29	10	10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	14	15	15
30	10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16
31	10	11	11	11	12	12	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15	16	16
32	10	11	11	12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	16
33	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	16	17
34	11	11	12	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17
35	11	12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	16	16	16	17	17	17	18
36	11	12	12	13	13	14	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18
37	12	12	13	13	13	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18
38	12	12	13	13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	18	18	19
39	12	13	13	14	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	19
40	12	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	19	20
41	13	13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	20
42	13	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	19	20	20	20
43	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	21	21
44	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	21
45	13	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22
46	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	20	20	21	21	22	22	22
47	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	22
48	14	15	15	16	16	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
49	14	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	23
50	14	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	23
p = 0,01																		
26	11	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	16	16
27	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	16
28	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17
29	11	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17
30	12	12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17	17
31	12	12	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17	18	18
32	12	13	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18
33	12	13	13	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18	19	19
34	13	13	14	14	14	15	15	16	16	16	17	17	17	18	18	19	19	19
35	13	13	14	14	15	15	16	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20
36	13	14	14	15	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	20
37	13	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	20	20
38	14	14	15	15	16	16	17	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21	21
39	14	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21	21	21
40	14	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	20	21	21	22	22
41	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	22
42	15	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
43	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	23
44	15	16	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	21	22	22	23	23	23
45	15	16	17	17	18	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24
46	16	16	17	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23	24	24	24
47	16	17	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	25
48	16	17	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	24	24	25	25	25
49	16	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	26	26
50	16	17	18	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24	24	25	26	26

N	P Q	0,35 0,65	0,36 0,64	0,37 0,63	0,38 0,62	0,39 0,61	0,40 0,60	0,41 0,59	0,42 0,58	0,43 0,57	0,44 0,56	0,45 0,55	0,46 0,54	0,47 0,53	0,48 0,52	0,49 0,51	0,50 0,50
p = 0,05																	
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	—	—	—	—
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7
8	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
9	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8
10	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9
11	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9
12	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10
13	8	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10
14	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11
15	9	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	12	12
16	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12
17	10	10	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13
18	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13
19	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	14	14	14
20	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	15
21	12	12	12	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	15	15	15	15
22	12	13	13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15	16	16
23	13	13	13	14	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	16
24	13	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	16	17	17	17
25	14	14	14	15	15	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	18
p = 0,01																	
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	5	5	5	5	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	—	—	—	—
7	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
10	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10
11	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10
12	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11
13	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	12
14	10	10	10	11	11	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12
15	11	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	12	13	13	13
16	11	11	11	12	12	12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14
17	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14
18	12	12	13	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	15	15
19	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15
20	13	13	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	16	16	16	16
21	14	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	16	16	17	17
22	14	14	15	15	15	15	15	16	16	16	16	16	17	17	17	17	17
23	15	15	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17	18	18	18
24	15	15	15	16	16	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18	19
25	15	16	16	16	17	17	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19

N	P Q	0,35 0,65	0,36 0,64	0,37 0,63	0,38 0,62	0,39 0,61	0,40 0,60	0,41 0,59	0,42 0,58	0,43 0,57	0,44 0,56	0,45 0,55	0,46 0,54	0,47 0,53	0,48 0,52	0,49 0,51	0,50 0,50
p = 0,05																	
26	14	14	15	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18
27	15	15	15	15	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18	19	19
28	15	15	16	16	16	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19
29	15	16	16	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	20	20	20
30	16	16	17	17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	20	20
31	16	17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	20	21	21	21
32	17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22
33	17	17	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	22
34	18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23
35	18	18	19	19	19	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	23	23
36	18	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	24	24	24
37	19	19	20	20	20	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	24	24
38	19	20	20	20	21	21	22	22	22	23	23	24	24	24	25	25	25
39	20	20	20	21	21	22	22	22	23	23	24	24	24	25	25	26	26
40	20	20	21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26	26
41	20	21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27
42	21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27	27
43	21	22	22	23	23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	27	28	28
44	22	22	23	23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29
45	22	23	23	24	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	29
46	22	23	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30
47	23	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31
48	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31
49	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32
50	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32
p = 0,01																	
26	16	16	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20
27	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20	20	20
28	17	17	17	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20	21	21	21	21
29	17	18	18	18	19	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22
30	18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23
31	18	19	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	24
32	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24
33	19	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	25
34	20	20	20	21	21	21	22	22	23	23	23	24	24	24	25	25	25
35	20	20	21	21	21	22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26
36	20	21	21	22	22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26	27
37	21	21	22	22	22	23	23	24	24	24	25	25	25	26	26	27	27
38	21	22	22	23	23	23	24	24	24	25	25	26	26	26	27	27	28
39	22	22	23	23	23	24	24	25	25	25	26	26	27	27	27	28	28
40	22	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27	28	28	28	29
41	23	23	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27	28	28	28	29	29
42	23	23	24	24	25	25	26	26	27	27	27	28	28	29	29	29	30
43	23	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	28	29	29	30	30	31
44	24	24	25	25	26	26	27	27	28	28	28	29	29	30	30	31	31
45	24	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	29	30	30	31	31	32
46	25	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	30	31	31	32	32
47	25	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33
48	26	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34
49	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34	34
50	26	27	27	28	28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34	34

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ

Сравнение двух выборок, измеренных в параметрических шкалах (интервальная шкала и шкала равных отношений) предполагает нахождение для каждого числового ряда среднего арифметического, дисперсии, среднего квадратичного и других параметров. Применяемые критерии носят название «параметрические». Чаще всего применяется F-критерий Фишера и t-критерий Стьюдента.

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИЗНАКА Н. А. ПЛОХИНСКОГО

1. Вычислить среднее арифметическое

$$M = \frac{\sum x_i}{n}$$

2. Построить вспомогательную таблицу:

№	x_i	$(x_i - M)$	$(x_i - M)^2$	$(x_i - M)^3$	$(x_i - M)^4$

3. Найти среднее квадратичное отклонение $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n - 1}}$,

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака

M – среднее арифметическое

n – количество наблюдений

4. Найти асимметрию $A = \frac{\sum (x_i - M)^3}{n \cdot \sigma^3}$.

5. Определить ошибку репрезентативности для асимметрии (m_A): $m_A = \sqrt{\frac{6}{n}}$.

6. Найти эксцесс $E = \frac{\sum (x_i - M)^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$.

7. Определить ошибку репрезентативности для эксцесса $m_E = 2 \cdot \sqrt{\frac{6}{n}}$.

8. Вычислить отношение $\frac{|A|}{m_A}$ и $\frac{|E|}{m_E}$. Если каждое из выражений меньше либо равно 3,

т. е. выполняется неравенство $\frac{|A|}{m_A} \leq 3$; $\frac{|E|}{m_E} \leq 3$, то ряд имеет нормальное распределение.

F-КРИТЕРИЙ ФИШЕРА

Критерий предназначен для определения различий в значениях признака двух независимых выборок при помощи сравнения дисперсий. Применяется для параметрических шкал (интервальной и шкалы равных отношений).

Пример формулировки гипотез:

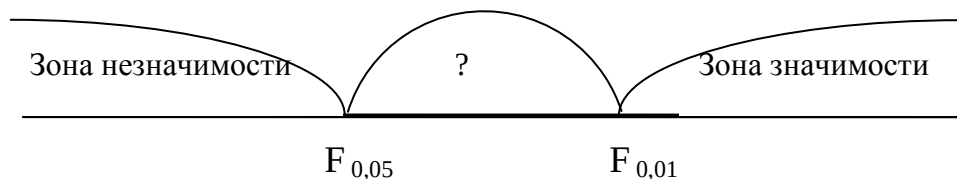
H_0 : Показатели дисперсии в группе 1 не превышает показателей дисперсии в группе 2.

H_1 : Показатели дисперсии в группе 1 превышает показателей дисперсии в группе 2.

Ограничение критерия:

1. Распределение признака в обеих выборках существенно не отличается от нормального.
2. Верхняя граница выборки ограничена табличными данными ($n \leq 201$).

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм подсчета F – критерий Фишера

1. Проверить оба ряда на нормальность распределения признака по алгоритму Н. А. Плохинского.
2. Подсчитать дисперсии σ_1^2 и σ_2^2 для каждого ряда.
3. Найти эмпирическое значение критерия $F_{\text{эмп.}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$.
4. По табл. XI определить критические значения $F_{0,05}$ и $F_{0,01}$. степень свободы для числителя $df_1 = n_1 - 1$, для знаменателя $df_2 = n_2 - 1$.
5. Если $F_{\text{эмп.}} \geq F_{0,01}$ и тем более $F_{\text{эмп.}} > F_{0,05}$, то принимается гипотеза H_1 то дисперсия в группе 1 превышает дисперсию в группе 2, т. е. значение признака в группе 1 выше значения в группе 2 на статистически значимом уровне.

Таблица XI

Критические значения F – критерий Фишера для проверки направленных альтернатив
P = 0,05

		Степени свободы для числителя											
		1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	24	?
Степени свободы для знаменателя	3	10,128	9,552	9,227	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845	8,785	8,745	8,638	8,527
	5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,735	4,678	4,527	4,366
	7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,637	3,575	3,410	3,231
	10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	2,978	2,913	2,737	2,539
	11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,854	2,788	2,609	2,406
	12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,753	2,687	2,505	2,297
	13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,671	2,604	2,420	2,208
	14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,602	2,534	2,349	2,132
	15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,544	2,475	2,288	2,067
	16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,494	2,425	2,235	2,011
	18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,412	2,342	2,150	1,918
	20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,348	2,278	2,082	1,844
	30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334	2,266	2,165	2,092	1,887	1,624
	40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,249	2,180	2,077	2,003	1,793	1,511
	50	4,034	3,183	2,790	2,557	2,400	2,286	2,199	2,130	2,026	1,952	1,737	1,440
	70	3,978	3,128	2,736	2,503	2,346	2,231	2,143	2,074	1,969	1,893	1,674	1,355
	100	3,936	3,087	2,696	2,463	2,305	2,191	2,103	2,032	1,927	1,850	1,627	1,286
	200	3,888	3,041	2,650	2,417	2,259	2,144	2,056	1,985	1,878	1,801	1,572	1,192
	∞	3,843	2,998	2,607	2,374	2,216	2,100	2,011	1,940	1,833	1,754	1,519	

P = 0,01

		Степени свободы для числителя											
		1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	24	?
Степени свободы для знаменателя	3	34,116	30,816	29,457	28,710	28,237	27,911	27,671	27,489	27,228	27,052	26,597	26,126
	5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,051	9,888	9,466	9,022
	7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,620	6,469	6,074	5,651
	10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,636	5,386	5,200	5,057	4,849	4,706	4,327	3,910
	11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,316	5,069	4,886	4,744	4,539	4,397	4,021	3,604
	12	9,330	6,927	5,953	5,412	5,064	4,821	4,640	4,499	4,296	4,155	3,780	3,362
	13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,862	4,620	4,441	4,302	4,100	3,960	3,587	3,166
	14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,695	4,456	4,278	4,140	3,939	3,800	3,427	3,005
	15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,556	4,318	4,142	4,004	3,805	3,666	3,294	2,870
	16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,437	4,202	4,026	3,890	3,691	3,553	3,181	2,754
	18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,248	4,015	3,841	3,705	3,508	3,371	2,999	2,567
	20	8,096	5,849	4,938	4,431	4,103	3,871	3,699	3,564	3,368	3,231	2,859	2,422
	30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,699	3,473	3,305	3,173	2,979	2,843	2,469	2,008
	40	7,314	5,178	4,313	3,828	3,514	3,291	3,124	2,993	2,801	2,665	2,288	1,806
	50	7,171	5,057	4,199	3,720	3,408	3,186	3,020	2,890	2,698	2,563	2,183	1,685
	70	7,011	4,922	4,074	3,600	3,291	3,071	2,906	2,777	2,585	2,450	2,067	1,542
	100	6,895	4,824	3,984	3,513	3,206	2,988	2,823	2,694	2,503	2,368	1,983	1,429
	200	6,763	4,713	3,881	3,414	3,110	2,893	2,730	2,601	2,411	2,275	1,886	1,281
	∞	6,637	4,607	3,784	3,321	3,019	2,804	2,641	2,513	2,323	2,187	1,793	

t-КРИТЕРИЙ СТЬЮДЕНТА

Является параметрическим критерием, предназначен для сравнения двух выборок по исследуемому признаку на основе сопоставления средних значений.

Целесообразно выделить три ситуации соотношений между собой рядов значений: сравнение независимых выборок; сравнение зависимых выборок; сравнение среднего значения отдельной выборки с эталоном.

Сравнение независимых выборок

t-критерий Стьюдента служит для определения сходства или различий в распределении признака для двух рядов значений, полученных при измерении данного признака в двух разных выборках.

Пример формулировки гипотез:

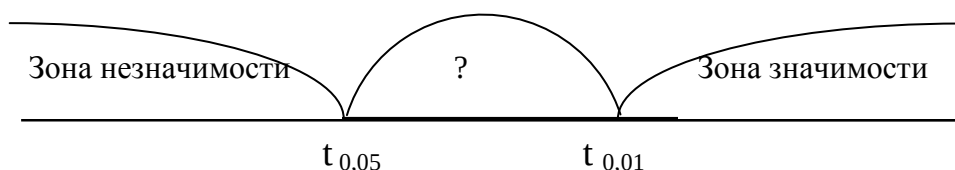
H_0 : Различия в значениях признака в группе 1 и группе 2 не являются статистически значимыми.

H_1 : Различия в значениях признака в группе 1 и группе 2 являются статистически значимыми.

Ограничение критерия

1. Распределение признака в обеих выборках существенно не отличается от нормального.
2. Признак должен быть измерен при помощи метрических отношений и представлен в параметрических шкалах.

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм нахождения t-критерия Стьюдента

Расчет эмпирических значений t-критерия Стьюдента для независимых выборок:

1. Найти среднее арифметическое для каждого ряда значений M_1 и M_2 : $M = \frac{\sum x_i}{n}$.

2. Определить дисперсию σ_1^2 и σ_2^2 : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n - 1}}$.

3. Найти эмпирическое значение t-критерия по формуле: $t_{\text{эмп}} = \frac{|M_2 - M_1|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

4. Найти число степеней свободы для данного количества измерений: $df = n_1 + n_2 - 2$.

5. Определить по табл. XII критические значения t для данного df .

Сравнение зависимых выборок

При помощи t-критерия Стьюдента можно осуществить сравнение двух рядов значений распределения признака, измеренного на одной и той же выборке до воздействия на испытуемых и после него. Причём каждому представителю одной выборки поставлен в соответствие представитель из другой выборки, т. е. два ряда данных положительно коррелируют друг с другом.

Пример формулировки гипотез:

H_0 : Различия в значениях признака в группе 1 и группе 2 не являются статистически значимыми.

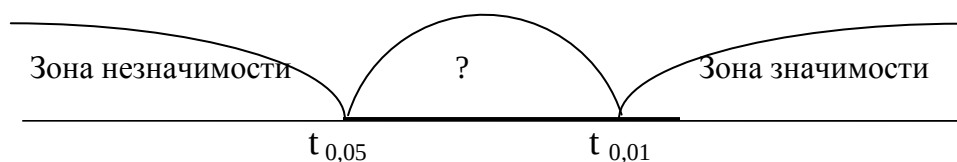
H_1 : Различия в значениях признака в группе 1 и группе 2 являются статистически значимыми.

Ограничение критерия:

1. Данные двух выборок находятся в пропорциональной зависимости друг от друга (положительно коррелируют).

2. Распределение признака в обеих выборках существенно не отличается от нормального.

Расположение табличных значений признака:



Расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента для зависимых выборок:

1. Найти среднее арифметическое для каждого ряда значений M_1 и M_2 : $M = \frac{\sum x_i}{n}$.

2. Определить среднюю разность значений: $Md = \frac{\sum (x_1 - x_2)}{n}$.

3. Составить вспомогательную таблицу:

№	x_1	x_2	$d_i = x_2 - x_1$	$d_i - Md$	$(d_i - Md)^2$

4. Найти эмпирическое значение t-критерия по формуле: $t_{\text{эмп}} = \frac{|Md|}{\sigma_d / \sqrt{n}}$.

Где Md – средняя разность значений; σ_d – стандартное отклонение разностей:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - Md)^2}{n - 1}}.$$

5. Найти число степеней свободы по формуле $df = n - 1$.

6. Определить по табл. XII критические значения t для данного df .

7. Если $t_{\text{эмп}}$ превышает критическое значение, или, по крайней мере, равен ему, то различия в значениях признака являются статистически значимыми.

Сравнение среднего значения отдельной выборки с эталоном t-критерий Стьюдента позволяет определить отличие среднего значения изучаемого признака от некоторого известного значения A (эталона).

Пример формулировки гипотез:

H_0 : Среднее значение признака не отличается от нормативного показателя A .

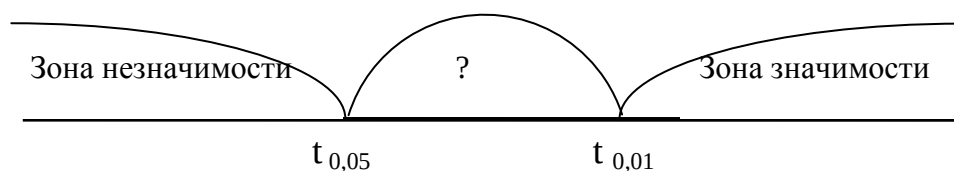
H_1 : Среднее значение признака отличается от нормативного показателя A .

Ограничение критерия:

1. Распределение признака в обеих выборках существенно не отличается от нормального.

2. Признак должен быть измерен при помощи метрических отношений и представлен в параметрических шкалах.

Расположение табличных значений признака:



Расчет эмпирического значения t-критерия Стьюдента для сравнения с эталоном:

1. Найти среднее арифметическое для каждого ряда значений M по формуле: $M = \frac{\sum x_i}{n}$.

2. Определить среднее квадратичное отклонение σ : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n - 1}}$.

3. Найти эмпирическое значение t-критерия по формуле: $t_{\text{эмп}} = \frac{|M - A|}{\sigma / \sqrt{n}}$.

4. Определить число степеней свободы $df = n - 1$.

5. Определить по табл. XII критические значения t для данного числа степеней свободы.

6. Если $t_{\text{эмп}}$ превышает критическое значение или равен ему, то различия в значениях признака являются статистически значимыми.

**Граничные значения t-критерия Стьюдента
для 5 % и 1 %-го уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы**

<i>df</i>	Границы значения		<i>df</i>	Границы значения	
	p=0,05	p=0,01		p=0,05	p=0,01
1	12,70	63,65	46	2,013	2,687
2	4,303	9,925	47	2,012	2,685
3	3,182	5,841	48	2,011	2,682
4	2,776	4,604	49	2,010	2,680
5	2,571	4,032	50	2,009	2,678
6	2,447	3,707	51	2,008	2,676
7	2,365	3,499	52	2,007	2,674
8	2,306	3,355	53	2,006	2,672
9	2,262	3,250	54	2,005	2,670
10	2,228	3,169	55	2,004	2,668
11	2,201	3,106	56	2,003	2,667
12	2,179	3,055	57	2,002	2,665
13	2,160	3,012	58	2,002	2,663
14	2,145	2,977	59	2,001	2,662
15	2,131	2,947	60	2,000	2,660
16	2,120	2,921	61	2,000	2,659
17	2,110	2,898	62	1,999	2,657
18	2,101	2,878	63	1,998	2,656
19	2,093	2,861	64	1,998	2,655
20	2,086	2,845	65	1,997	2,654
21	2,080	2,831	66	1,997	2,652
22	2,074	2,819	67	1,996	2,651
23	2,069	2,807	68	1,995	2,650
24	2,064	2,797	69	1,995	2,649
25	2,060	2,787	70	1,994	2,648
26	2,056	2,779	71	1,994	2,647
27	2,052	2,771	72	1,993	2,646
28	2,049	2,763	73	1,993	2,645
29	2,045	2,756	74	1,993	2,644
30	2,042	2,750	75	1,992	2,643
31	2,040	2,744	76	1,992	2,642
32	2,037	2,738	78	1,991	2,640
33	2,035	2,733	79	1,990	2,639
34	2,032	2,728	80	1,990	2,639
35	2,030	2,724	90	1,987	2,632
36	2,028	2,719	100	1,984	2,626
37	2,026	2,715	110	1,982	2,621
38	2,024	2,712	120	1,980	2,617
39	2,023	2,708	130	1,978	2,614
40	2,021	2,704	140	1,977	2,611
41	2,020	2,701	150	1,976	2,609
42	2,018	2,698	200	1,972	2,601
43	2,017	2,695	250	1,969	2,596
44	2,015	2,692	300	1,968	2,592
45	2,014	2,690	350	1,967	2,590

ПОНЯТИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ

В отличие от функциональной связи, где каждому определенному значению x независимой переменной ставится в соответствие определенное значение зависимой переменной y , корреляционная связь – это согласованное изменение, отражающее соответствие одному значению переменной целого спектра числовых значений. Корреляционная связь может быть: линейной и нелинейной.

Линейной называется такая связь, когда изменение одной переменной x приводит к согласованным изменениям переменной y .

Нелинейная связь наблюдается в случае несогласованных изменений переменной y .

КОЭФФИЦИЕНТ ЛИНЕЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ r_{xy} ПИРСОНА

Применяется для изучения связи двух рядов распределения признаков, находящихся в линейной зависимости, измеренных на одной и той же выборке.

Пример формулировки гипотез.

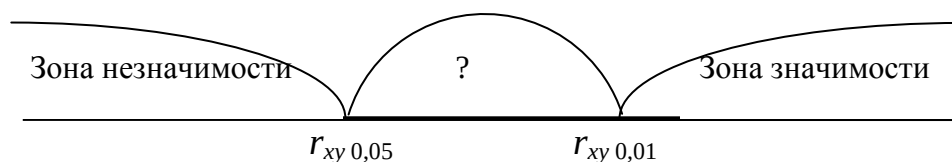
H_0 : Между числовыми рядами А и Б, имеющими линейный характер связи, корреляция не отличается от нуля.

H_1 : Между числовыми рядами А и Б, имеющими линейный характер связи, корреляция отличается от нуля.

Ограничение критерия:

1. Между переменными x и y должна быть линейная связь.
2. Оба ряда значений должны быть представлены в интервальной шкале.
3. Распределение признака в обеих выборках существенно не отличается от нормального.

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм подсчета критерия r_{xy} Пирсона

1. Проверить оба ряда на нормальность распределения признака по алгоритму Н. А. Плохинского.
2. Для расчета коэффициента корреляции построить вспомогательную таблицу

№ п/п	x	y	$(x_i - M_x)$	$(y_i - M_y)$	$(x_i - M_x)^2$	$(y_i - M_y)^2$	$(x_i - M_x)(y_i - M_y)$

x_i, y_i – значения переменных x и y ;

M_x – средняя арифметическая величина первого ряда (x);

M_y – средняя арифметическая величина второго ряда (y).

3. Эмпирическое значение критерия находится по формуле:

$$r_{xy \text{ эм.}} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)(y_i - M_y)}{\sqrt{\sum_i (x_i - M_x)^2 \cdot \sum_i (y_i - M_y)^2}}.$$

4. Определить по табл. XIII критическое значение r_{xy} при уровне статистической значимости, рассчитанной по формуле $df = n - 2$. Если r_s превышает критическое значение, или, по крайней мере, равен ему, корреляция достоверно отличается от нуля (H_0 – отклоняется, принимается H_1).

Таблица XIII

Критические значения коэффициента корреляции r_{xy} Пирсона

<i>df</i>	<i>p</i>		<i>df</i>	<i>p</i>	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,75	0,87	27	0,37	0,47
6	0,71	0,83	28	0,36	0,46
7	0,67	0,80	29	0,36	0,46
8	0,63	0,77	30	0,35	0,45
9	0,60	0,74	35	0,33	0,42
10	0,58	0,71	40	0,30	0,39
11	0,55	0,68	45	0,29	0,37
12	0,53	0,66	50	0,27	0,35
13	0,51	0,64	60	0,25	0,33
14	0,50	0,62	70	0,23	0,30
15	0,48	0,61	80	0,22	0,28
16	0,47	0,59	90	0,21	0,27
17	0,46	0,58	100	0,20	0,25
18	0,44	0,56	125	0,17	0,23
19	0,43	0,55	150	0,16	0,21
20	0,42	0,54	200	0,14	0,18
21	0,41	0,53	300	0,11	0,15
22	0,40	0,52	400	0,10	0,13
23	0,40	0,51	500	0,09	0,12
24	0,39	0,50	700	0,07	0,10
25	0,38	0,49	900	0,06	0,09
26	0,37	0,48	1000	0,06	0,09

КОЭФФИЦИЕНТ РАНГОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ r_s СПИРМЕНА

Метод ранговой корреляции Спирмена позволяет определить тесноту (силу) и направление корреляционной связи между *двумя признаками* или *двумя профилями (иерархиями)* признаков.

Пример формулировки гипотез:

Вариант 1:

H_0 : корреляция между переменными А и Б не отличается от нуля.

H_1 : корреляция между переменными А и Б достоверно отличается от нуля.

Вариант 2:

H_0 : корреляция между иерархиями А и Б не отличается от нуля.

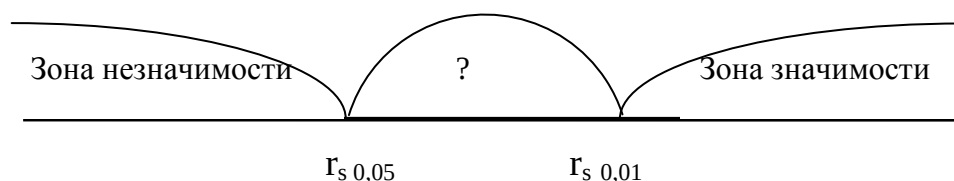
H_1 : корреляция между иерархиями А и Б достоверно отличается от нуля.

Ограничения критерия:

1. По каждой переменной должно быть представлено не менее 5 наблюдений. Верхняя граница выборки определяется имеющимися таблицами критических значений (табл. XIV), а именно $N \leq 40$.

2. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена r_s при большом количестве одинаковых рангов по одной или обоим сопоставляемым переменным дает огрубленные значения. В идеале оба коррелируемых ряда должны представлять собой две последовательности несовпадающих значений. В случае, если это условие не соблюдается, внести поправку на одинаковые ранги (см. Алгоритм. Пункт 7 и 8.б)

Расположение табличных значений признака:



Алгоритм расчет коэффициента ранговой корреляции r_s Спирмена

1. Определить, какие два признака или две иерархии признаков будут участвовать в сопоставлении как переменные А и В.
2. Проранжировать значения переменной А, начисляя ранг 1 наименьшему значению, в соответствии с правилами ранжирования (см. п. 2.3). Занести ранги в первый столбец таблицы по порядку номеров испытуемых или признаков.
3. Проранжировать значения переменной В, в соответствии с теми же правилами. Занести ранги во второй столбец таблицы по порядку номеров испытуемых или признаков.
4. Подсчитать разности d между рангами А и В по каждой строке таблицы и занести в третий столбец таблицы.
5. Возвести каждую разность в квадрат: d^2 . Эти значения занести в четвертый столбец таблицы.
6. Подсчитать сумму квадратов $\sum d^2$.
7. При наличии одинаковых рангов рассчитать поправки:

$$T_a = \sum (a^3 - a) / 12,$$

$$T_b = \sum (b^3 - b) / 12,$$

где а – объем каждой группы одинаковых рангов в ранговом ряду А;

б – объем каждой группы одинаковых рангов в ранговом ряду В.

8. Рассчитать коэффициент ранговой корреляции r_s по формуле:

а) при отсутствии одинаковых рангов

$$r_s = 1 - 6 \cdot \frac{\sum d^2}{N \cdot (N^2 - 1)}$$

б) при наличии одинаковых рангов

$$r_s = 1 - 6 \cdot \frac{\sum d^2 + T_a + T_b}{N \cdot (N^2 - 1)}$$

где $\sum d^2$ – сумма квадратов разностей между рангами;

T_a и T_b – поправки на одинаковые ранги;

N – количество испытуемых или признаков, участвовавших в ранжировании.

9. Определить по табл. XIV критические значения r_s , для данного N. Если r_s , превышает критическое значение или, по крайней мере, равен ему, корреляция достоверно отличается от 0.

Таблица XIV

**Критические значения выборочного коэффициента
корреляции рангов**

Связь достоверна, если $r_{s \text{ эмп}} \geq r_{s 0,05}$, и тем более достоверна, если $r_{s \text{ эмп}} \geq r_{s 0,01}$.

n	p	
	0,05	0,01
5	0,94	–
6	0,85	–
7	0,78	0,94
8	0,72	0,88
9	0,68	0,83
10	0,64	0,79
11	0,61	0,76
12	0,58	0,73
13	0,56	0,70
14	0,54	0,68
15	0,52	0,66
16	0,50	0,64

n	p	
	0,05	0,01
17	0,48	0,62
18	0,47	0,60
19	0,46	0,58
20	0,45	0,57
21	0,44	0,56
22	0,43	0,54
23	0,42	0,53
24	0,41	0,52
25	0,49	0,51
26	0,39	0,50
27	0,38	0,49
28	0,38	0,48

n	p	
	0,05	0,01
29	0,37	0,48
30	0,36	0,47
21	0,36	0,46
32	0,36	0,45
33	0,34	0,45
34	0,34	0,44
35	0,33	0,43
36	0,33	0,43
37	0,33	0,43
38	0,32	0,41
39	0,32	0,41
40	0,31	0,40

ВОЗМОЖНОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ

Параметрические критерии	Непараметрические критерии
1. Позволяют прямо оценить различия в средних, полученных в двух выборках (t – критерий Стьюдента). 2. Позволяют прямо оценить различия в дисперсиях (критерий Фишера). 3. Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию (дисперсионный однофакторный анализ), но лишь при условии нормального распределения признака. 4. Позволяют оценить взаимодействие двух и более факторов в их влиянии на изменения признака (двухфакторный дисперсионный анализ). 5. Экспериментальные данные должны отвечать двум, а иногда трем, условиям: а) значения признака измерены по интервальной шкале; б) распределение признака является нормальным; в) в дисперсионном анализе должно соблюдаться требование равенства дисперсий в ячейках комплекса. 6. Математические расчеты довольно сложны. 7. Если условия, перечисленные в п.5, выполняются, параметрические критерии оказываются несколько более мощными, чем непараметрические	Позволяют оценить лишь средние тенденции, например, ответить на вопрос, чаще ли в выборке А встречаются более высокие, а в выборке Б – более низкие значения признака (критерии Q, U, φ^* и др.). Позволяют оценить лишь различия в диапазонах вариативности признака (критерий φ^*). Позволяют выявить тенденции изменения признака при переходе от условия к условию при любом распределении признака (критерии тенденций L и S). Эта возможность отсутствует. Экспериментальные данные могут не отвечать ни одному из этих условий: а) значения признака могут быть представлены в любой шкале, начиная от шкалы наименований; б) распределение признака может быть любым и совпадение его с каким-либо теоретическим законом распределения необязательно и не нуждается в проверке; в) требование равенства дисперсий отсутствует. Математические расчеты по большей части просты и занимают мало времени (за исключением критериев χ^2 и λ). Если условия, перечисленные в п. 5, не выполняются, непараметрические критерии оказываются более мощными, чем параметрические, так как они менее чувствительны к «засорениям»

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глас, Дж. Статистические методы в педагогике и психологии / Дж. Гласс, Дж. Стенли. – М.: Прогресс, 1976.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 1999.
3. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в психологических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабарь. – М.: Педагогика, 1977.
4. Гусев, А. Н. Измерение в психологии / А. Н. Гусев, Ч. А. Измайлов, М. Б. Михалевская. – М.: Смысл, 1997.
5. Ермолаев, О. Ю. Математическая статистика для психологов: учебник / О. Ю. Ермолаев. – М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 2006.
6. Калинина, В. Н. Математическая статистика / В. Н. Калинина, В. Ф. Панкин. – М.: Высш. шк., 1998.
7. Корнилова, Т. В. Введение в психологический эксперимент / Т. В. Корнилова. – М.: МГУ, 1997.
8. Лупандин, В. И. Математические методы в психологии / В. И. Лупандин. – Екатеринбург, 1996.
9. Наследов, А. Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных / А. Д. Наследов. – СПб.: Речь, 2004.
10. Плохинский, Н. А. Биометрия / Н. А. Плохинский. – 2-е изд. – М.: МГУ, 1970.
11. Рубцова, Н. Е. Статистические методы в психологии / Н. Е. Рубцов. – М.: УМК «Психология», 2005.
12. Сидоренко, Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб.: Социально-психологический центр, 1996.
13. Суходольский, Г. В. Основы математической статистики для психологов / Г. В. Суходольский. – Л.: ЛГУ, 1972.

Учебное издание

Павел Васильевич СЕРЕДЕНКО
Анна Владимировна ДОЛЖИКОВА

**МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ
В ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Учебное пособие

2-е издание, исправленное

Подписано в печать 14.05.2009. Бумага «SvetoCopy»
Гарнитура «Times New Roman». Формат 60x84 ¹/₈. Тираж 500 экз.
Объем 6,5 усл. п. л. Заказ № 769-9.

Отпечатано с оригинал-макета
в издательстве Сахалинского государственного университета
693008, Южно-Сахалинск, ул. Ленина, 290, каб. 32
Тел. (4242) 42-16-06. Тел./факс (4242) 74-42-02
E-mail: print@sakhgu.sakhalin.ru