

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
исполняющий обязанности ректора СахГУ
М.Г. Ганченкова
«28» *октября* 2021 г.

ПРОГРАММА
вступительного экзамена
по направлению подготовки магистратуры
44.04.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
Код, название направления

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
Направленность (профиль) подготовки

Южно-Сахалинск
2021

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данная программа является ориентиром при подготовке к вступительным испытаниям при приеме в магистратуру по направлению подготовки 44.04.01 – Педагогическое образование. Магистерская программа: «Математическое образование».

Цель вступительного экзамена в магистратуру заключается в выявлении степени готовности абитуриентов к освоению магистерской программы «Математическое образование».

Задачи вступительного экзамена:

- оценить знания и умения, выявляющие владение теоретическими основами математики и методики обучения математике;
- определить степень сформированности компетенций, значимых для успешного обучения в магистратуре по указанной программе;
- определить личностный потенциал абитуриента, необходимый к обучению по программе магистратуры.

Форма вступительного испытания и его процедура.

Вступительное испытание проводится в форме тестирования по вариантам. Продолжительность экзамена – 60 минут. По результатам вступительного испытания выставляется оценка по 100-балльной шкале. Оценка каждого задания проводится в соответствии с критериями (см. пункт Критерии оценки).

При проведении вступительного испытания применяются следующие контролирующие средства: задания практического характера, ориентированные на выявление умений и навыков решения стандартных математических задач в объеме программы бакалавриата по направлению «Педагогическое образование».

Критерии оценки

Работы абитуриентов оцениваются по 100-балльной шкале. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешную сдачу вступительного испытания – 50 баллов. Максимальное количество баллов за вступительное испытание 100 баллов. Экзаменационная работа состоит из четырёх групп заданий (вопросов). Первая группа задач (вопросов) относится главным образом к алгебре, вторая – к геометрии, третья – к математическому анализу, четвёртая – к методике обучения математике. В первой и второй группах – по одному заданию, в третьей – два и четвёртой – шесть. Каждое задание (вопрос) всех групп оценивается из 10 баллов.

Критерии оценивания задания (вопроса):

- правильный ответ – 10 баллов;
- ответ с незначительной неточностью – 8 баллов;
- ответ, содержащий принципиальную ошибку – 3 балла;
- отсутствие ответа или принципиально неверный ответ – 0 баллов.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Математический анализ

Множества. Эквивалентность множеств. Счетные и несчетные множества. Несчетность множества действительных чисел.

Различные определения предела функции. Предел последовательности. Основные теоремы о пределах. Непрерывность функции. Теорема Больцано-Коши. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора).

Производная. Дифференцируемые функции одной и нескольких переменных, связь дифференцируемости с непрерывностью и существованием производной (частных производных). Техника дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя. Формула Тейлора.

Исследование функций с помощью первой и второй производных.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Конструкция интеграла Римана. Условия интегрируемости, основные классы

интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Спрямоаемые кривые. Квадрируемые фигуры.

Числовые ряды. Основные признаки сходимости положительных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций.

Элементарные функции комплексной переменной.

Дифференциальные уравнения. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

Алгебра

Разложение целых чисел в произведение простых (основная теорема арифметики). Деление целых чисел с остатком. Сравнение целых чисел по модулю. Свойства сравнений. Наибольший общий делитель двух целых чисел. Алгоритм Евклида. Свойство последнего члена последовательности Евклида.

Определение системы вещественных чисел. Определение комплексных чисел. Действия с комплексными числами в нормальной и тригонометрической формах. Числовые поля. Минимальность поля рациональных чисел. Неприводимые полиномы над полем. Разложение полинома над полем на неприводимые множители. Неприводимые полиномы над полями комплексных, вещественных, рациональных чисел. Количество корней полинома.

Решение систем линейных уравнений методом исключения неизвестных (метод Гаусса). Определение линейного пространства. Примеры. Нулевой и противоположный элементы, их свойства. Линейная зависимость и линейная независимость элементов линейного пространства. Базис множества элементов линейного пространства. Ранг совокупности элементов. Ранг матрицы. Критерий разрешимости системы линейных уравнений.

Определение группы, кольца, поля, свойства. Примеры.

Геометрия

Векторы. Сложение, умножение вектора на число. Теоремы о разложении векторов. Скалярное произведение векторов. Определение и свойства.

Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между прямыми. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.

Аксиоматический метод в геометрии. Аксиомы евклидовой планиметрии. Непротиворечивость евклидовой геометрии. Система аксиом планиметрии Лобачевского. Ее непротиворечивость. Независимость аксиомы параллельности Евклида.

Движения плоскости (определение и общие свойства). Площадь многоугольной фигуры. Теорема единственности.

Топологическое пространство. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. Примеры.

Определение геометрической кривой. Способы ее задания. Касательная. Длина кривой (определение и вычисление). Кривизна кривой. Соприкасающаяся плоскость кривой. Кручение кривой.

Методика обучения математике

Основные направления реформирования системы общего среднего образования и их реализации в системе общего школьного математического образования. Различные цели математического образования, в том числе и на различных ступенях общего среднего образования. Различные подходы, реализуемые в процессе обучения математике в образовательной школе. Особенности процесса обучения математике в связи с реализацией Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) общего образования.

Виды математических курсов и формы внеклассных занятий по математике в общеобразовательной школе. Основные целевые установки при их изучении. Роль

элективных курсов по математике на этапе предпрофильной подготовки и профильного обучения (их специфика). Факультативные курсы: их специфика и значение.

Изменения в содержании общего математического образования. Внесение элементов логики, теории вероятностей и математической статистики в школьное математическое содержание, работа с информацией (работа с данными). Общекультурные и прикладные вопросы в школьном курсе математики.

Основные компоненты математического содержания: математические понятия и их определения, трактовки математических понятий, теоремы и их доказательства, алгоритмы и правила, математические задачи. Этапы работы с основными компонентами математического содержания в процессе обучения.

Организация самостоятельной деятельности учащихся на уроках математики и во внеурочное время. Особенности содержания и структуры поисковой, исследовательской и проектной деятельности учащихся при обучении математике.

Современные технологии обучения математике. Мультимедийные средства обучения математике.

Традиционные и новые формы организации контроля усвоения математических знаний. Роль и место тестов при обучении математике. ЕГЭ как форма итогового контроля освоения математического содержания в общеобразовательной школе.

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ЭКЗАМЕНУ

Основная литература

1. Атанасян Л. С., Базылев В. Т. Геометрия. Учебное пособие. В 2 частях. Ч.1 2016 — М.: КНОРУС, 2016. — 400 с.
2. Атанасян Л. С., Базылев В. Т. Геометрия. Учебное пособие. В 2 частях. Ч.2 2020. — М.: КНОРУС – 544 с.
3. Атанасян, С. Л. Проективная геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов / С. Л. Атанасян. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский городской педагогический университет, 2010. — 224 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26572.html>
4. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон.текстовые данные. — Минск :ТетраСистемс, 2011. — 265 с. — 978-985-536-229-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28035.html>
5. Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия / А. В. Погорелов. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2005. — 208 с. — ISBN 5-93972-408-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/16488.html>
6. Будаев В.Д., Якубсон М.Я. Математический анализ. Функции одной переменной. СПб, Лань, 2012.
7. Будаев В.Д., Якубсон М.Я. Математический анализ. Функции нескольких переменных. СПб, Лань, 2017.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - Лань 2021.
9. Ляпин Е.С. Курс высшей алгебры. - Лань 2009.
10. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. Ч.1. и 2. – М., «Просвещение». Издания разных лет.
11. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - Лань 2020.
12. Березина, Н. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. А. Березина. — 2-е изд. — Электрон.текстовые данные. — Саратов : Научная книга, 2019. — 125 с. — 978-5-9758-1741-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80988.html>

13. Бобылева, Т. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Т. Н. Бобылева, Л. В. Кирьянова, Т. Н. Титова. — Электрон.текстовые данные. — М. : МИСИ-МГСУ, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018. — 144 с. — 978-5-7264-1909-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80626.html>
14. Емельянова, Т. В. Линейная алгебра. Решение типовых задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. В. Емельянова, А. М. Кольчатова. — Электрон.текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 184 с. — 978-5-4486-0331-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>
15. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. А. Сикорская. — Электрон.текстовые данные. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 304 с. — 978-5-7410-1943-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>
16. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая г
17. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. — СПб, 2021. — Т. 1 – 3.
18. Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования – www.edu.ru
19. Методика обучения математике. Учебник для академического бакалавриата /Под ред. Н.С.Подходовой и В.И.Снегуровой. Части 1 и 2 – М., Юрайт, 2017.
20. Учебники по математике для общеобразовательной школы (федеральный комплект) см. WWW.school.edu.ru
21. Национальная образовательная инициатива «Наша новая школа» (<http://www.educom.ru>)

Дополнительная литература

1. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия: учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. – СПб., 1997. – Т. 1.
2. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия: учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. – СПб., 1997. – Т. 2.
3. Шафаревич, И.Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс] : учеб.пособие / И.Р. Шафаревич, А.О. Ремизов. — Электрон.дан. — Москва :Физматлит, 2009. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2306>.
4. Денисова, Н. С. Геометрия треугольника, тетраэдра, симплекса [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Денисова. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский педагогический государственный университет, 2016. — 188 с. — 978-5-4263-0431-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72488.html>
5. Романников, А. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Н. Романников, С. Е. Теплов. — Электрон.текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, 2011. — 272 с. — 978-5-374-00546-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10889.html>
6. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных. — Электрон.текстовые данные. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 с. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>
7. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. — Электрон.текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, 2011. — 278 с. — 978-5-374-00535-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html>
8. Романников, А. Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

[Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Н. Романников, С. Е. Теплов. — Электрон.текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, 2011. — 272 с. — 978-5-374-00546-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10889.html>

9. Шеина, Г. В. Теория и практика решения задач по алгебре. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Шеина. — Электрон.текстовые данные. — М. : Прометей, 2015. — 100 с. — 978-5-9905886-4-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58226.html>

10. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. - М., Наука, 1969

11. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях (элементы теории вероятностей в курсе средней школы) /Пер. с франц. - М., Просвещение, 1979.

12. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. М: Едиториал УРСС, 2005. – 240 с.

13. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М. Издания разных лет.

14. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М. Издания разных лет.

15. Ефимов Н.В. Высшая геометрия: Учебное пособие для вузов. – Издания разных лет.

16. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования (<http://www.mschools.ru/old/190.htm>)

17. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. Составитель В.И.Мишин - М., Просвещение, 1987

18. Рыжик В.И. 30000 уроков математики. - М., Просвещение, 2003

19. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе. – М., Просвещение, 2002.

20. Программа по математике для средней школы - Сборник нормативных документов. Математика - М., Дрофа, 2000.

21. Методика и технологии обучения математике. Курс лекций /Под научной редакцией Н.Л.Стефановой и Н.С.Подходовой - М., Дрофа, 2005. 1

22. Методика и технологии обучения математике. Лабораторный практикум /Под научной редакцией В.В.Орлова - М., Дрофа, 2008

23. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 1-2. Издания разных лет.

Пример варианта теста

1. Обратная матрица существует для матрицы...
- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
 - 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
 - 3) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
 - 4) $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$
2. Расстояние между точками $M(2, -3, 6)$ и $N(2, 3, -2)$ в евклидовом пространстве R^3 равно ____.
3. Производная функции $f(x) = e^{x^2-x}$ равна ...
- 1) e^{x^2-x-1}
 - 2) $e^{x^2-x}(2x - 1)$
 - 3) $e^{x^2-x}(x^2 - x)$
 - 4) $e^{x^2-x}\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)$
4. Установите соответствие между функцией и ее формулой Маклорена:
- 1) $y = \sin x$
 - 2) $y = e^x$
 - 3) $y = \cos x$
 - 4) $y = \ln(1 + x)$
- А) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + R_n(x)$
- Б) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + R_n(x)$
- В) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + R_n(x)$
- Г) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{n-1}}{n-1} + R_n(x)$
5. Установите соответствие задач на сравнение чисел и целесообразных приемов их решения в 5-6 классах:
- 1) $\frac{4}{7}$ и $\frac{9}{5}$
 - 2) $\frac{89}{90}$ и 1
 - 3) $\frac{5}{72}$ и $\frac{5}{31}$
 - 4) $\frac{7}{22}$ и $\frac{13}{22}$
 - 5) 1 и $\frac{1}{1001}$
- А) Свойство сравнения правильной и неправильной дроби;
 Б) Приведение дробей к общему знаменателю и сравнение их числителей;
 В) Использование определения и свойства правильной дроби;
 Г) Использование определения и свойства неправильной дроби;
 Д) Сравнение знаменателей при одинаковых числителях; Р6: Сравнение числителей при одинаковых знаменателях.

Ответ:

А	Б	В	Г	Д

На каком теоретическом факте основано правило сравнения дробей с одинаковыми числителями, но разными знаменателями?

6. Какие задачи необходимо решать со школьниками на уроках, чтобы обеспечить достижение ими метапредметных результатов?

- Сложные задачи
- Исследовательские задачи
- Познавательные задачи
- Задачи с практическим содержанием

7. Каким методом можно решить следующую задачу? Задача. «Две бригады, работая совместно, закончили отделку квартир в доме за 6 дней. Сколько дней потребовалось бы каждой бригаде на выполнение этой работы, если дневная выработка первой бригады в 1,5 раза меньше дневной выработки второй?»

- Арифметическим
- Аналитическим
- Геометрическим
- Графическим

8. При работе с текстами каких жанров (кроме учебников и задачников) можно найти такую информацию, которая бы привела к решению математической задачи?

- Инструкция по использованию прибора
- Научная статья в популярном или академическом журнале
- Отчет о маркетинговом исследовании
- Телевизионный репортаж

9. Характеристика задач к параграфу учебника следующая:

1.2 Десятичная система записи натуральных чисел

<...>

21 Запишите все трёхзначные числа без повторения одинаковых цифр, в записи которых используются цифры:

а) $\boxed{5} \boxed{6} \boxed{7}$; б) $\boxed{0} \boxed{1} \boxed{2}$.

22 Запишите все трёхзначные числа, в записи которых используются цифры:

а) $\boxed{5} \boxed{6} \boxed{7}$; б) $\boxed{0} \boxed{1} \boxed{2}$.

если разрешается повторять одинаковые цифры в записи одного числа.

***23** а) В книге 120 страниц. Сколько цифр напечатали для нумерации страниц, начиная с третьей страницы?
 б) Для нумерации страниц, начиная с третьей, использовано 169 цифр. Сколько страниц в книге?

***24** Сколько раз используется каждая из цифр от 1 до 9 в записи первых 99 натуральных чисел?

***25** Если в записи многозначного числа какие-либо цифры заменены буквами, то над записью числа ставят черту. Например, запись $\overline{a5b7}$ означает, что это число содержит a тысяч ($a \neq 0$), 5 сотен, b десятков и 7 единиц, то есть $\overline{a5b7} = a \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + b \cdot 10 + 7$. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых числа:

а) $\overline{5b}$; б) \overline{ab} ; в) $\overline{1c8}$; г) $\overline{a9b}$;
 д) \overline{abc} ; е) $\overline{1ab8}$; ж) $\overline{a9b2}$; з) \overline{abcd} .

№№ 21-22 – математические задачи стохастической линии (комбинаторные задачи); №№ 23-24 – практические задачи; № 25 – теоретическая задача;

№№ 21-22 – математические задачи стохастической линии (комбинаторные задачи); №№ 23 – практическая задача, решаемая математическими методами; № 24 – математический аналог задачи № 23; № 25 – математическая задача на овладение новой математической символикой;

№№ 21-22 – математические задачи стохастической линии (комбинаторные задачи); №№ 23-24 – задачи, формирующие специфические математические умения и навыки; № 25 – новый теоретический материал и задача на его усвоение;

□ №№ 21-22 – математические задачи стохастической линии (комбинаторные задачи); №№ 23-25 – задачи повышенной сложности;

□ №№ 21-22 – математические задачи стохастической линии (комбинаторные задачи); № 23 - задача, формирующие специфические математические умения и навыки; № № 24-25 – задачи повышенной сложности.

10. Верными являются следующие утверждения:

□ из теоремы «Диагонали ромба взаимно перпендикулярны» следует, что «Если диагонали четырехугольника перпендикулярны, то он является ромбом»

□ из теоремы «Если углы смежные, то сумма их градусных мер равна 180° » следует, что «Если сумма градусных мер углов равна 180° , то углы смежные»

□ чтобы доказать теорему «Диагонали прямоугольника равны», достаточно доказать «Если в четырехугольнике диагонали равны, то он является прямоугольником»

□ чтобы доказать теорему «Если углы вертикальные, то они равны», достаточно доказать «Если углы не равны, то они не вертикальные»;

□ из теоремы «Если треугольники равны, то медианы, проведенные из соответственных вершин равны» следует: «Если медианы, проведенные из соответственных вершин равны, то треугольники равны».