

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САХАЛИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ ЛИЦ,
ПОСТУПАЮЩИХ НА БАЗЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ**

«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ»

Южно-Сахалинск
2021

Программа вступительного испытания для приема на обучение по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета:

Шифр направления подготовки (специальности)	Направление подготовки (специальность)
01.03.02	Прикладная математика и информатика
05.03.01	Геология
08.03.01	Строительство
13.03.02	Электроэнергетика и электротехника
20.03.01	Техносферная безопасность
21.03.01	Нефтегазовое дело
23.03.03	Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов
35.03.08	Водные биоресурсы и аквакультура
38.03.01	Экономика
38.03.04	Государственное и муниципальное управление
38.05.01	Экономическая безопасность
39.03.01	Социология
44.03.01	Педагогическое образование
	профиль – Начальное образование
44.03.05	Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
	профиль – Математика и физика

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

- 1. Программа по арифметике, алгебре и началам анализа**
 - 1.1. Целые числа.
 - 1.2. Степень с натуральным показателем.
 - 1.3. Дроби, проценты, рациональные числа.
 - 1.4. Степень с целым показателем.
 - 1.5. Корень степени $n > 1$ и его свойства.
 - 1.6. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.
 - 1.7. Радианная мера угла.
 - 1.8. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
 - 1.9. Основные тригонометрические тождества.
 - 1.10. Логарифм числа.
 - 1.11. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .
 - 1.12. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.
 - 1.13. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.
 - 1.14. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.
 - 1.15. Преобразования тригонометрических выражений.
 - 1.16. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования.
 - 1.17. Модуль (абсолютная величина) числа.
 - 1.18. Квадратные уравнения.
 - 1.19. Рациональные уравнения.
 - 1.20. Тригонометрические уравнения.
 - 1.21. Показательные уравнения.
 - 1.22. Логарифмические уравнения.
 - 1.23. Равносильность уравнений, систем уравнений.
 - 1.24. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.
 - 3.25. Квадратные неравенства.
 - 1.26. Рациональные неравенства.
 - 1.27. Показательные неравенства.
 - 1.28. Логарифмические неравенства.
 - 1.29. Системы линейных неравенств.
 - 1.30. Системы неравенств с одной переменной.
 - 1.31. Равносильность неравенств, систем неравенств.
 - 1.32. Функция, область определения функции.
 - 1.33. Множество значений функции.
 - 1.34. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.
 - 1.35. Обратная функция. График обратной функции.
 - 1.36. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.
 - 1.37. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.
 - 1.38. Четность и нечетность функции.
 - 1.39. Периодичность функции.
 - 1.40. Ограниченность функции.
 - 1.41. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции.
 - 1.42. Наибольшее и наименьшее значения функции.
 - 1.43. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.
 - 1.44. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.
 - 1.45. Уравнение касательной к графику функции.

- 1.46. Производные основных элементарных функций.
- 1.47. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

2. Программа по геометрии

- 2.1. Треугольник.
- 2.2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.
- 2.3. Трапеция.
- 2.4. Окружность и круг.
- 2.5. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника.
- 2.6. Правильные многоугольники.
- 2.7. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.
- 2.8. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства.
- 2.9. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.
- 2.10. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма.
- 2.11. Параллелепипед, куб, симметрии в кубе, в параллелепипеде.
- 2.12. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность, треугольная пирамида, правильная пирамида.
- 2.13. Сечения куба, призмы, пирамиды.
- 2.14. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
- 2.15. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
- 2.16. Шар и сфера, их сечения.
- 2.17. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.
- 2.18. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.
- 2.19. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника.
- 2.20. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями.
- 2.21. Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число.

3. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

- 3.1. Поочередный и одновременный выбор.
- 3.2. Формулы числа сочетаний и перестановок.
- 3.3. Табличное и графическое представление данных.
- 3.4. Вероятности событий.
- 3.5. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

4. Основные формулы, теоремы и методы

4.1. Алгебра и начала

- 4.1.1. Формулы приведения.
- 4.1.2. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.
- 4.1.3. Синус и косинус двойного угла.
- 4.1.4. Логарифм произведения, частного, степени.
- 4.1.5. Степень с рациональным показателем и ее свойства.
- 4.1.6. Свойства степени с действительным показателем.
- 4.1.7. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений.

4.1.8. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.

4.1.9. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.

4.1.10. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

4.1.11. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

4.1.12. Метод интервалов.

4.1.13. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

4.1.14. Линейная функция, ее график.

4.1.15. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график.

4.1.16. Квадратичная функция, ее график.

4.1.17. Степенная функция с натуральным показателем, ее график.

4.1.18. Тригонометрические функции, их графики.

4.1.19. Показательная функция, ее график.

4.1.20. Логарифмическая функция, ее график.

4.1.21. Производные суммы, разности, произведения, частного.

4.1.22. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

4.2. Геометрия

4.2.1. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника.

4.2.2. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах.

4.2.3. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.

4.2.4. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.

4.2.5. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы.

4.2.6. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса.

Пример варианта теста

1. Значение выражения $\left(\frac{8}{33} + \frac{13}{22}\right) : \frac{5}{18}$ равно

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

2. Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

- 1) 6
- 2) 7
- 3) 8
- 4) 11

3. Сумма корней или корень (если он единственный) уравнения $x = \frac{6x-15}{x-2}$ принадлежит промежутку

- 1) (3; 5)
- 2) (5; 9)
- 3) [2; 5]
- 4) [-9; 1]

4. При каких значениях x значение выражения $6x - 7$ больше значения выражения $7x + 8$

- 1) $x < -1$
- 2) $x > -1$
- 3) $x > -15$
- 4) $x < -15$

5. Составьте уравнение для решения задачи, приняв за x скорость автобуса.

Из поселка в город выехал автобус. Через 1 час вслед за ним из поселка выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. В город они прибыли одновременно. Найдите скорость автобуса, если расстояние от поселка до города 240 км.

- 1) $\frac{240}{x+20} - \frac{240}{x} = 1$
- 2) $240(x+20) - 240x = x$
- 3) $\frac{240}{x} + \frac{240}{x+20} = 1$
- 4) $\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = 1$

6. Какое из следующих чисел является решением системы неравенств $\begin{cases} 2x - 3 \geq 0 \\ 5 - x > 0 \end{cases}$?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 5
- 4) 0

7. В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол $C = 90^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

- 1) 2,5
- 2) 5
- 3) 3,5
- 4) 1,25

8. Вычислить $\frac{x_0-1}{x_0+1}$, если $\log_3(x-3) + \log_3 2 = \log_3 10$

- 1) $\frac{1}{3}$

2) $\frac{7}{9}$

3) $\frac{5}{7}$

4) $-\frac{1}{3}$

9. Решив уравнение $5^{x-7} = \frac{1}{125}$, указать промежуток, содержащий его корень.

1) $[-3;0]$

2) $[0;5]$

3) $[5;8]$

4) $[-1;0]$

10. Сумма целых значений x из области определения функции $y = \sin(x+1) \cdot \frac{1}{\sqrt{25-x^2}} - \sqrt[3]{x^2-16+34x}$ равна:

1) 16

2) 0

3) 8

4) 4

11. В прямоугольном треугольнике длины катетов равны 20 и 10 см. Найти длину высоты треугольника, проведённую к гипотенузе.

1) 10

2) $2\sqrt{20}$

3) $5\sqrt{20}$

4) $3\sqrt{20}$

12. Произведение абсцисс точек пересечения прямой $x+y=1$ и окружности $x^2+y^2=17$ равно

1) 4

2) -4

3) 7

4) -7

5) Образующая конуса равна 6 см, а угол между нею и плоскостью основания равен 45° . Найдите объем конуса (в куб. см)

13.

1) $54\sqrt{2\pi}$

2) $27\sqrt{2\pi}$

3) 27π

4) $18\sqrt{2\pi}$

14. Найдите все значения параметра a , при которых графики функций $y = \frac{|x+7|}{x+7}$ и $y = (x+a)^2$ имеют одну общую точку

1) $(0; 6)$

2) $[6; 8)$

3) $[0; 6]$

4) $[6; 8]$

15. Наибольшая площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью, параллельной его скрещивающимся ребрам $AB=5$ и $CD=6$, образующим между собой угол в 60° , равна

1) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$

2) 15

3) $\frac{15}{4}$

4) $\frac{15}{2}$

16. Точки A , B и C лежат соответственно на трех ребрах куба, выходящих из его

вершины D , причем $AD = \frac{1}{3}$, $BD = \frac{4}{3}$ и $CD = 1$. Радиус вписанного в пирамиду $ABCD$ шара равен

- 1) $\frac{1}{8}$
- 2) $\frac{1}{24}$
- 3) $\frac{2}{13}$
- 4) $\frac{1}{72}$

17. Найдите корни уравнения: $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

- 1) 6
- 2) 8
- 3) -4
- 4) -6

18. Найдите значение выражения $2x + y + 6z$ если $4x + y = 5$ а $12z + y = 7$

- 1) 6
- 2) 8
- 3) -4
- 4) -6

19. В классе 26 учащихся, среди них два друга - Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

- 1) 0,48
- 2) 0,5
- 3) 0,36
- 4) 0,41

20. Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

- 1) 48000
- 2) 50000
- 3) 35000
- 4) 41000

21. Количество двузначных чисел, каждое из которых ровно на 19 больше суммы квадратов своих цифр, равно

- 1) 2
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 5

22. В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AD в точке K . Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$

- 1) 20
- 2) 30
- 3) 40

4) 50

23. Количество различных решений системы $\begin{cases} y = -\cos \pi x \\ x = \sin \pi y \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}$, равно

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

24. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2970. В каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 16 заменили на число 61). Найдите наименьшее возможное значение суммы получившихся чисел.

1) 549

2) 693

3) 963

4) 459

25. Сумма всех корней уравнения $4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1 = 0$, принадлежащих отрезку $[-2\pi; -\pi]$ равна

1) -3π

2) -2π

3) -5π

4) $-\pi$